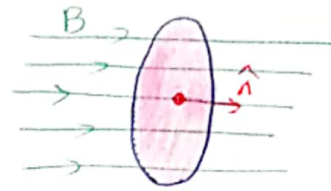


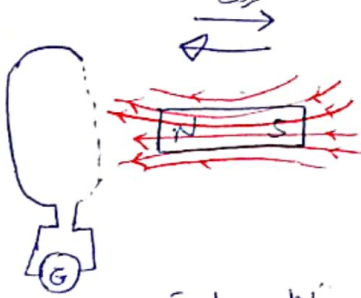
پیش از معناطیس: کندی که نشان دهد که مقدار حلقه میدان مغناطیسی عبوری از یک سطح است

$$\Phi_B \equiv \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (T.m^2) \quad \text{تعریف می کنیم}$$



$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \left( \frac{N.m^2}{C} \right) \quad \text{باید به شار الکتریکی}$$

معدله در سال ۱۸۳۰ اوستند کشف کردند سیم حامل جریان میدان مغناطیسی در اطراف خودش ایجاد می کند و بیاره از این دهنده آن به این فکر افتادند که رابطه عکس آن (یعنی تولید جریان الکتریکی از میدان مغناطیسی) باید وجود داشته باشد. تا آنکه در سال ۱۸۳۱ هائیکل فاراده (انگلستان) و جوزف هاووزی (آمریکا) به طور مستقل این رابطه را کشف کردند. آنها متوجه شدند هرگاه شار میدان مغناطیسی عبوری از یک حلقه بسته بازماند تغییر کند درون حلقه جریان الکتریکی القا می شود.



هرگاه آهنربا به حلقه سیم نزدیک و یا دور شود جریان الکتریکی درون

حلقه سیم ایجاد می شود. پس آنچه جریان القای ایجاد می کند آنست که تغییر شار مغناطیسی است.

یعنی آنست که تغییر شار مغناطیسی یک نیروی محرکه القای ایجاد می کند که آن نیروی

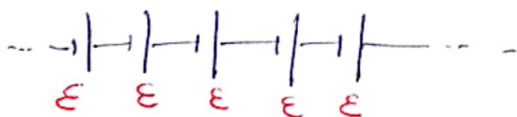
محرکه القای باعث ایجاد جریان القای در حلقه بسته می شود.

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

نیروی محرکه القای

آنست که تغییر شار مغناطیسی

اگر به جای یک حلقه N تا حلقه بسته قرار دهیم (سیمی به N تا حلقه) در این صورت در یک حلقه ها نیروی محرکه القای ایجاد می شود



مثل این است که ما باتری را (مثبت به منفی) بهم

متصل کرده باشیم. و اگر همین باتری ها سیمی به یک باتری با نیروی محرکه ای برابر  $N\mathcal{E}$  متصل می کردیم

$$\mathcal{E}_{tot} = N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

یعنی  $\mathcal{E}_{tot}$  برابر است با

۲

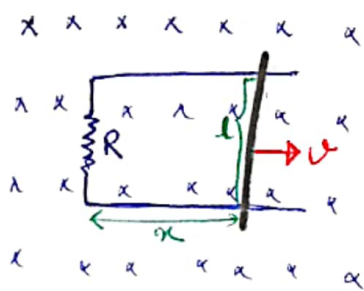
قانون لنز: هر چه به جریان القایی درون حلقه سیم در جهت است که با عامل به وجود آورنده آن مخالفت کند.  
 می‌تواند مدین اکثر شمار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال افزایش باشد، جریان القایی در جهت به وجود می‌آید که میدان مغناطیسی که خودش ایجاد می‌کند در خلاف جهت میدان مغناطیسی اولیه باشد. اگر شمار مغناطیسی عبوری از حلقه در حال <sup>کاهش</sup> باشد، جریان القایی در جهت است که با عامل به وجود می‌آید که میدان مغناطیسی هم جهت با میدان مغناطیسی اولیه باشد.  $\Leftarrow$  قانون لنز به همین علت در رابطه قانون فارادای یک منفی می‌نویسیم

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

قانون لنز

بنابراین تغییر شمار می‌تواند ناشی از تغییر اندازه میدان مغناطیسی باشد  
 و یا تغییر اندازه سطح و یا تغییر زاویه بین میدان مغناطیسی و بردار سطح.

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dB}{dt} A \cos\theta + B \frac{dA}{dt} \cos\theta + BA \frac{d\cos\theta}{dt}$$



فیزیکی می‌گوید که القایی حرکتی: مطابق شکل در یک جهت میدان مغناطیسی ثابت درون سیم قرار دارد. یک مدار بسته در این میدان عبور بر حلقه میدان مغناطیسی داریم به طوریکه می‌تواند در انتهای مدار می‌تواند حرکت کند. فرض کنید یک عامل خارجی می‌تواند با سرعت ثابت حرکت می‌دهد به طوریکه مساحت حلقه در حال افزایش است

الف) جریان القایی  $\mathcal{E}$  با توان ایجاد کند درون مقاومت R  
 ب) منبع ایجاد این توان ترمی چیست

