

①

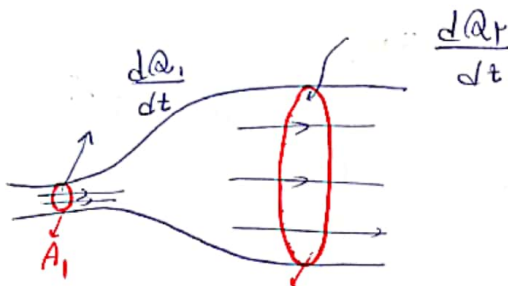


فصل ۲۸: جریان الکتریکی و مقاومت

از این فصل به بعد ریز بارها در حالت سکون نیستند و شرایطی مقابل الکتر استاتیکی دیگر برقرار نیست

در مدارهای یک باتری داریم که می توانیم بین دو نقطه اختلاف پتانسیل ایجاد کرده و به واسطه اختلاف پتانسیل باعث حرکت بارها و مدار شود. اختلاف پتانسیل که باتری بین دو سر مدار ایجاد می کند را نیروی محرکه الکتریکی می نامیم و با \mathcal{E} نمایش می دهیم

جریان الکتریکی: بار الکتریکی که به وسیله پدیده است. (وقتی دو سر یک رسانا به اختلاف پتانسیل \mathcal{E} اعمال می شود مقدار بار الکتریکی که از هر مقطع جسم رسانا در واحد زمان با هم برابر



$$\frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt}$$

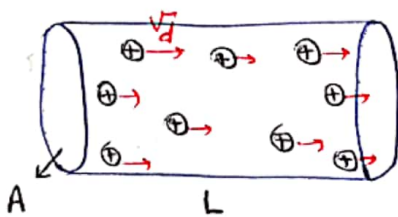
بنابراین تقریباً می کنیم: **جریان الکتریکی:** مقدار بار در یک ثانیه که از هر مقطع رسانا عبور می کند

یک کولن بر ثانیه را یک آمپر می نامیم.

$$I \equiv \frac{dQ}{dt} \quad [I] = \frac{1 \text{ C}}{\text{s}} = \text{A}$$

جهت جریان را به ازای قرارداد جهت حرکت بار مثبت در نظر می گیریم. همیشه فرض می کنیم فقط بار مثبت حرکت می کند. جریان همیشه از بالا به پایین است.

یک قسمت از یک رسانا به شکل استوانه با سطح مقطع A ، طول L را در نظر می گیریم



$$N = nAL \rightarrow q = nAle$$

↑
مقدار بارها در واحد
زمان

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nALE}{L/v_d} = nAe v_d$$

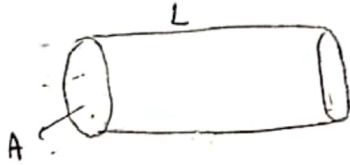
$$I = nAe v_d$$

v_d سرعت سوق ذرات درون رسانا مقدار آن حدود 10^{-5} تا 10^{-4} است. بارها علاوه بر سرعت سوق به سرعت گامواره ای نیز دارند که مقدار متوسط آن حدود 10^4 است. البته متوسط آن صفر است

اگر ما در برابر حرکت بارهای q از درون خود مقاومت نشان می دهیم. این مقاومت را ناشی از برخورد بارهای آزاد با یونهای رسانا است. مقاومت را تقریباً می کنیم نسبت افتادن پتانسیل همان رشته به جریان عبوری از رسانا (۷)

$$R = \frac{V}{I} \quad (\Omega) \quad \text{اهم}$$

قانون اهم: مقاومت R برای رشی اینطی معادلی برای افتادن پتانسیل است و مستقل از جریان و افتادن پتانسیل است و مقدار آن ثابت است. مقاومت به مشخصات رسانا بستگی دارد



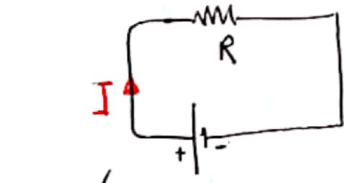
$$R = \rho \frac{L}{A}$$

مقاومت ویژه

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

رسانندگی ویژه

مقاومت



مقاومت

قانون ژول: می خواهیم بدانیم که در اثر حرکت بارها در مدار چقدر انرژی تبدیل می شود. ظرفی می کنیم که بارها به سرعت کوانتیده (المان های کوچک) توسط باتری به مدار فرستاده می شوند

$$dW = dq \varepsilon \Rightarrow \left(\frac{dW}{dt} \right) = \frac{dq}{dt} \varepsilon = I \varepsilon$$

افتادن پتانسیل در مدار مقاومت

کار انجام شده توسط باتری

آهنگ انجام کار توسط باتری

$$P = IV$$

$$V = \varepsilon$$

V برابر با افتادن پتانسیل در مدار باتری است

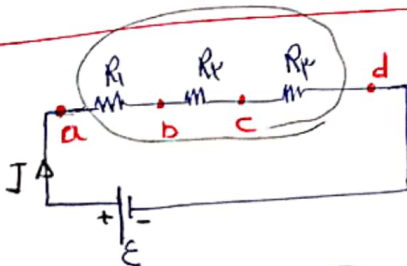
$$P = VI$$

با همان آهنگ که باتری کار انجام می دهد، با همان آهنگ در مدار مقاومت R تولید می شود

$$V = IR$$

$$P = I^2 R = \frac{V^2}{R} = IV$$

مقاومت معادل



فصل ۲۹: مقاومت های متوالی و سوزی

انرژی ترکیب متوالی مقاومت ها: جریانی که از هر سه باری نزدیک با هم برابر است (بدلیل بقای بار الکتریکی)

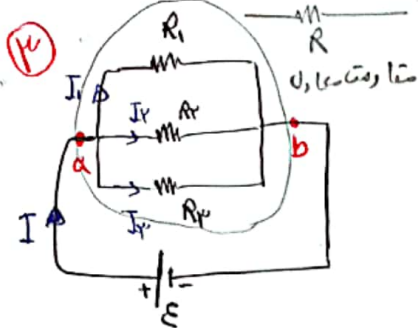
$$I_1 = I_2 = I_3 = I$$

$$\varepsilon = IR$$

$$\varepsilon = V_1 + V_2 + V_3$$

$$V_a - V_d = \varepsilon = \frac{V_1}{I} + \frac{V_2}{I} + \frac{V_3}{I}$$

$$IR = R_1 I + R_2 I + R_3 I \quad R = R_1 + R_2 + R_3$$

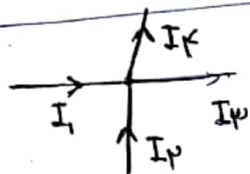


$$V_a - V_b = \varepsilon = V_1 = V_2 = V_3$$

بنا ترکیب موازی مقاومت ها:

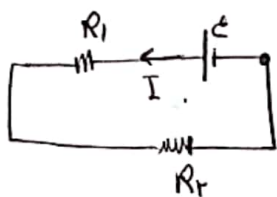
$$I = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{\varepsilon}{R} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$



قانون گره: جمع جبری شاخه های هر گره باید صفر باشد.

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$



قانون حلقه: مجموع کل افت های پتانسیل ها در یک حلقه بسته صفر است.

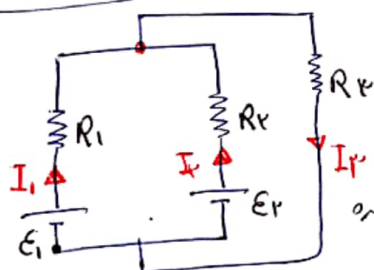
$$\varepsilon - R_1 I - I R_2 = 0$$

* در جهت جریان و عبور از مقاومت به افت پتانسیل IR

* از سر مثبت به منفی باتری به ε - تغییر پتانسیل

* از سر منفی به مثبت باتری به ε

جهت جریان چون جهت حرکت بار مثبت است پس جهت کاهش پتانسیل را نشان می دهد.



$$R_1 = 4\Omega ; R_2 = 4\Omega ; R_3 = 12\Omega$$

$$\varepsilon_1 = 18V ; \varepsilon_2 = 1V$$

جریان هر شاخه را در جهت آورید.

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad \text{قانون گره}$$

$$\varepsilon_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 = (I_3 - I_2) R_1 + I_3 R_3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{قانون حلقه} \\ \text{حلقه دوم} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \varepsilon_2 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0 \end{array}$$

$$(\varepsilon_1 = -I_2 R_1 + I_3 (R_1 + R_3)) R_2$$

$$(\varepsilon_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3) R_1$$

$$\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1 = I_3 (R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

$$\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_1 - I_3 R_3}{R_1}$$

$$\varepsilon_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon_2 - I_3 R_3}{R_2}$$

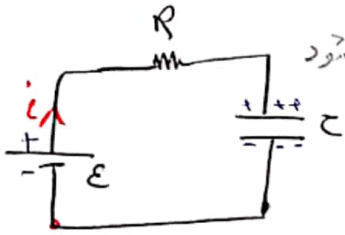
۲۹. کاربردهای این بخش به عنوان مثال سوال سیم‌کشی از این بخش می‌آید

(۱۴)

۴-۲۹ مدارهای RC: می‌خواهیم در یک مدار ترکیب یک مقاومت و خازن قرار بدهیم و جریان را با استفاده از این مدارات

خازن را به صورت تابعی از زمان بدست بیاوریم.

(کمیت‌های تابع زمان را معروف کنید و خواصش را بدین)



از سیم‌کشی به سیم‌کشی می‌شود

$$\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

حرفه قدر بار الکتریکی به مدار فرستاده شود به صورت اندرون بار روی صفحات خازن را بدین صورت

$$\varepsilon - \frac{q}{C} = \frac{dq}{dt} R$$

در یک زمان تکانه t

$$\frac{\varepsilon C - q}{C} = \frac{dq}{dt} R \Rightarrow \int \frac{dq}{\varepsilon C - q} = \int \frac{dt}{RC} \Rightarrow \int \frac{-dn}{n} = \frac{1}{RC} \int dt$$

$$-\ln(\varepsilon C - q) = \frac{1}{RC} t \Rightarrow dq = -dn$$

$$-\ln(\varepsilon C - q) = \frac{1}{RC} t \Rightarrow \ln \frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} = \frac{-t}{RC} \rightarrow 1 - \frac{q}{\varepsilon C} = e^{-t/RC} \Rightarrow q = \varepsilon C (1 - e^{-t/RC})$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \varepsilon C \left(-1 \right) \left(-\frac{1}{RC} \right) e^{-t/RC} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

$$V_R = iR = \varepsilon e^{-t/RC}$$

$$V_C = \frac{q}{C} = \varepsilon (1 - e^{-t/RC}) \rightarrow V_R + V_C = \varepsilon$$

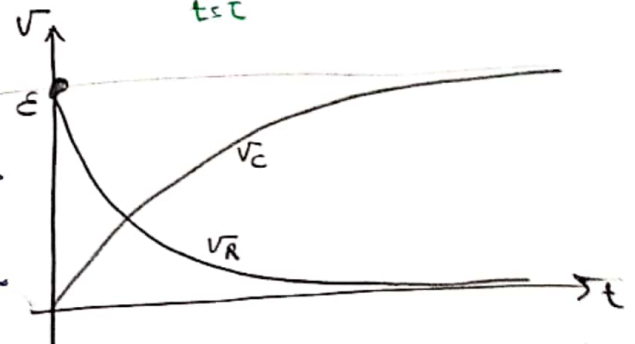
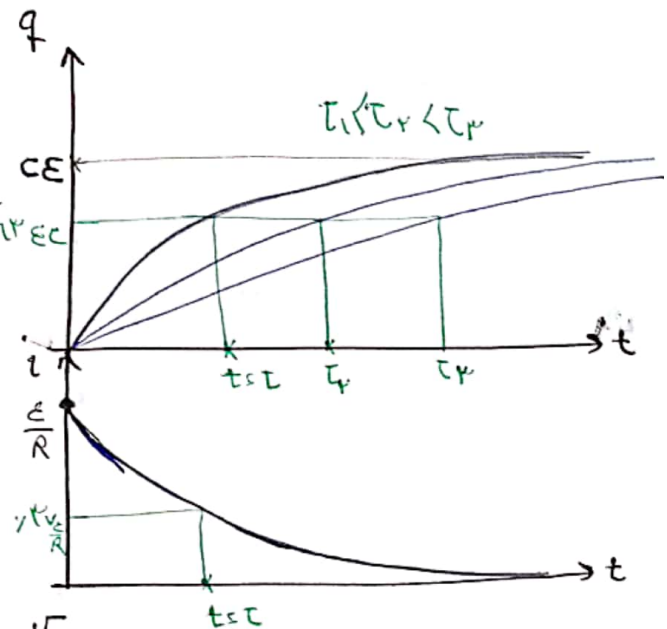
با وجود اینکه هر دو متغیر اند ولی جمع این دو همیشه برابر با افت افقی می‌شود. دوسر معنی تقذیه و مقادیر ثابت است.

$$\tau \equiv RC$$

ثابت زمانی

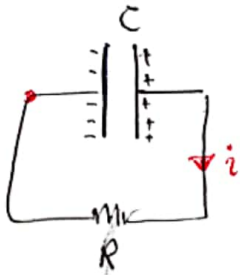
مقدار

حرفه ثابت زمانی عددی بزرگتر باشد معنی مدت زمان بیشتری طول می‌کشد تا خازن پر شود.



تخلیه خازن: فرض می‌کنیم یک خازن پر شده را از مدار باتری جدا می‌کنیم و سپس با یک مقاومت سری وصل می‌کنیم.

در مواضع جریان و بار روی صفحات خازن را بر حسب زمان بدست می‌آوریم.



$$\frac{q}{C} - iR = 0 \Rightarrow \left(\frac{q}{C}\right) = (iR) \Rightarrow V_C = V_R$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} = -\frac{dq}{dt} R \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

بار روی صفحات خازن با گذشت زمان در حال کم شدن است یعنی $\frac{dq}{dt}$ ذاتاً منفی است.

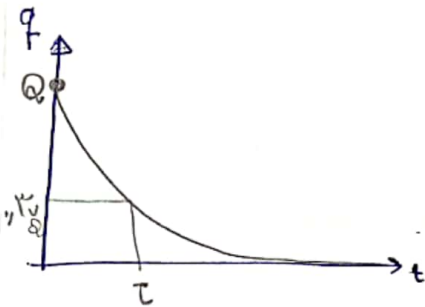
$$\int \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int dt \Rightarrow \ln q = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = Q e^{-\frac{t}{RC}}$$

بار اولیه بر روی صفحات خازن

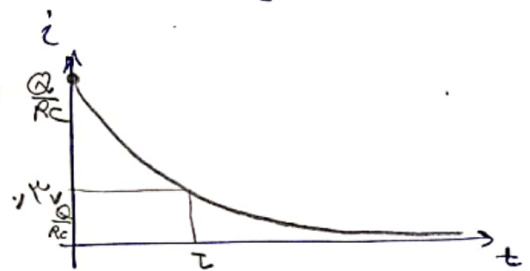
$$\begin{cases} V_C = \frac{q}{C} = \frac{Q}{C} e^{-t/RC} \\ V_R = iR = \frac{Q}{C} e^{-t/RC} \end{cases} \quad V_C = V_R$$

افتادن پتانسیل

$$i = -\frac{dq}{dt} = +Q \left(\frac{1}{RC}\right) e^{-t/RC} = \frac{Q}{RC} e^{-t/RC}$$



$\tau = RC$
ثابت زمانی تخلیه
خازن



وقتی خازن در مدار داریم بار و جریان الکتریکی هم‌زمانی از زمان بسته شدن مدار می‌گذشت و در آن زمان

گاهی بار و جریان ثابت می‌شوند در این حالت می‌توانیم حالت **پایداری/دایا** است

زمانی که لاین بار و جریان تغییر می‌شود می‌توانیم حالت **نذرا** است.

در حالت پایداری جریان عبوری از مدار خازن صفر می‌شود

نکته: در شکل الف) فرض کنید کاپاسیتانس نسبت به خازن کاملاً پر شده باشد. الف) جریان

پیوسته‌ای را که از هر مقاومت می‌گذرد و ب) بار Q روی خازن را بدست آورید. ج) اکنون در $t = 0$ کاپاسیتانس را باز

می‌کنیم. جریان i را که از مقاومت R_2 می‌گذرد بر حسب زمان بدست آورید. د) از آنجا که طول می‌کشد تا بار

روی خازن به $\frac{1}{n}$ مقدار اولیه اش کاهش یابد را بدست آورید.

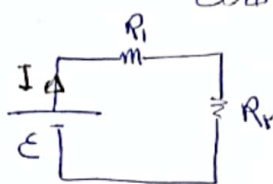
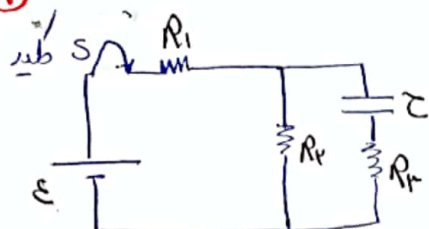
(4)

$$\mathcal{E} = 9V, R_1 = 12k\Omega, R_2 = 15k\Omega; R_3 = 3k\Omega$$

$$C = 10\mu F$$

این وقت که کلید برای مدت طولانی بسته شود خازن C شارژ شود و ولت

اجازه عبور جریان ندارد پس برای هر دو حالت



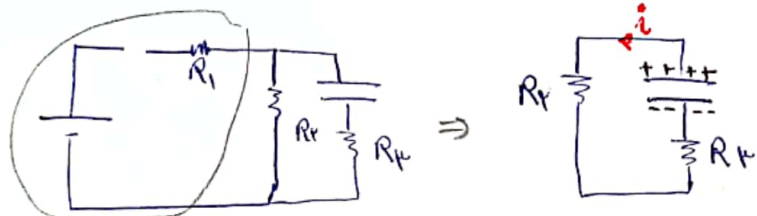
$$\mathcal{E} - IR_1 - IR_2 = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{9}{12 + 15} = \frac{1}{3} \text{ mA}$$

پس برای بررسی آمپر بار روی صفحات خازن، ابتدا اختلاف پتانسیل در هر آن را بدست می آوریم در حالت پایدار

$$V_{R_3} = 0 \Rightarrow V_C = V_{R_2} = IR_2 = \frac{1}{3} \times 15 = 5V \Rightarrow Q = CV_C = 10 \times 5 = 50\mu C$$

(5)



$$-iR_2 - iR_3 + \frac{q}{C} = 0$$

$$i = -\frac{dq}{dt}$$

$$i(R_2 + R_3) = \frac{q}{C} \Rightarrow -\frac{dq}{dt}(R_2 + R_3) = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{C(R_2 + R_3)}$$

$$\int \frac{dq}{q} = -\frac{1}{C(R_2 + R_3)} \int dt \Rightarrow \ln q \Big|_Q^q = \frac{-t}{C(R_2 + R_3)} \Rightarrow \ln \frac{q}{Q} = -\frac{t}{C(R_2 + R_3)}$$

$$q = Q e^{-\frac{t}{(R_2 + R_3)C}} \Rightarrow i = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q}{(R_2 + R_3)C} e^{-\frac{t}{(R_2 + R_3)C}}$$

$$i = \frac{Q}{(R_2 + R_3)C} e^{-\frac{t}{(R_2 + R_3)C}}$$

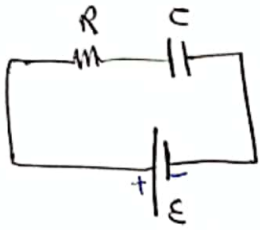
جریان منهای از مقادیر R2 و R3

$$q = Q e^{-\frac{t}{(R_2 + R_3)C}} = \frac{Q}{2} \Rightarrow e^{-\frac{t}{(R_2 + R_3)C}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \ln 2 = \frac{t}{(R_2 + R_3)C}$$

$$t = (12 \times 10^3 + 15 \times 10^3) \times 10^{-6} \times \ln 2 = 7.2 \mu s$$