الف) حرکت می‌تواند مساحت آن را باز می‌کند پس شمار مغناطیسی عبوری از آن در حال افزایش است.

$$\Phi_B = B A \cos\theta$$

سطح بسته نیست پس نمی‌توانیم برای سطح باز جهت تعیین کنیم. قرارداد:  $\theta$  زاویه کمتر بین B و A در نظر می‌گیریم

در شکل ۵ بین بردار عمود بر سطح و بردار مغناطیسی می‌توانیم  $\theta$  و یا  $180$  یا  $0$  و می‌توانیم طبق قانون زاویه  
کسینوس  $\theta$  را انتخاب می‌کنیم.

$$\Phi_B = B A \cos 0 = B A = B \times l$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = B l \frac{dv}{dt} = B l v \Rightarrow \mathcal{E} = B l v$$

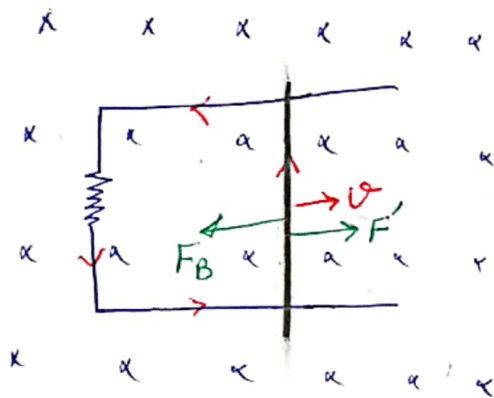
نیروی محرکه الکتریکی درون مدار ای (یا هر چه که برابر است با)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B l v}{R}$$

(ب) جریان الکتریکی درون مدار باعث ایجاد درون مقاومت  $R$  مدار می‌شود که ایند تولید نیروی دسایین برابر است با:

$$P_{th} = I^2 R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R^2} R = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} \quad *$$

۲. ای خواهیم بدانیم این انرژی دسایین ایجا در درون مقاومت از کجا آمده.



دشار در حال افزایش است  $\Rightarrow$  جریان الکتریکی یا دساعتگرد ایجا می‌شود.

به سبب حامل جریان در میدان مغناطیسی نیروی دسایین می‌شود.

به سبب حرکت این مدار دسایین حرکت دسایین نیروی دسایین ایجا می‌شود.

نیروی تکیه گاه خنثی می‌شود. بنابراین فقط حرکت متحرک را در نظر

می‌گیریم. نیروی مغناطیسی به سمت چپ. برای اینکه به ظاهر با سرعت ثابت حرکت کند باید عامل خارجی

یک نیرو به آن وارد کند مساوی با  $F_B$  و در خلاف جهت آن تا سرعت حرکت میل به ثابت بماند.

$$\vec{F}' = -\vec{F}_B \quad \vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow F_B = I l B \sin 90^\circ = I l B = \frac{B l v}{R} B l = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

$$F' = F_B = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

عامل خارجی کار انجام می‌دهد کار آن مثبت است کار عامل خارجی به صورت زیر ظاهر می‌شود

$$P' = \frac{dW'}{dt} = \frac{F \cdot dx}{dt} = F \cdot v = F v = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} = \frac{B^2 l^2 v^2}{R} \quad ** \quad P_{th} = P'$$



(۴)

الکترونیک و بار را درون میدان مغناطیسی یکپارچه و عمود بر آن حرکت دهیم و با افتادگی افتادگی

خبر در میدان رسانا اکثریت های آزاد است به ذرات باردار در حال حرکت درون میدان

مغناطیسی نیز وارد می شود به بار در جهت نیز و به سمت بالا وارد می شود و به بار منفی

نیز به سمت پایین وارد می شود. این دو سر مدار افتادگی ایجاد می شود

این تجمع بارهای مثبت و منفی در بار در مرتبه قطع می شود. زیرا به بارها علاوه بر نیروی مغناطیسی، نیروی الکتریکی

هم وارد می شود. نیروی الکتریکی به بار در جهت در جهت میدان الکتریکی ایجاد شده بین بارهای مثبت و منفی است

$$qE = F_B = qvB \Rightarrow E = vB = \frac{V}{l} \rightarrow \text{افتادگی بین دو سر مدار}$$

$$V = B l v \rightarrow \text{سرعت مدار}$$

طول مدار

آنها میدان مغناطیسی بازمان: در این جایی فوایدی مخرج می کنند که میدان مغناطیسی که در این قسمت از فضا وجود دارد از نظر فضایی همسان ندارد و جهت است. در صورتی که آن بازمان تغییر می کند و نیروی محرکه القایی غیر حرکتی

در جهت نیروی محرکه القایی حرکتی: آنچه باعث ایجاد جریان القایی و حرکت بارها در مدار می شود نیروی مغناطیسی است. به بار متحرک در درون میدان مغناطیسی نیز وارد می شود! (مثال صفحه قبل)

در نیروی محرکه القایی غیر حرکتی (بدون نیروی محرکه القایی به خاطر حرکت و بار در درون میدان مغناطیسی ثابت ایجاد شده)

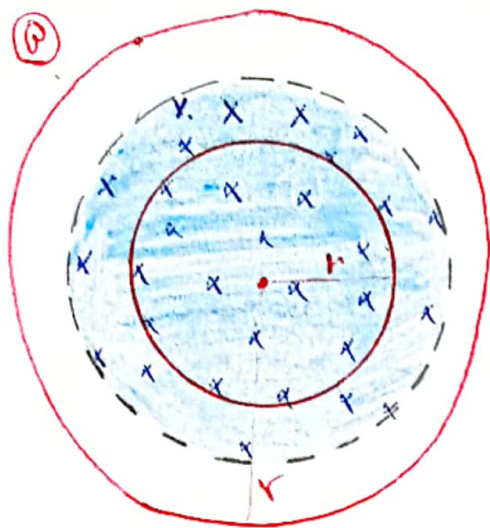
باشند. نیروی مغناطیسی نمی تواند باعث ایجاد جریان القایی شود. جریان القایی بدین حرکت بارها و وقتی که از ابتدا

در حالت سکون اند. به نظر شما چرا این موارد به عاملی باعث حرکت بارها در جریان القایی می شود؟

مثال: فرض می کنیم در یک قسمت فضا به شکل استوانه یک میدان مغناطیسی  $B$  یکپارچه فضا به ابعاد مشخص شده است

با وجود اینکه  $B$  از نظر فضایی یکپارچه است ولی مقدار آن بازمان در حال تغییر است

$$\frac{dB}{dt} \neq 0$$



دیران مغناطیسی درون سواست. یک میدان دایره‌ای شکل به شعاع  $r < R$  در این ناحیه فرض می‌کنیم به طوریکه  $R$  شعاع ناحیه‌ای است که دیران مغناطیسی در آنجا قرار دارد.

$$\Phi_B = B \cdot A = B \pi r^2 \cos \theta$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dB}{dt} \pi r^2 \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{dB}{dt} \pi r^2$$

شیروی محرک الکتریکی جریان الکتریکی درون سیم ایجاد می‌کند. اگر  $\frac{dB}{dt}$  میل به صاف شدن داشته باشد جریان زیاد ساعتگرد است  $\leftarrow$  جریان به سمت حرکت بارها و قسماً در جهت سکون بودند  $\leftarrow a \leftarrow F$  این شیر و غمی تواند شیروی مغناطیسی باشد زیرا بارها ساکن بوده اند پس الکتریکی است.

میدان مغناطیسی متغیر با زمان میدان الکتریکی الکتریکی ایجاد می‌کند. میدان الکتریکی الکتریکی باعث حرکت بارها می‌شود. میدان الکتریکی طوری است که

$$\mathcal{E} = \int \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

میدان الکتریکی الکتریکی

این میدان الکتریکی الکتریکی بر خلاف میدان الکتریکی معمولی به بارهای الکتریکی غم نمی‌شود زیرا عامل به وجود آورنده آن بار الکتریکی نیست. این باید به صورت خطوط سبب باشد. به سری خطوط سبب ای که تقاطع استوانه‌ای داشته باشد  $\leftarrow$  دایره‌های هم مرکز

دیران مغناطیسی محاسب به وجود آورنده میدان الکتریکی الکتریکی است تقاطع استوانه‌ای دایره‌ای میدان الکتریکی به وجود آمده نیز باید جهت تقاطع را داشته باشد.

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{L} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

در جهت

اگر در مسیری دایره‌ای شکل به شعاع  $r$  یا در ساعتگرد حرکت کنیم (در جهت میدان الکتریکی  $E$ )

$$\mathcal{E} \pi r = \frac{dB}{dt} \pi r^2 \Rightarrow E = \frac{r}{R} \frac{dB}{dt} \quad r < R$$

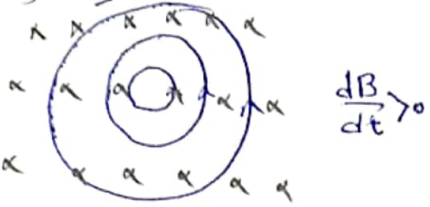
$$\mathcal{E} \pi R = \frac{dB}{dt} \pi R^2 \Rightarrow E = \frac{R}{r} \frac{dB}{dt} \quad r > R$$

اگر در مسیری دایره‌ای به شعاع  $r > R$  حرکت کنیم

میدان الکتریکی (الف) ۱. به صورت خطوط به انداز برای میدان مغناطیسی متفاوت فضای میدان های الکتریکی

اتفاقی به صورت دایره های هم مرکز در. همان تقاطع فضای رادارند. ۲. بارهای الکتریکی ختم می شوند

۳. یا سیمای دیستاز زیاده در یک سیمای ۴.  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$  صفر نشد برابر شد با نیروی یکد که اتفاقی. چون یا سیمای

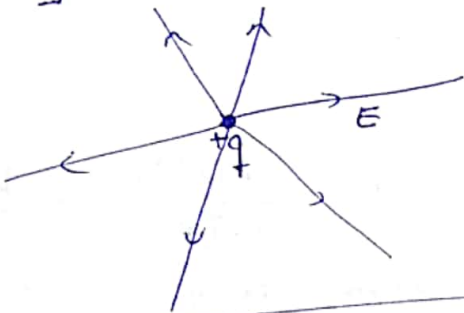


دیستاز پس می توان برابر آنها بتوانیل الکتریکی تعریف کرد.