(6)

مثله * یک خازن با ظرفیت C را به وسیله سیم هایی که مقاومت کل آنها R است به یک منبع نیروی محرکه \mathcal{E} وصل می کنیم و وقتی خازن کاملاً پر می شود (الف) کار انجام شده توسط باتری به انرژی ظاهر شده در مدار و ج (انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید. [سبیه مثله ۷۹ حالیهی]



الف) باتری بارها را (المان) همان به مدار می فرستد. بارها موجب اندر از سر منفی باتری به سر مثبت توسط باتری برده می شوند. برای هر المان بار کار انجام شده برابر است با

$$dW = dq \mathcal{E}$$

$$W = \int dq \mathcal{E} = Q \mathcal{E} = C \mathcal{E}^2$$

ج) برای انرژی ظاهر شده در مدار لزوماً تولید نمی شود. استفاده می کنیم

$$P = i^2 R \Rightarrow dU_{\text{thermal}} = P dt = i^2 R dt \Rightarrow U_{\text{th}} = \int i^2 R dt$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC}$$

$$U_{\text{th}} = R \int \frac{\mathcal{E}^2}{R^2} e^{-2t/RC} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int e^{-2t/RC} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[\frac{e^{-2t/RC}}{-2/RC} \right]_0^\infty$$

$$= -\frac{\mathcal{E}^2}{R} \frac{RC}{2} (0 - 1) = \frac{1}{2} \mathcal{E}^2 C$$

انرژی ایجا شده در مدار

ج) انرژی ذخیره شده در خازن وقتی بار روی صفحات Q است

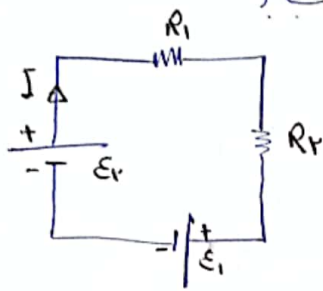
$$U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

یعنی از مقدار کاری که باتری انجام می دهد $(C \mathcal{E}^2)$ نصف آن در خازن ذخیره شده و نصف آن به صورت گرمای در مدار ظاهر شده است.

مثله های فصل } فصل ۲۹ هورسون : ۴۰ - ۴۱ - ۴۲
فصل ۲۷ حالیهی : ۱ - ۷۹ - ۸۰

مسئله ۱ فصل ۲۷ هالیدی: در شکل نیروی محرکه های باتری های آرمانی عبارتند از $\mathcal{E}_1 = 12V$ ، $\mathcal{E}_2 = 7V$ ، $R_1 = 4\Omega$ ، $R_2 = 8\Omega$

الف) جهت و مقدار جریان در باتری ۱ و ۲ و جهت و مقدار نیروی محرکه در باتری ۱ و ۲
 ب) توان مصرفی در باتری ۱ و ۲
 ج) توان مصرفی در مقاومت ۱ و ۲
 د) جهت و مقدار نیروی محرکه در باتری ۱ و ۲



$$\mathcal{E}_2 - IR_2 - IR_1 - \mathcal{E}_1 = 0 \quad \text{قانون حلقه}$$

$$\Rightarrow I(R_1 + R_2) = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{R_1 + R_2} = \frac{7 - 12}{12} = -\frac{5}{12} A$$

الف) جهت جریان برعکس است.

$$P_1 = I^2 R_1 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 (4) = 1.39 W \quad \text{آهنربا انرژی در R1}$$

$$P_2 = I^2 R_2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 (8) = 2.77 W \quad \text{آهنربا انرژی در R2}$$

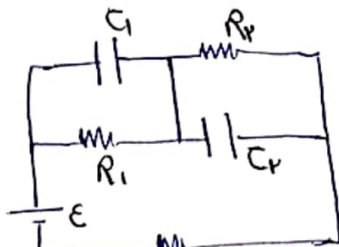
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dQ}{dt} \mathcal{E} = I \mathcal{E} \Rightarrow P_{E_1} = I \mathcal{E}_1 = \frac{5}{12} \times 12 = 5 W$$

ب) جهت جریان و مقدار آن در باتری ۱ و ۲ و جهت و مقدار نیروی محرکه در باتری ۱ و ۲

$$P_{E_2} = I \mathcal{E}_2 = \frac{5}{12} \times 7 = 2.92 W$$

مسئله ۲ فصل ۲۷ هالیدی: خازنی که نشان داده شده در شکل زیر با $C_1 = 5\mu F$ ، $C_2 = 10\mu F$ ، $R_1 = 5\Omega$ ، $R_2 = 10\Omega$ ، $R_3 = 15\Omega$ ، $\mathcal{E} = 20V$ است.

الف) جهت و مقدار جریان در باتری ۱ و ۲ و جهت و مقدار نیروی محرکه در باتری ۱ و ۲
 ب) توان مصرفی در باتری ۱ و ۲
 ج) توان مصرفی در مقاومت ۱ و ۲
 د) جهت و مقدار نیروی محرکه در باتری ۱ و ۲



وقتی که حالت پایا برقرار شود، در خازن در آن مقدار انرژی

عبوری که در آن جریان از مدار می‌گذرد

$$\mathcal{E} - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0 \quad \text{قانون حلقه}$$

$$\mathcal{E} = I(R_1 + R_2 + R_3) \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{20}{5 + 10 + 15} = \frac{2}{3} A$$

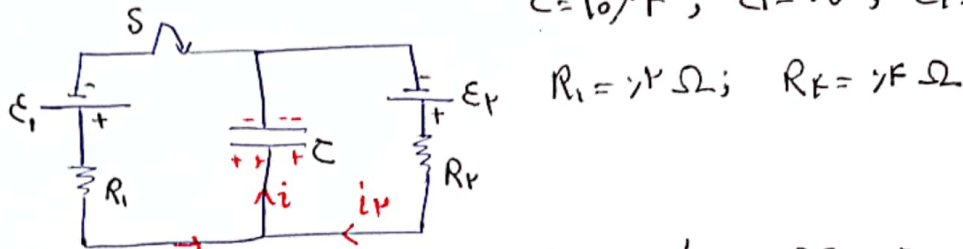
$$V_{C_1} = V_{R_1} = I R_1 = \frac{V}{\frac{1}{p} \times 10} = \frac{10}{\frac{1}{p}} V \rightarrow U_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 V_{C_1}^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{10}{\frac{1}{p}}\right)^2 = 2718 \mu J$$

$$V_{C_2} = V_{R_2} = I R_2 = \frac{V}{\frac{1}{p}} \times 10 = \frac{10}{\frac{1}{p}} V \rightarrow U_{C_2} = \frac{1}{2} C_2 V_{C_2}^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{10}{\frac{1}{p}}\right)^2 = 2718 \mu J$$

$$U_{total} = U_{C_1} + U_{C_2} = 2718 + 2718 = 5436 \mu J$$

فصل ۱۷ فصل ۱۷ هادی: در مدار شکل، یک خازن دو باتری آ، مان، دو مقاومت، یک کلید S را نشان داده است. در آغاز کلید S برای مدت طولانی باز بوده است. حال اگر این کلید را برای مدت طولانی بسته نگذاریم، بار روی خازن چه تغییری خواهد کرد.

$$C = 10 \mu F; \quad \mathcal{E}_1 = 1V; \quad \mathcal{E}_2 = 3V$$



$$R_1 = 12 \Omega; \quad R_2 = 14 \Omega$$

خازن با خازن C توسط باتری \mathcal{E}_2 شارژ می شود. وقتی به طور کامل پر شد، جریان مدار قطع می شود. بنابراین $(V_{R_2} = 0)$

$$V_C = \mathcal{E}_2 \Rightarrow Q_1 = C V_C = 10 \times 3 = 3 \mu C$$

بار اولیه بر روی صفحات خازن وقتی کلید باز بوده است.

با انداختن کلید بسته می شود. در این صورت

$$\left[\mathcal{E}_2 - i_2 R_2 - \frac{q}{C} = 0 \right] \times 1$$

$$\mathcal{E}_1 R_1 + \mathcal{E}_2 R_2 (i_1 R_1 + i_2 R_2 R_1) \frac{q}{C(R_1 + R_2)} \frac{dq}{dt} = i = i_1 + i_2$$

$$\left[\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 - \frac{q}{C} = 0 \right] \times 2$$

$$\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1 - R_1 R_2 (i_1 + i_2) = \frac{R_1 + R_2}{C} q$$

$$\mathcal{E} - R_1 R_2 \frac{dq}{dt} = \frac{R_1 + R_2}{C} q \Rightarrow \mathcal{E} - \frac{R_1 + R_2}{C} q = R_1 R_2 \frac{dq}{dt}$$

$$\int \frac{dq}{C\mathcal{E} - (R_1 + R_2)q} = \int \frac{dt}{C R_1 R_2} \Rightarrow -\frac{1}{(R_1 + R_2)} \ln(C\mathcal{E} - (R_1 + R_2)q) \Big|_{Q_1}^q = \frac{t}{C R_1 R_2} \Big|_0^t$$

(۱۰)

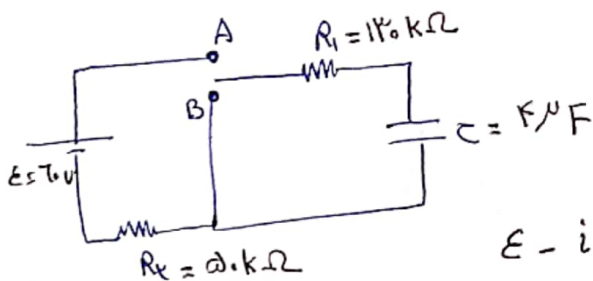
$$\ln \frac{c\varepsilon - (R_1 + R_2)q}{c\varepsilon - (R_1 + R_2)Q} = \frac{-t(R_1 + R_2)}{cR_1R_2} \Rightarrow q = \frac{c\varepsilon}{R_1 + R_2} - \frac{[c\varepsilon - (R_1 + R_2)Q]}{R_1 + R_2} e^{-\frac{t}{R_1R_2/c}}$$

$$R' = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{at } t \rightarrow \infty : q \rightarrow \frac{c\varepsilon}{R_1 + R_2} = \frac{c(\varepsilon_1 R_2 + \varepsilon_2 R_1)}{R_1 + R_2} = \frac{10 \times 10^{-6} + 3 \times 10^{-6}}{4} = \frac{100}{4} = 25 \mu\text{C}$$

بارافزایشی می‌یابد و مقدار آن از $25 \mu\text{C}$ به $167 \mu\text{C}$ می‌رسد.