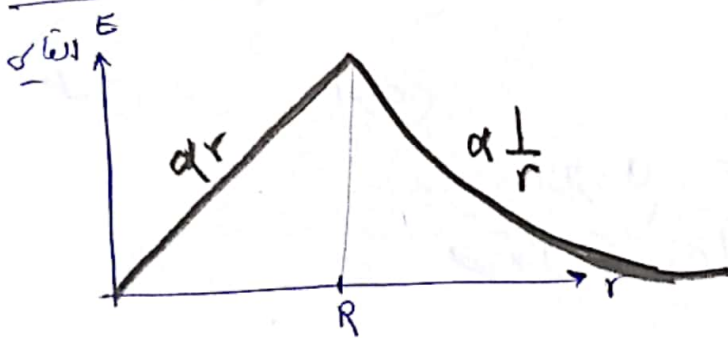
میدان الکتریکی (ب) ۱. به صورت خطوط بازاند ۲. بارهای الکتریکی شروع می شوند و در کل فضا

پخش می شوند. ۳. نیروی ناشی از این میدانها یا سیمای راست یعنی برای میدانهای ناشی از بارها  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0$

زیرا طبق تعریف  $\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = V_B - V_A$  و  $A=B$  برابر باشند  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = V_A - V_A = 0$

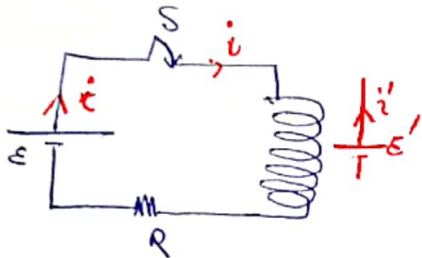


برای این نیروها بتوانیل الکتریکی تعریف می کردیم.





خود القایی: یکی از ویژگی‌های مدارهای الکتریکی بود که مدارها می‌توانند به آنها القاگر نیز نام دهیم. القاگر وسیله‌ای است که با تغییر جریان درون مدار القاگر می‌تواند تغییر جریان در مدار وقتی که مدار باز و بسته می‌شود، رخ می‌دهد. فرض کنید یک مدار داریم شامل باتری، کلید، القاگر و یک مقاومت  $R$ .



وقتی که در  $t=0$  کلید بسته می‌شود، جریان الکتریکی درون مدار از صفر شروع به زیاد شدن می‌کند. جریان درون سیم‌واره میدان مغناطیسی ایجاد می‌کند که جهت این میدان مغناطیسی به سمت راست است.

این میدان مغناطیسی بازتاب در حال تغییر است زیرا جریان الکتریکی که آن را به وجود آورده است نیز در حال تغییر است. پس دو القاگر (سیم‌واره) یک نیروی محرکه القایی ایجاد می‌شود. نیروی محرکه القایی با عامل به وجود آورنده فور القا می‌کند و وقتی کلید بسته می‌شود جریان و میدان مغناطیسی در حال افزایش است پس جریان القایی در خلاف جهت جریان اصلی ایجاد می‌شود تا با این افزایش مخالفت کند.

$$\epsilon' = N \frac{d\Phi_B}{dt} = N \frac{d\Phi_B}{dt} \propto \frac{dI}{dt}$$

نیروی محرکه القایی ایجاد شده در دو القاگر متناسب با آهنگ تغییر جریان است. مزید تناسب را می‌توانیم

$$\epsilon' = L \frac{dI}{dt}$$

خود القایی می‌نامیم و با  $L$  نمایش می‌دهیم

$$L \frac{dI}{dt} = N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

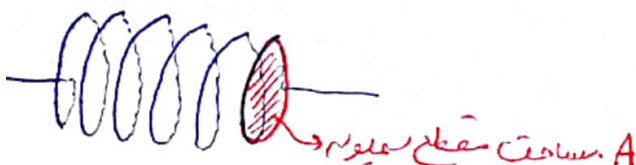
مزید خود القایی که به شکل سیم‌واره و تعداد دورهای آن بستگی دارد. خلاصه اینکه به مشخصات هندسی سیم‌واره بستگی دارد.

$$L I = N \Phi_B \Rightarrow L = \frac{N \Phi_B}{I}$$

لذا این رابطه می‌تواند را نشان می‌دهیم

برای یک سیم‌واره ایده‌آل: میدان مغناطیسی درون سیم‌واره  $B = \mu_0 n I$

$$\Phi_B = B A \cos 0 = \mu_0 n I A$$



⑦ ⑧

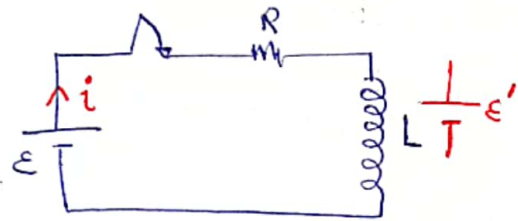
$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 I A}{l} = \mu_0 \mu_r N A = \mu_0 \frac{N^2 A}{L}$$

$$n = \frac{N}{L} \rightarrow \text{طول سیم پیچ}$$

تعداد کل دورها

واحد منسوب خود اِثقا: تسلا . متر مربع  
 هانری =  $\frac{\text{تسلا} \cdot \text{متر مربع}}{\text{آمپر}}$  واحد منسوب خود اِثقا را هانری می نامیم

مدارهای RL: می خواهیم یک مدار الکتریکی فرض کنیم شامل باتری، مقاومت، و القاگر باشد و برای این مدار جریان الکتریکی را بر حسب زمان بدست بیاوریم.



فرض می کنیم در  $t=0$  کلید بسته می شود. جریان متغیر در مدار برقرار می شود. همانون حلقه

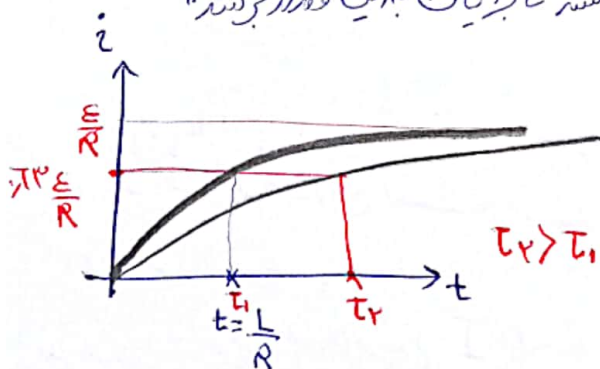
$$\varepsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0$$

دوم القاگر یک نیروی مخالفی که با افزایش جریان مخالفت می کند معین جریان اِثقا را باید در نظر بگیریم. جهت جریان اصلی باشد.

$$\varepsilon - iR = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \int \frac{di}{\varepsilon - iR} = \int \frac{dt}{L} \Rightarrow \left( -\frac{1}{R} \right) \ln(\varepsilon - iR) = \frac{t}{L} \Rightarrow \ln(\varepsilon - iR) = -\frac{tR}{L}$$

$$\ln \frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon} = -\frac{tR}{L} \Rightarrow \ln \left( 1 - \frac{iR}{\varepsilon} \right) = -\frac{tR}{L} \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} \left( 1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} \right)$$

معین جریان فوراً به مقدار ماکزیمم  $\frac{\varepsilon}{R}$  نمی رسد بلکه مقداری طول می کشد تا جریان به این مقدار برسد.



$$t = \frac{L}{R} \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-1}) = 0.63 \frac{\varepsilon}{R}$$

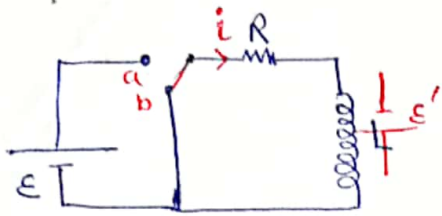
$$\frac{L}{R} \text{ ثابت زمانی مدار می باشد}$$

$$\tau_L = \left[ \frac{L}{R} \right] = \frac{[T] \cdot m^2}{\frac{N}{C} \cdot \frac{m}{A}} = \frac{M \cdot s \cdot m^2 \cdot A}{C \cdot m \cdot m \cdot m} = s$$

ثابت زمانی نشان دهنده مدت زمانی است که طول می کشد جریان به مقدار بیست و سه درصد خود برسد.



اگر در یک مدار که شامل باتری، مقاومت و القاگر است، لحاظ شکل کلید را از a به b وصل کنیم:



این باریندزی که القا در حقیقت ایجاد می شود که با

$$-iR + L \frac{di}{dt} = 0$$

گرایش جریان مخالفت کند و مانع از این شود که جریان به سمت صفر برود یعنی جریان القا می آید، ریشه باید با جریان خازنیه هم جهت باشد.

در رابطه بالا ناآغایی،  $\frac{di}{dt}$  ذاتاً منفی است پس ما فوراً در رابطه بالا قبل از  $\frac{di}{dt}$  یک

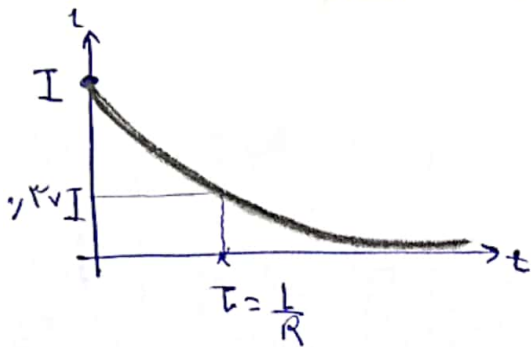
منفی می نزنیم تا منفی بودن  $\frac{di}{dt}$  منتهی شود زیرا جهت را درست تشخیص داده ایم پس انتظاری داریم

ایستاده آمده مثبت باشد.