۲۹-۴۰ هورسون: در شکل کاپیسیتوری A وصل می‌شود و تا زمانی که خارج کاملاً پر شود در حین رفع بار می‌ماند. (الف) ثابت زمانی مدار باردار (تازه هور است؟) (ب) جریان باردار (تازه اولیه هور است؟) (ج) مدت طولانی شدن اختلاف پتانسیل دو سر C به $5.7 \mu\text{s}$ برسد؟ (د) انرژی ذخیره شده در خازن کاملاً پر شده هور است؟ (ه) برای این که خازن کاملاً پر شده کاپیسیتور و وضع B قرار می‌دهیم، هم ثابت زمانی مدار تک‌پارامتر است و در هر دو حالت تحلیل اولیه هور است؟ (ز) می‌توانیم این انرژی را به روش کاپیسیتور و وضع B اختلاف پتانسیل دو سر خازن هور است.



(الف) وقتی کاپیسیتور فقط از A زده می‌شود خازن در حال پر شدن است.

$$\varepsilon - iR_1 - \frac{q}{C} - iR_2 = 0 \quad i = \frac{dq}{dt}$$

مقاومت معادل با خازن می‌شود

$$\varepsilon - \frac{q}{C} = (R_1 + R_2) \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{\varepsilon C - q}{C} = (R_1 + R_2) \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int \frac{dq}{\varepsilon C - q} = \int \frac{dt}{C(R_1 + R_2)}$$

$$-\ln(\varepsilon C - q) \Big|_0^q = \frac{t}{C(R_1 + R_2)} \Rightarrow \ln \frac{\varepsilon C - q}{\varepsilon C} = -\frac{t}{C(R_1 + R_2)}$$

$$1 - \frac{q}{\varepsilon C} = \exp\left(-\frac{t}{C(R_1 + R_2)}\right) \Rightarrow q = \varepsilon C \left(1 - \exp\left[-\frac{t}{C(R_1 + R_2)}\right]\right)$$

ثابت زمانی برای خازن دو پارامتر R_1 و R_2 سری وصل شده اند پس باید جمع می‌شوند $\tau = (R_1 + R_2)C = 140 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-6} = 560 \text{ ms}$

(11) $i = \frac{dq}{dt} = \mathcal{E} \left(\frac{1}{(R_1 + R_2)\mathcal{E}} \right) e^{\frac{-t}{(R_1 + R_2)\tau}} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau}$ (ب)

در لحظه $t=0$ خازن هنوز باری ندارد و افتادن پتانسیل در سرش میسر می شود و در آن لحظه تمام پتانسیل \mathcal{E} در سرش می باشد و در آن لحظه $i(t=0) = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$ (ج)

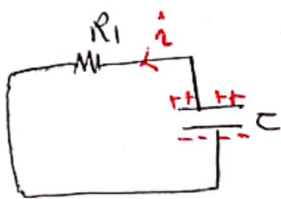
$V_c = \frac{q}{C} = \mathcal{E} (1 - e^{-t/\tau}) = 0. \Rightarrow 4. (1 - e^{-t/\tau}) = 0. \Rightarrow e^{-t/\tau} = \frac{1}{4}$

$\frac{-t}{\tau} = -\ln 4 \Rightarrow t = \tau \ln 4 = 149. \text{ ms}$

$U_c = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(C\mathcal{E})^2}{2C} = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 7. \times 7. = 98. \text{ mJ}$ (د)

در $t=0$ خازن مستقیم و باقی در سرش می باشد و ولتاژ آن از ولتاژ عبور می کند

همه وقتش طوری است که B در سرش می باشد خازن در حال تخلیه است. و تنها مقاومت در سرش



$\frac{q}{C} - i R_1 = 0 \quad i = -\frac{dq}{dt}$

مقاومت R_1 است.

$\frac{q}{C} = -\frac{dq}{dt} R_1 \rightarrow \int \frac{dq}{q} = -\int \frac{dt}{C R_1} \Rightarrow \ln q \Big|_Q^q = \frac{-t}{R_1 C} \Big|_0^t \Rightarrow \ln \frac{q}{Q} = \frac{-t}{R_1 C}$

$q = Q e^{-t/(R_1 C)} \rightarrow$ پتانسیل در سرش در حال تخلیه

$\tau = R_1 C = 13. \times 2. = 26. \text{ ms}$

$i = -\frac{dq}{dt} = +\frac{Q}{R_1 C} e^{-t/(R_1 C)}$

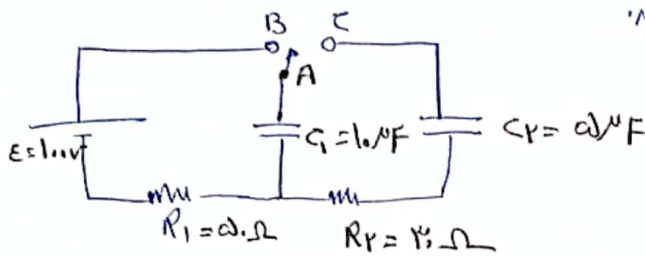
$i(t=0) = \frac{Q}{R_1 C} = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{7.}{13.} = 0.54 \text{ mA}$ (ه)

$V_c = \frac{q}{C} = \frac{Q}{C} e^{-t/(R_1 C)}$

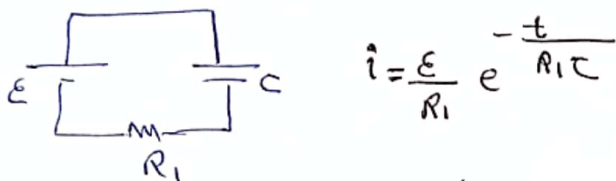
$V_c(15) = \frac{C\mathcal{E}}{C} e^{-1/(R_1 C)} = 40 \exp\left(\frac{-15}{26 \text{ ms}}\right) = 11.7 \text{ V}$ (و)

۴۹- ج ۱۱ هودسون: مدار شکل زیر را در نظر بگیرید. در حالتی که خازن ها در ابتدا بدون بارند کلید را از A به B زده می شود و در همین وضعیت باقی می ماند تا خازن C_2 کاملاً پر شود. سپس کلید در وضعیت C قرار می گیرد.

با محاسبه مستقیم $\int i^2 R dt$ انرژی گرمایی ظاهر شده در R_1 با این از انتقال کلید به B بدست آورید. پس از انتقال کلید به C انرژی گرمایی را به نحوی که در R_2 ظاهر می شود را تعیین کنید.



الف) مدار پر شدن خازن C_1



$$i = \frac{\varepsilon}{R_1} e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

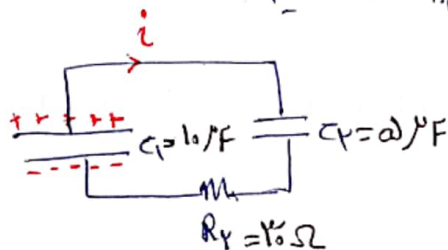
$$U_{th} = \int (P) dt = \int i^2 R_1 dt = \int \frac{\varepsilon^2}{R_1^2} R_1 e^{-2t/R_1 C} dt = \frac{\varepsilon^2}{R_1} \int e^{-2t/R_1 C} dt = \frac{\varepsilon^2}{R_1} \frac{e^{-2t/R_1 C}}{-2/R_1 C}$$

توان تولید می شود

$$= \frac{\varepsilon^2}{R_1} \left(\frac{R_1 C}{-2} \right) \left[e^{-2t/R_1 C} \right]_0^\infty = -\frac{1}{2} \varepsilon^2 C (0 - 1) = \frac{1}{2} C \varepsilon^2$$

خازن و مقاومت نصف کارایی می شود در سربایتی در خازن ذخیره می شود و نصف دیگر آن به صورت گرما ظاهر می شود

ب) وقتی کلید از B به C وصل می شود، خازن C_1 را به خازن C_2 وصل کرده ایم



می خواهیم بدانیم در حالتی که خازن C_2 ظاهر شده است

نصفی انرژی

$$U_{C_1} = U'_{C_1} + U_{C_2} + U_{th}$$

انرژی ذخیره شده در خازن C_1 وقتی کلید از B به C می شود

$$U_{C_1} = \frac{1}{2} C_1 \varepsilon^2 = \frac{1}{2} 10 \times 100^2 = 50 \text{ mJ}$$

وقتی بار روی خازن ها به حالت قطع می شود و خازن با هم موازی می شود

$$V_{C_1} = V_{C_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow Q_1 = \frac{1}{5} Q_2 \quad Q_1 = \frac{1000}{5} \mu C$$

$$Q_1 + Q_2 = Q_0 = C \varepsilon \quad \frac{1}{5} Q_2 + Q_2 = C \varepsilon = 10 \times 100 = 1000 \mu C \rightarrow Q_2 = \frac{1000}{6} \mu C$$

۱۳

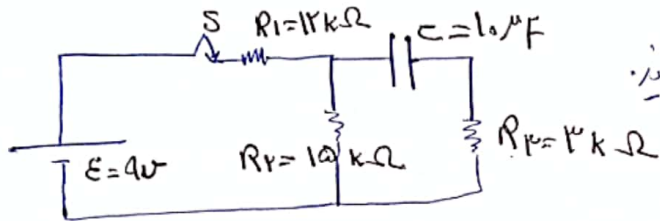
$$U_{C1} = \frac{Q_1^2}{2C_1} = \frac{(1000/10)^2}{2 \times 10} = 2212 \text{ mJ}$$

$$U_{C2} = \frac{Q_2^2}{2C_2} = \frac{(1000/10)^2}{2 \times 50} = 1111 \text{ mJ}$$

$$U_{th} = 20 \text{ mJ} - (2212 + 1111) = 1417 \text{ mJ}$$

۲۹ ج. ۲- هورسون: مدار شکل را در زمان $t=0$ کلید بسته می شود. خازن بدون بار است.