$$-iR - L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \int \frac{di}{i} = -\int \frac{R}{L} dt$$

$$\ln i = -\frac{R}{L} t \Rightarrow \ln \frac{i}{I} = -\frac{R}{L} t \Rightarrow i = I e^{-\frac{Rt}{L}}$$

وقتی که القاگر در مدار داریم جریان آنرا قطع می شود و وقتی که کلید مسافت منبع تغذیه قطع می شود، بلکه به صورت زمان طول می کشد

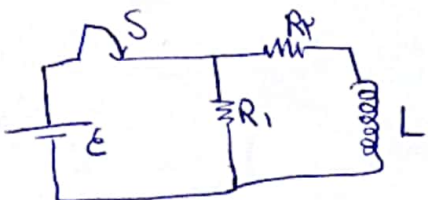


اگر  $t = \left(\frac{L}{R}\right) \Rightarrow i = I e^{-1} = 0.37 I$

ثابت زمانی

**مثال:** در شکل کلید سبکی می شود در القاگر جریان پایدار برقرار می شود حال در  $t=0$  کلید باز می شود.

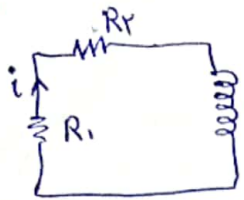
الف) و نتایج داریم دوسر القاگر درست بعد از باز شدن کلید را پیدا کنید. با  $\tau$  مدت طول می کشد تا جریان به یک ششم مقدار اولیه اش کاهش یابد.



$\varepsilon = 12V$ ;  $R_1 = 4k\Omega$ ,  $R_2 = 2k\Omega$

$L = 9mH$

۱۰



$$-iR_1 - iR_2 + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$i(R_1 + R_2) = -L \frac{di}{dt} \Rightarrow \int \frac{di}{i} = - \int \frac{dt(R_1 + R_2)}{L}$$

$$\ln i = - \frac{t(R_1 + R_2)}{L} \Rightarrow \ln \frac{i}{I} = - \frac{t(R_1 + R_2)}{L} \Rightarrow i = I e^{-\frac{t(R_1 + R_2)}{L}}$$

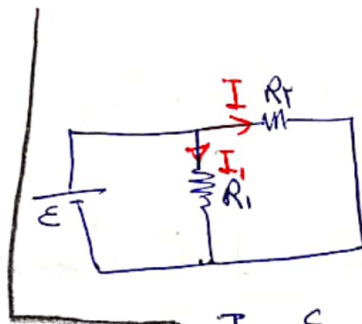
این جریان همان جریان شاف ای که درون آن القاگر است و وقتی که حالت پایا برقرار

شده بود. وقتی که کلید S باز شود جریان درون شاف مقاومت R1 آنرا صفر می شود

زیرا عاملی که باعث حس جریان در این شاف و مخالفت کند وجود ندارد. فقط جریان شاف

شامل القاگر آنرا صفر می شود.

$$I = \frac{\varepsilon}{R_2} = 4 \text{ mA}$$



حالت پایا عقب از لحظه کلید باز شود

بعد از باز شدن کلید

بازمانده می شود

$$\varepsilon' = -L \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon' = k I \left( \frac{L(R_1 + R_2)}{L} \right) e^{-\frac{t(R_1 + R_2)}{L}}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_2} = \frac{12}{3} = 4 \text{ mA}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1} = \frac{12}{4} = 3 \text{ mA}$$

$$\varepsilon' = I(R_1 + R_2) e^{-\frac{t(R_1 + R_2)}{L}}$$

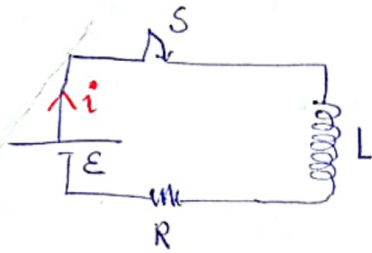
$$\xrightarrow{t=0} \varepsilon' \Big|_{t=0} = I(R_1 + R_2) = 4 \text{ mA} \cdot (4 + 3) \text{ k}\Omega = 28 \text{ V}$$

$$i = I e^{-\frac{t(R_1 + R_2)}{L}} = \frac{I}{4} \Rightarrow \ln \left( e^{-\frac{t(R_1 + R_2)}{L}} \right) = \ln \left( \frac{1}{4} \right)$$

$$t \left( \frac{R_1 + R_2}{L} \right) = \ln 4 \Rightarrow t = \frac{L}{R_1 + R_2} \ln 4 = \frac{9}{4} \times 10^{-4} \ln 4 = \frac{9}{4} \ln 4 (\mu\text{s})$$

پژای در القاگرها :

پیدا مدار ساده شامل مقاومت القاگر و منبع تغذیه در زمان سی دی



$$(\epsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0) \times i$$

آهنک ذخیره انرژی در القاگر

$$\epsilon i = i^2 R + L i \frac{di}{dt}$$

آهنک انجام کار توسط باتری

آهنک تلف انرژی به صورت گرما درون مقاومت

$$\frac{dU_L}{dt} = L i \frac{di}{dt} \Rightarrow \int dU_L = \int L i di \Rightarrow U_L = \int_0^I L \frac{i^2}{2} \Rightarrow U_L = \frac{1}{2} L I^2$$

انرژی ذخیره شده در القاگر وقتی جریان مدار از 0 تا I تغییر کند. این رابطه سبب بهر فاران هست  $\frac{1}{2} \epsilon i^2$  انرژی ذخیره می شود

برای یک سیم پیچ ایده آل

تعمیم دهن سیم پیچ

$$L = \mu_0 N^2 A / l \Rightarrow U_L = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 A}{l} I^2 = \frac{1}{2 \mu_0} (A l) \left( \frac{\mu_0 N I}{l} \right)^2 = \frac{B^2}{2 \mu_0} (A l)$$

$$B = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

$$u = \frac{U_L}{A l} = \frac{1}{2 \mu_0} B^2$$

هر جایی که میدان مغناطیسی

باشد درون میدان انرژی ذخیره شده است

شده است

سبب رابطه ای که برای میدان استرینج درسته

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

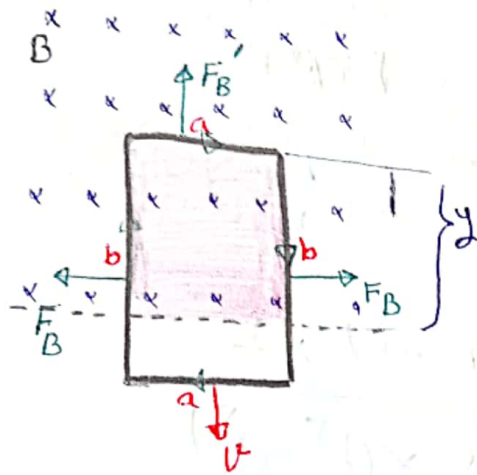
فصل های این فصل : حوضه سون : ۷ ، ۸ ، ۹ (فصل ۳۳)

هالیو فصل ۳۰ : ۳۳ - ۷۵



مسئله ب - ۵۵ فصل ۲۲: یک حلقه سیم مستطیل شکل به حجم  $m$  و مقاومت کل  $R$  با ابعاد نشان داده شده در شکل (۷) آزادانه تحت تأثیر نیروی گرانش سقوط می کند و در هنگام سقوط از ناحیه ای با میدان مغناطیسی افقی و یک یکنواخت  $B$  خارج می شود. صفحه حلقه بر  $B$  عمود است. (الف) آیا جریان القا می شود حلقه ساعتگرد است؟ (ب) سقوط حلقه در یک تندی معین  $v$  در حالی که از میدان خارج می شود بدون شتاب است. نشان دهید که این تندی برابر است با  $\frac{mgR}{B^2 a^2}$ .

الف) فشار در حال کاهش است. جریان القا می شود با کاهش شتاب و مخالفت می کند.  
 ب) این جریان ساعتگرد است.



$$v = \text{const} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = 0$$

نیروهای وارده شدن  $F_B$  و  $mg$

$$F_B' = mg$$

$$F_B' = I \vec{a} \times \vec{B} = I a B$$

جریان القا می

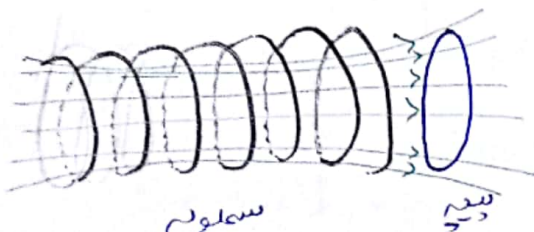
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{1}{R} \frac{d\Phi_B}{dt} ; \quad \Phi_B = \int B \cdot dA = B a y \rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} = B a \frac{dy}{dt} = B a v$$

$$I = \frac{1}{R} B a v$$

$$F_B' = mg \Rightarrow mg = I a B = \left( \frac{B a v}{R} \right) a B = \frac{B^2 a^2 v}{R}$$

$$mg = \frac{B^2 a^2 v}{R} \Rightarrow v = \frac{mgR}{B^2 a^2}$$

مسئله ب - ۷ فصل ۳۲: یک پیچ سیم تخت (۱۰) دوری در انتهای یک سیم بلند  $n$  دارد که از آن می آید. شش های پیچ و سیم به برابر  $R = 5 \text{ cm}$  و محور آنها با هم منطبق اند. (الف)  $\mathcal{E}$  القا می در پیچ  $2 \text{ mV}$  باشد آهسته تغییر جریان در سیم را پیدا کنید.