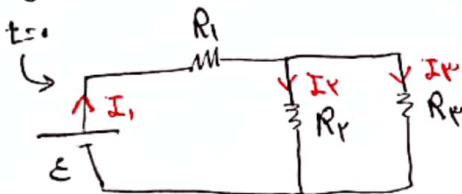
الف) جریان اولیه (درست پس از $t=0$) هر عنصر و اختلاف پتانسیل اولیه دو سر هر عنصر را بدست آورید. ب) استی



الف) رابطه برای مدار در حالت پایدار و زمانی که کلید بسته است.

الف)

در $t=0$ اختلاف پتانسیل دو سر خازن صفر است زیرا باری روی آن نیست و می توانیم خازن را در مدار بر طبق همین



$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = I_2 + 5I_2 = 4I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{4}$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3 \Rightarrow I_3 = I_2 \frac{15}{3} = 5I_2$$

$$E - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \Rightarrow E = I_1 R_1 + \frac{I_1}{4} R_2$$

$$4 = I_1 \left(12 + \frac{15}{4} \right) = I_1 \frac{63}{4} \Rightarrow I_1 = \frac{16}{63} = 0.254 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{I_1}{4} = 0.0635 \text{ mA} ; I_3 = 0.3175 \text{ mA}$$

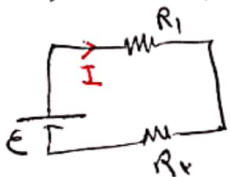
$$U_C = 0$$

$$U_{R1} = I_1 R_1 = 0.254 \times 12 = 3.05 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I_2 R_2 = 1.14 \text{ V}$$

$$U_{R3} = U_{R2} = 1.14 \text{ V}$$

ب) در حالت پایدار پس از گذشت زمان طولانی اختلاف پتانسیل خازن صفر می شود و اجازه عبور جریان را نمی دهد



$$E - I(R_1 + R_2) = 0 \Rightarrow I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{4}{27} = 0.148 \text{ mA}$$

$$U_{R1} = I R_1 = \frac{1}{27} \times 12 = 0.44 \text{ V}$$

$$U_{R2} = E - U_{R1} = 4 - 0.44 = 3.56 \text{ V}$$

و در خازن بار شده می شود و تقریباً صاف می شود

زیرا جریان از آن عبور نمی کند

$$U_C = U_{R2} = 3.56 \text{ V}$$

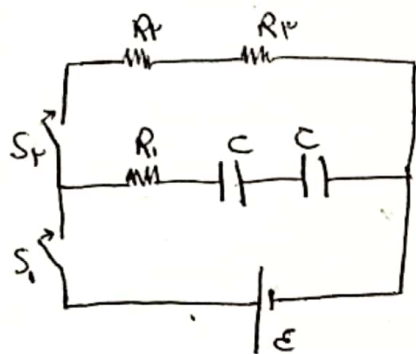
عمل می کند اجازه عبور جریان را نمی دهد

①

نمونه سؤال از مدارهای RC :

۱) در مدار شکل زیر قبل از بسته شدن کلید ها خازن ها بدون بار الکتریکی هستند. مشخص اول : در حالتی که کلید S_1 باز است و کلید S_2 را می بندیم،

الف) جریان حالت پایا شدن معادلات مربوطه و حل آنها با هر خازن و جریان مدار را بر حسب زمان و سایر پارامترهای مسئله بدست آورید.



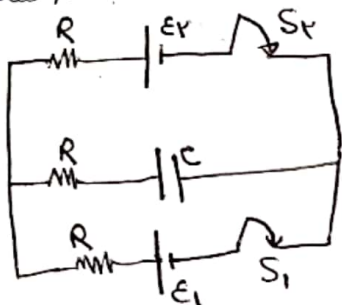
ب) در این حالت بار ذخیره در هر یک از خازن های کاملاً شارژ شده چقدر می شود

ج) در این حالت کل انرژی تلف شده در مقاومت R_1 را بدست آورید

کمیسیون دوم : بین از این خازن ها کاملاً شارژ شده کلید S_1 را باز کرده و کلید S_2 را می بندیم،

د) در این حالت کل انرژی تلف شده در مقاومت های R_1 ، R_2 و R_3 می باشد؟

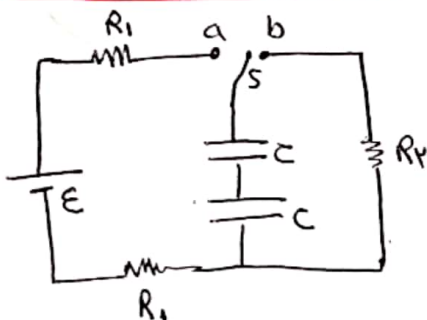
۲) در مدار شکل مقابل قبل از بسته شدن کلید های S_1 و S_2 خازن بدون بار است. در لحظه $t=0$ کلید ها به طور همزمان بسته می شوند. در یک لحظه t (این از بسته شدن کلید ها) بار خازن و شدت جریان شاخه شامل خازن را بر حسب زمان و سایر داده های مسئله بدست آورید



۳) در مدار شکل زیر قبل از اتصال کلید در طرفی S به نقطه a خازن ها بدون بار اند.

الف) بین از اتصال کلید به نقطه a با هر خازن و جریان مدار را بر حسب زمان و سایر پارامترهای مسئله بدست آورید. ب) بین از این در مرحله الف) خازن ها کاملاً باردار شدند، کلید را از نقطه a قطع و به نقطه b متصل می کنیم. در این حالت

کل انرژی مصرف شده در مقاومت R_2 چقدر است؟

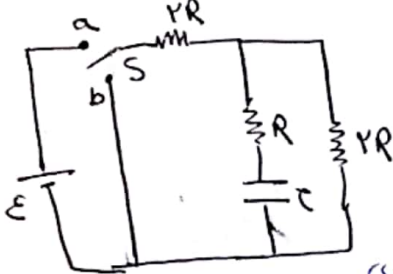


۴) در شکل زیر قبل از اتصال کلید S خازن C بدون بار الکتریکی است: الف)

ابتدا کلید در طرف S را به نقطه a متصل می کنیم. در این حالت بین از بسته شدن طولانی ($t \rightarrow \infty$) بار خازن را بر حسب C و E بدست آورید.

ب) بعد از این خازن C در مرحله الف) کاملاً شارژ شد، کلید S را از نقطه a قطع و به نقطه

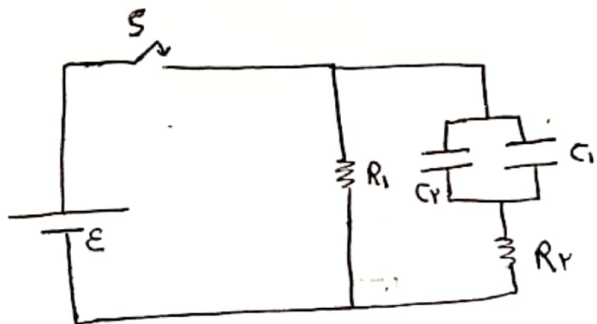
b فوراً وصل می کنیم. در این حالت با حل معادلات مربوطه بار خازن و شدت جریان الکتریکی را در شاخه شامل خازن بر حسب زمان و سایر داده های مسئله بدست آورید



۱) مدار شکل زیر از مقاومت های R_1 و R_2 و خازن های C_1 و C_2 و یک منبع ولتاژ \mathcal{E} و کلید S تشکیل می شود. در $t=0$ کلید بسته می شود:

الف) جریان عبوری از خازن از مقاومت های R_1 و R_2 را با نوشتن معادلات مربوطه و حل آن بدست آورید.
ب) ثابت زمانی مدار باردار کننده محاسبه می شود.

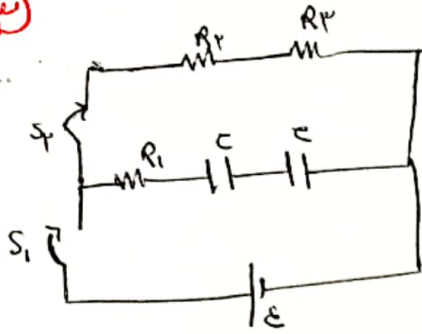
حال اگر کلید S برای مدت طولانی بسته بماند؛ ج) بار خازن ها شده در خازن های C_1 و C_2 را محاسبه کنید.
د) مقدار انرژی گرمایی کلاً در مقاومت R_2 هدر رفته است P .



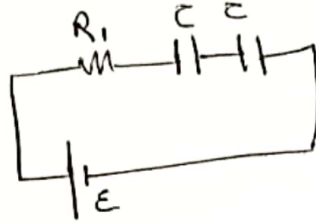
این مدار را در کتاب فیزیک ۲ فصل ۳۰ تمرین ۱۰

۱۳

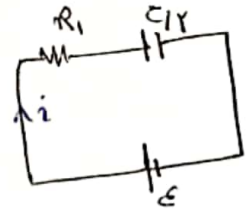
در وقت اول، کلید S₁ را می‌بندیم و S₂ را باز می‌کنیم.



⇒



⇒



$$\mathcal{E} - i R_1 - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - \frac{q}{C} = i R_1 = \frac{dq}{dt} R_1 \Rightarrow \frac{\mathcal{E} C - q}{C} = \frac{dq}{dt} R_1$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \int \frac{dq}{\mathcal{E} C - q} = \int \frac{dt}{C R_1} \Rightarrow \left[-\frac{1}{C} \ln(\mathcal{E} C - q) \right]_0^q = \left[\frac{t}{C R_1} \right]_0^t$$

$$-\frac{1}{C} \ln \frac{\mathcal{E} C - q}{\mathcal{E} C} = \frac{t}{C R_1} \Rightarrow \ln \left(1 - \frac{q}{\mathcal{E} C} \right) = -\frac{t}{R_1 C} \Rightarrow 1 - \frac{q}{\mathcal{E} C} = e^{-t/R_1 C}$$

$$q = \frac{\mathcal{E} C}{1} \left(1 - e^{-t/R_1 C} \right)$$

بار هر دو خازن برابر است.

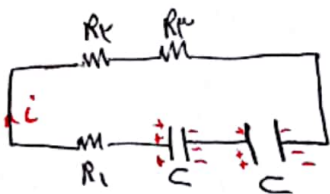
$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E} C}{1} \left(\frac{1}{R_1 C} \right) e^{-t/R_1 C} = \frac{\mathcal{E}}{R_1} e^{-t/R_1 C}$$

(۱)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q = \frac{\mathcal{E} C}{1} (1 - 0) = \frac{\mathcal{E} C}{1} \quad \text{با خازن‌های پر شده}$$

$$U_{th} = \int p dt = \int i^2 R_1 dt = \int \left(\frac{\mathcal{E}}{R_1} e^{-t/R_1 C} \right)^2 R_1 dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1} \int e^{-2t/R_1 C} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R_1} \left[\frac{e^{-2t/R_1 C}}{-\frac{2}{R_1 C}} \right]_0^\infty$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{R_1} \left(\frac{R_1 C}{-2} \right) (0 - 1) = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$$

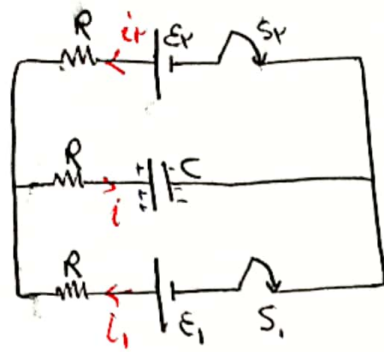


وقتی خازن‌ها کاملاً تخلیه شدند کل انرژی ذخیره شده در خازن‌ها به صورت گرما در مقاومت‌ها تلف می‌شود (اصل بقای انرژی)

$$U_C = U_{th} \Rightarrow U_{th} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} + \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{C} \left(\frac{\mathcal{E} C}{2} \right)^2 = \frac{\mathcal{E}^2 C}{4}$$

$$\left(\text{برابر است با همان سوختنی که در مدار وقت اول به صورت گرما تلف می‌شود} \right) = \frac{1}{4} \mathcal{E}^2 C$$

(F)



قانون
کیلا

$$\begin{cases} E_2 - i_1 R - i_2 R - \frac{q}{C} = 0 \\ E_1 - i_1 R - i_2 R - \frac{q}{C} = 0 \end{cases}$$

قانون
جری

$$i_1 + i_2 = i$$

پس

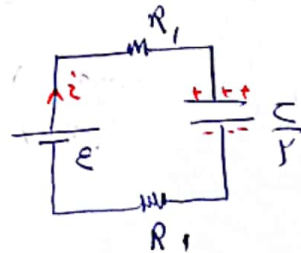
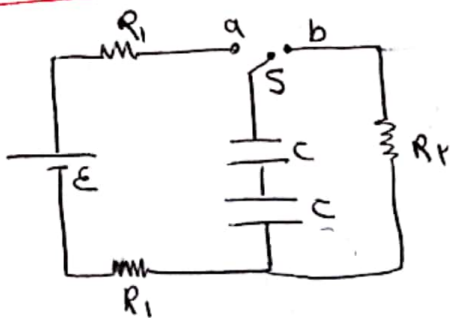
$$E_1 + E_2 - R(i_1 + i_2) - 2i_2 R - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow E_1 + E_2 - i 2R - \frac{q}{C} = 0 \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$E - \frac{q}{C} = 2Ri = 2R \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{CE - q}{C} = 2R \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int \frac{dq}{CE - q} = \int \frac{dt}{2RC}$$

$$-\frac{1}{2} \ln(CE - q) = \frac{t}{2RC} \Rightarrow -\frac{1}{2} \ln \frac{CE - q}{CE} = \frac{t}{2RC} \Rightarrow 1 - \frac{q}{CE} = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

$$\frac{q}{CE} = 1 - e^{-t/RC} \Rightarrow q = \frac{CE}{2} (1 - e^{-t/RC}) \quad E = E_1 + E_2$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{CE} \left(\frac{1}{RC} \right) e^{-t/RC} = \frac{E}{2R} e^{-t/RC} = \frac{E_1 + E_2}{2R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



پس

$$E - iR_1 - \frac{q}{C} - iR_1 = 0 \Rightarrow E - \frac{q}{C} = 2iR_1 \quad ; \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{CE - q}{C} = 2R_1 \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int \frac{dq}{CE - q} = \int \frac{dt}{2R_1 C} \Rightarrow -\frac{1}{2} \ln(CE - q) = \frac{t}{2R_1 C}$$

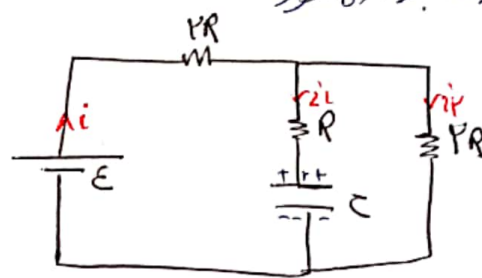
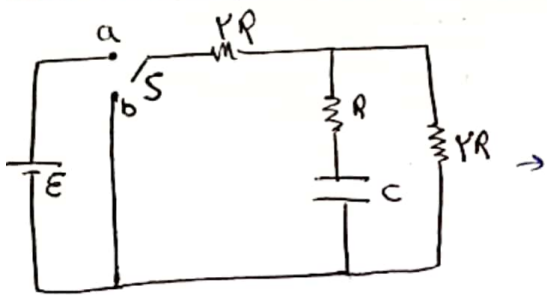
$$\ln \frac{CE - q}{CE} = -\frac{t}{R_1 C} \Rightarrow \ln \left(1 - \frac{q}{CE} \right) = -\frac{t}{R_1 C} \Rightarrow q = \frac{CE}{2} (1 - e^{-t/R_1 C})$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{\gamma} \left(\frac{1}{R_1 \epsilon} \right) e^{-t/R_1 C} = \frac{\epsilon}{\gamma R_1} e^{-t/R_1 C}$$

ب) بعد از آنکه طبق بند ب و ب و ب می شود ما می توانیم به صورت کلی انرژی ذخیره شده در مدار را به صورت زیر در مقادیر معادلات مشاهده می شود

$$U_{th} = U_c = \frac{Q^2}{\gamma C} + \frac{Q^2}{\gamma C} = \frac{Q^2}{C} = \frac{C \epsilon^2}{F \epsilon} = \frac{1}{F} C \epsilon^2$$

$$Q = \lim_{t \rightarrow \infty} q = \frac{C \epsilon}{\gamma}$$



الف) مدار را در زمان بار خازن بار خازن می شود

اولین مدل

در اینجا $i = \frac{dq}{dt}$ بین دو مدار شامل بار خازن بار خازن می شود

از دسته بی

$$i = i_1 + i_2$$

$$\epsilon - 2Ri - i_1 R - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \epsilon - 2R(i_1 + i_2) - i_1 R - \frac{q}{C} = 0 \quad (1)$$

$$\epsilon - i_2 2R - 2Ri_2 = 0$$

$$\epsilon - 2Ri_2 = 2R(i_1 + i_2)$$

$$\epsilon - 2Ri_1 = 2Ri_2 + 2Ri_2 = 4Ri_2$$

$$i_2 = \frac{\epsilon - 2Ri_1}{4R} \quad (2)$$

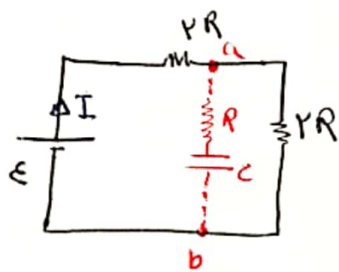
$$(1) + (2) \Rightarrow \epsilon - 2Ri_1 - i_1 R - \frac{q}{C} = 4R \left(\frac{\epsilon - 2Ri_1}{4R} \right) \Rightarrow \epsilon - 2Ri_1 - \frac{q}{C} = \frac{\epsilon}{\gamma} - Ri_1$$

$$\epsilon - 2Ri_1 - \frac{q}{C} - \frac{\epsilon}{\gamma} + Ri_1 = 0 \Rightarrow \frac{\epsilon}{\gamma} - 2Ri_1 - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \frac{\epsilon}{\gamma} - \frac{q}{C} = 2R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{\epsilon C - 2q}{\gamma C} = 2R \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int \frac{dq}{\epsilon C - 2q} = \int \frac{dt}{FRC} \Rightarrow$$

$$\left. \frac{1}{\gamma} \ln \left(\frac{\epsilon - \gamma q}{\epsilon} \right) \right]_0^q = \left. \frac{t}{\gamma R C} \right]_0^t \Rightarrow \ln \frac{\epsilon - \gamma q}{\epsilon} = \frac{-\gamma t}{\gamma R C}$$

$$\ln \left(1 - \frac{\gamma q}{\epsilon} \right) = \frac{-t}{\gamma R C} \Rightarrow q = \frac{\epsilon}{\gamma} (1 - e^{-t/\gamma R C}) \quad q_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} q = \frac{\epsilon}{\gamma}$$

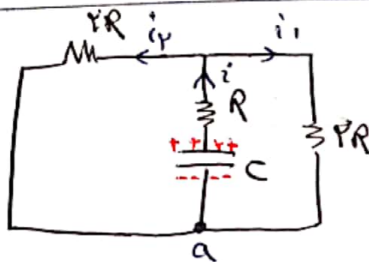


الف) روش دوم: بعد از گذشتن زمان زیاد، خازن معادل مسدود می‌شود

$$\epsilon - I\gamma R - \gamma R I = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{\gamma R}$$

$$V_{ab} = I\gamma R = V_R + V_C = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{\epsilon}{\gamma R} \gamma R = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = \frac{\epsilon C}{\gamma}$$

اینجا جریان در آن لحظه
کمتر از حد



$$i = i_1 + i_2$$

$$\frac{q}{C} - i_1 R - \gamma R i_2 = 0 \quad \text{①}$$

$$\frac{q}{C} - i_1 R - \gamma R i_2 = 0 \quad \text{②}$$

ب) برای حل معادله باید معادله‌های
مفقا جریان که در شاخه خازن عبور می‌کند
در معادله درج شود با توجه به اینکه

$$\text{①} + \text{②} \Rightarrow \frac{\gamma q}{C} - \gamma R i - \gamma R (i_1 + i_2) = 0 \Rightarrow \frac{\gamma q}{C} - \gamma R i - \gamma R i = 0$$

$$\frac{\gamma q}{C} - \gamma R i = 0 \Rightarrow \frac{\gamma q}{C} = \gamma R i ; i = -\frac{dq}{dt} \quad \leftarrow \text{مدرار تغییر خازن}$$

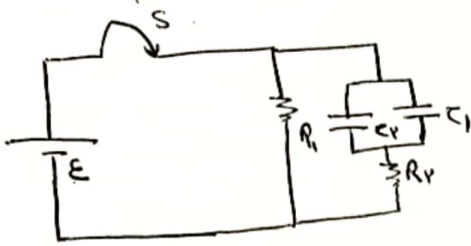
$$\frac{\gamma q}{C} = \gamma R \left(-\frac{dq}{dt} \right) \Rightarrow \int \frac{dq}{q} = \int -\frac{dt}{\gamma R C} \Rightarrow \ln q \Big|_Q^q = \left. \frac{-t}{\gamma R C} \right]_0^t$$

$$\ln \frac{q}{Q} = \frac{-t}{\gamma R C} \Rightarrow q = Q e^{-t/\gamma R C}$$

$$i = -\frac{dq}{dt} = +Q \left(\frac{1}{\gamma R C} \right) e^{-t/\gamma R C}$$

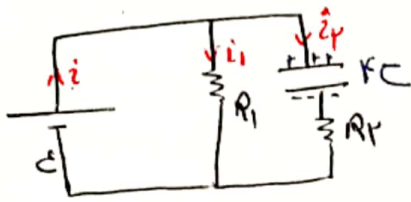
$$i = \frac{Q}{\gamma R C} e^{-t/\gamma R C}$$

④



ابتداء برای حاضرین ظرفیت معادل ۱۵۰ نویسنده.

$$C_Y = 100, C_I = 20 \Rightarrow C = C_I + C_Y = 120 = 100 + 20 = 120$$



برابر بارها زینت به این حلقه های زینت $\varepsilon - i_1 R_1 = 0$ *

$$\epsilon - i r R_r - \frac{q}{rc} = 0 \quad i r = \frac{dq}{dt}$$

$$\epsilon - \frac{dq}{dt} R_T = \frac{q}{R_C} \Rightarrow \epsilon - \frac{q}{R_C} = \frac{dq}{dt} R_T \Rightarrow \frac{\epsilon R_C - q}{R_C} = \frac{dq}{dt} R_T$$

$$\int_0^q \frac{dq}{F_{CE} - q} = \int_0^t \frac{dt}{F_{CRr}} \Rightarrow -\ln(F_{CE} - q) \Big|_0^q = \frac{t}{F_{CRr}} \Big|_0^t \Rightarrow \ln \frac{F_{CE} - q}{F_{CE}} = \frac{-t}{F_{CRr}}$$

$$1 - \frac{q}{fCE} = e^{-t/fCR_T} \Rightarrow q = fCE \left(1 - e^{-\frac{t}{fCR_T}} \right)$$

$$i_r = \frac{dq}{dt} = K \epsilon \left(\frac{1}{R_r} \right) e^{-t/KR_r} = \frac{\epsilon}{R_r} e^{-\frac{t}{KR_r}}$$

جریان عبوری از زمانه

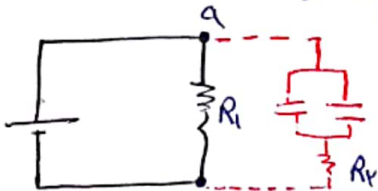
سٹا مل خازن

$$\textcircled{*} \rightarrow \mathcal{E} = i_1 R_1 \Rightarrow i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$$

هر چه در بیان سبب و مسائل خازن با زبان تغییر می ندهد اما سبب اصلی رسولی با آن

است و به صورت منقسم با اثری وصل شده تصویر می کند

همه ابر طیف برای مدت طولانی بسته بماند جریان مشابه متناوب هارن قطع می شود



$$V_{ab} = i, R_1 = V_C + V_{R_1}$$

$$i_1 R_1 = V_C \Rightarrow V_C = \frac{\varepsilon}{R_1} R_1 = \varepsilon = V_G = V_C$$

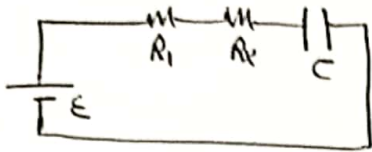
$$Q_1 = \tau_1 V_{c_1} = c_1 \epsilon \quad ; \quad Q_2 = \tau_2 V_{c_2} = 13 c_1 \epsilon$$

$$U_{th} = \int p dt = \int i_v R_v dt = \int \frac{\epsilon^r}{R_v} e^{-t/\tau_{CR_v}} R_v dt = \frac{\epsilon^r}{R_v} \int e^{-t/\tau_{CR_v}} dt$$

$$U_{th} = \frac{\mathcal{E}^2}{R_p} \left[\frac{e^{-t/RC}}{\frac{1}{RC}} \right]_0^\infty = \frac{\mathcal{E}^2}{R_p} (-RC) (0 - 1) = \frac{1}{RC} \mathcal{E}^2$$

مقدار انرژی تلف شده

در مدار پر شدن خازن در دو مقاومت با صورت سری به خازن وصل شده باشد انرژی ذخیره شده در دو خازن



$$W = \int dq \mathcal{E} = Q \mathcal{E} = C \mathcal{E}^2 = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

کار انجام شده
بارهای روی صفحات خازن

*

وقتی خازن کاملاً پر شد $Q = C \mathcal{E}$ زیرا $V_C = \mathcal{E}$

$$U_C = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{C \mathcal{E}^2}{2C} = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

* انرژی ذخیره شده در خازن

نصف انرژی کل را انجام شده توسط باتری در خازن ذخیره می شود

$$U_C = \frac{W}{2}$$

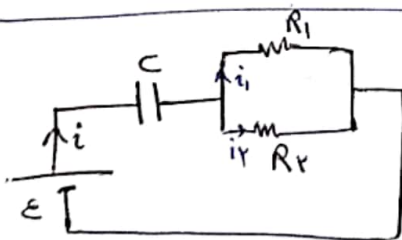
نصف انرژی در مقاومت ها تلف شده است

$$U_{th} = U_{th①} + U_{th②} = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2 = \underbrace{\int dt i^2 R_1}_{U_{th①}} + \underbrace{\int dt i^2 R_2}_{U_{th②}} = \int dt i^2 (R_1 + R_2)$$

$$U_{th①} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

$$U_{th②} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

یعنی:



آنگاه در مقاومت ها و مقاوت سوازی وصل شده باشد به خازن در این صورت

$$W = C \mathcal{E}^2$$

کار انجام شده توسط باتری

$$U_C = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2$$

$$i_1 + i_2 = i$$

$$i_1 R_1 = i_2 R_2$$

انرژی ذخیره شده در خازن

نصف انرژی تلف شده در مقاومت ها

$$U_{th R_1} = \int p dt = \int R_1 i_1^2 dt$$

$$i = i_1 + i_2 \frac{R_1}{R_2} = i_1 \frac{R_1 + R_2}{R_2} \rightarrow i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$= R_1 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 \int i^2 dt$$

9

$$U_{th R_1} = \frac{R_1 R_2^r}{(R_1 + R_2)^r} \int i^r dt$$

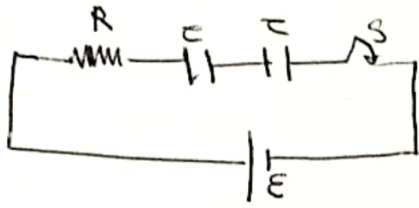
$$U_{th R_2} = \int R_2 i^r dt = R_2 \frac{R_1^r}{(R_1 + R_2)^r} \int i^r dt$$

$$\frac{1}{r} C \mathcal{E}^r = U_{th} = U_{th R_1} + U_{th R_2} = \int i^r dt \quad \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \underbrace{\int i^r dt \frac{R_1 R_2^r}{(R_1 + R_2)^r}}_{\frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{th}} + \underbrace{\int \frac{R_2 R_1^r}{(R_1 + R_2)^r} i^r dt}_{\frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{th}}$$

$$U_{th \text{①}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{r} C \mathcal{E}^r$$

$$U_{th \text{②}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{r} C \mathcal{E}^r$$

نموده سؤال: در مدار شکل زیر شامل دو خازن یکسان هر یک با ظرفیت C و یک مقاومت R و یک سویی که می‌تواند در دو حالت بسته یا باز قرار گیرد. در ابتدا سویی بسته است و مدار را به مدت t ثانیه در این حالت قرار می‌دهیم. در این مدت بارهای Q_1 و Q_2 روی خازن‌ها جمع می‌شود. اگر سویی را در $t = 0$ باز کنیم، بارهای Q_1 و Q_2 روی خازن‌ها جمع می‌شود. با استفاده از این بارها می‌توانیم در دو حالت مختلف مدار را به مدت t ثانیه در این حالت قرار می‌دهیم. در این مدت بارهای Q_1 و Q_2 روی خازن‌ها جمع می‌شود. با استفاده از این بارها می‌توانیم در دو حالت مختلف مدار را به مدت t ثانیه در این حالت قرار می‌دهیم.



$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - \frac{dq}{dt}R = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{dt}R = \mathcal{E} - \frac{q}{C} \Rightarrow \int \frac{dq}{\mathcal{E}C - q} = \int \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\frac{1}{C} \ln(\mathcal{E}C - q) = \frac{t}{RC}$$

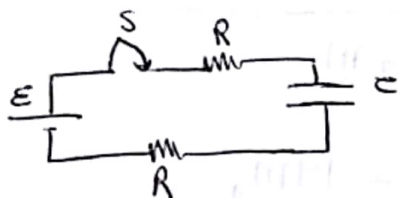
$$\ln \frac{\mathcal{E}C - q}{\mathcal{E}C} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = \frac{C\mathcal{E}}{2} \left(1 - e^{-\frac{2t}{RC}} \right)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{2} \left(+\frac{2}{RC} \right) e^{-\frac{2t}{RC}} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{2t}{RC}}$$

$$Q_{th} = \int i R dt = \int \frac{\mathcal{E}}{2} e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{\mathcal{E}}{2} \left[-\frac{RC}{2} e^{-\frac{2t}{RC}} \right]_0^\infty = \frac{\mathcal{E}RC}{4}$$

که این مقدار نصف کاری است که باتری انجام داده است.

نموده سؤال: در مدار شکل زیر قبل از بسته شدن کلید K خازن بدون بار الکتریکی است. (الف) چه زمانی بارهای Q_1 و Q_2 روی خازن‌ها جمع می‌شود. (ب) با حل مدارات مربوطه بار خازن و جریان مدار را به حسب زمان t و سایر داده‌های مسئله بدست بیاورید. (ج) با استفاده از این بارها می‌توانیم در دو حالت مختلف مدار را به مدت t ثانیه در این حالت قرار می‌دهیم. در این مدت بارهای Q_1 و Q_2 روی خازن‌ها جمع می‌شود. با استفاده از این بارها می‌توانیم در دو حالت مختلف مدار را به مدت t ثانیه در این حالت قرار می‌دهیم.



$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$$

$$\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - \frac{q}{C} = R \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{\mathcal{E}C - q}{C} = R \frac{dq}{dt} \Rightarrow \int \frac{dq}{\mathcal{E}C - q} = \int \frac{dt}{RC} \Rightarrow -\ln(\mathcal{E}C - q) = \frac{t}{RC}$$

$$\ln \frac{\mathcal{E}C - q}{\mathcal{E}C} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q = C\mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon}{RC} e^{-t/RC} = \frac{\epsilon}{RC} e^{-t/RC}$$

کارای نه پهنای کای
ی ره

$$W = \int dU = \int dq \epsilon \Rightarrow \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} \epsilon = i \epsilon$$

نر کای یار دهنه

$$Q_{th} = \int (i^2 R + i^2 R) dt \Rightarrow P_{th} = \frac{dQ_{th}}{dt} = 2i^2 R$$

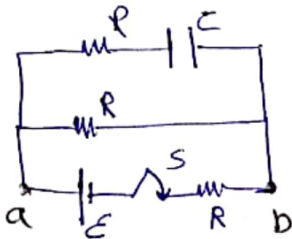
انرژی نه
نر دهنه

$$U_c = \frac{q^2}{2C} \Rightarrow dU_c = \frac{q}{C} dq \Rightarrow P_c = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{i q}{C}$$

ی نه

$$P = P_{th} + P_c \Rightarrow i \epsilon = 2i^2 R + \frac{i q}{C} \Rightarrow \epsilon = 2iR + \frac{q}{C} \checkmark$$

نورده سوال: د مدار شکل زیر ابتدا کلیدی را به بندیم تا خازن C کاملاً پر شود. اگر مقدار هر یک از مقاومت ها $R = 1k\Omega$ و ظرفیت خازن $C = 1\mu F$ و ولت باتری ۵ ولت باشد. (الف) بار خازن پر شده چقدر است. (ب) اکنون کلید را قطع می کنیم در این تابع زمانی مدار تخلیه می شود. (ج) در حالت (ب) می توانیم مدت جریان به نصف مقدار اولیه اش کاهش می یابد.



(الف) وقتی خازن پر شود مدار قطع می شود و می توانیم مدار را سبک تر کنیم تا خازن به همان مقدار برسد.

جریان پایا

$$\epsilon - IR - IR = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{2R}$$

$$V_{ab} = \epsilon - IR = V_c \Rightarrow \epsilon - \frac{\epsilon}{2R} R = \frac{\epsilon}{2} = V_c = \frac{Q}{C} \Rightarrow \frac{\epsilon}{2} = \frac{Q}{C} \Rightarrow Q = \frac{C\epsilon}{2}$$

$$Q = V_0 \times C \times \frac{1}{2} = \frac{C\epsilon}{2}$$

(ب)

$$\frac{q}{C} - iR - iR = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} = 2iR \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

$$-\frac{dq}{dt} 2R = \frac{q}{C} \Rightarrow \int \frac{dq}{q} = \int -\frac{dt}{2RC} \Rightarrow \ln q \Big|_Q^q = -\frac{t}{2RC} \Big|_0^t$$

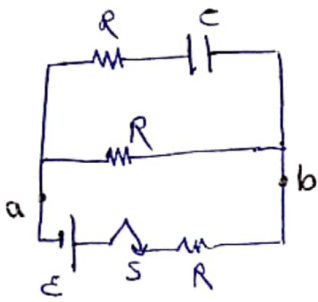
$$\ln \frac{q}{Q} = \frac{-t}{\tau RC} \Rightarrow q = Q e^{-t/\tau RC} \quad \tau = \tau RC = 1k\Omega \times 10\mu F = 10ms$$

$$i = -\frac{dq}{dt} = -Q \left(\frac{-1}{\tau RC} \right) e^{-t/\tau RC} = \frac{Q}{\tau RC} e^{-t/\tau RC} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\tau RC} = \frac{Q}{\tau RC} e^{-t/\tau RC} \Rightarrow \ln \frac{1}{\tau} = \ln e^{-t/\tau RC} \Rightarrow -\ln \tau = \ln \frac{-t}{\tau RC}$$

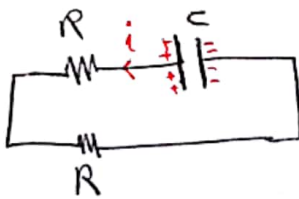
$$t = \ln \tau \quad \tau RC = (10ms) \quad \ln \tau = \ln(10)$$

مؤنه سوال در مدار شکل زیر قبل از بسته شدن کلید ی خازن بدون بار است. الف) بعد از بسته شدن کلید و نزدیک شدن زمان طولانی ($t \rightarrow \infty$) افتادن تکی سئیل دوسر خازن را بر حسب ϵ بدست آورید. ب) بعد از اینکه در مدار الف) خازن کاملاً پر شد، کلید ی را باز کنیم و مدت بعد از باز شدن کلید ی افتادن تکی سئیل دوسر خازن را $\frac{\epsilon}{4}$ می رسد؟ زمان را بر حسب RC بدست آورید؟



$$\epsilon - IR - IR = 0 \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{2R} \quad \text{جریان حالت پایا.} \quad (الف)$$

$$V_C = IR = \frac{\epsilon}{2R} R = \frac{\epsilon}{2} \quad Q = \tau \frac{\epsilon}{2}$$



$$\frac{q}{C} - \tau i R = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} = \tau R \left(-\frac{dq}{dt} \right)$$

$$\int \frac{dq}{q} = \int -\frac{dt}{\tau RC} \Rightarrow \ln q \Big|_Q^q = \left[-\frac{t}{\tau RC} \right]_0^t$$

$$\ln \frac{q}{Q} = \frac{-t}{\tau RC} \Rightarrow q = Q e^{-t/\tau RC} \Rightarrow V_C = \frac{q}{C} = \frac{Q}{C} e^{-t/\tau RC}$$

$$\frac{\epsilon}{2} = \frac{\tau \epsilon}{2} e^{-t/\tau RC} \Rightarrow \ln \frac{1}{\tau} = \ln \frac{-t}{\tau RC} \Rightarrow t = \tau \ln \tau \quad RC$$