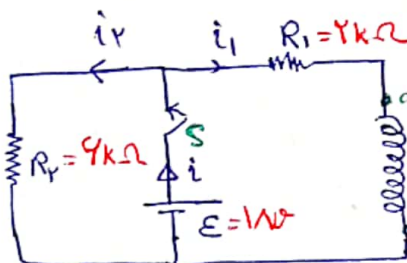
$$\mathcal{E} = N \frac{d\Phi_B}{dt} = N \frac{d}{dt} (B \cdot A) = \frac{N a I}{r} \cdot \frac{d}{dt} (B \cdot A)$$

تعداد دور پیچ  $N$     مساحت پیچ  $A$

$$\textcircled{3} \quad \mathcal{E} = N \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu_0 n I}{r} \pi R^2 \cos \theta \right) = N \frac{\mu_0 n}{r} \pi R^2 \frac{dI}{dt}$$

$$V_{L0} = V_0 \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 4000 \times \pi (1.5 \times 10^{-2})^2}{r} \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \dots$$

**مسئله ۲۰ - فصل ۳۲ حوضه سون:** در شکل مدار سیم پیچ و شرایط حالت پایدار در مدار برقرار است. سیم پیچ در لحظه  $t=0$  کلید باز می شود. الف) دقایق اولی، ب) دوسم القاگر را درست بچیز  $t=0$  به دست آورید. کدام سیم پیچ در سری سیم بالائی است  $a$  یا  $b$ ؟ با نمودارهای تقریبی جریان ها در  $R_1$  و  $R_2$  را بر حسب زمان رسم کنید. وضعیت های حالت پایدار را مشخص در نقاط بزرگتر. معادلاتی را بنویسید.  $t=0$  را نشان دهید. ب) و مدت بین  $t=0$  بزرگی جریان در  $R_2$  به صورت تابعی از  $t$  را محاسبه کنید.



ابتدا برای وقتی که کلید بسته می شود  
مسئله را حل می کنیم

طریقه سیم: جریانی که در سیم پیچ است و با زمان تغییر نمی کند  $i_2 = \mathcal{E} / R_2$   $\rightarrow i_2 R_2 = \mathcal{E}$

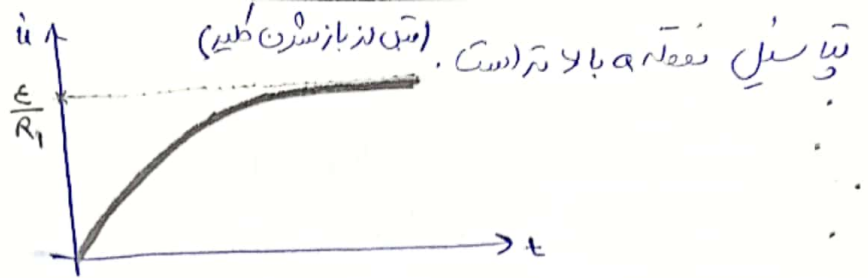
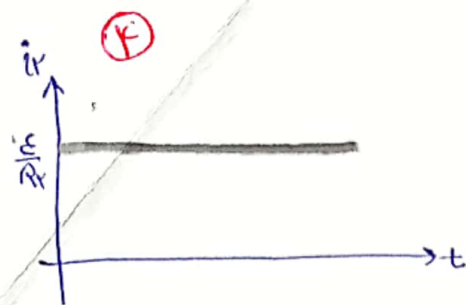
$$\mathcal{E} - i_1 R_1 - L \frac{di_1}{dt} = 0 \Rightarrow \mathcal{E} - i_1 R_1 = L \frac{di_1}{dt} \Rightarrow \int \frac{dt}{L} = \int \frac{di_1}{\mathcal{E} - i_1 R_1}$$

$$\left[ \frac{t}{L} \right]_0^+ = \left[ -\frac{1}{R_1} \ln(\mathcal{E} - i_1 R_1) \right]_0^{i_1} \Rightarrow -\frac{t R_1}{L} = \ln \frac{\mathcal{E} - i_1 R_1}{\mathcal{E}} \Rightarrow \frac{\mathcal{E} - i_1 R_1}{\mathcal{E}} = e^{-\frac{t R_1}{L}}$$

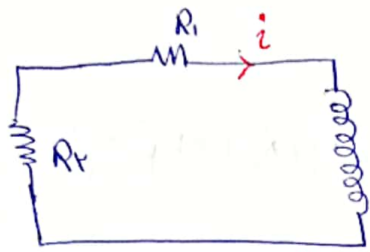
$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \left( 1 - e^{-\frac{t R_1}{L}} \right) \Rightarrow \frac{di_1}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R_1} \left( \frac{R_1}{L} \right) e^{-\frac{t R_1}{L}} = \frac{\mathcal{E}}{L} e^{-\frac{t R_1}{L}}$$

$$\mathcal{E}' = L \frac{di_1}{dt} = \mathcal{E} e^{-\frac{t R_1}{L}} \Big|_{t=0} \Rightarrow \mathcal{E}'(t=0) = \mathcal{E}$$

در لحظه وصل القاگر به سیم پیچ القاگر در لحظه  $t=0$  دیگر سیم  $\mathcal{E}$  برابر با سیم پیچ خود باقی می ماند. به طوریکه جریان حاصل عبوری در مدار در  $t=0$  برابر می ماند.



حال فرض می کنیم در  $t=0$  کلید جاری شود:



به محض بازسخت کلید، جریان در شاخه  $R_2$  فوراً منقرض می شود.  $\epsilon' = -L \frac{di}{dt}$

و در جریان شاخه افکند  $R_1$  کم می شود.

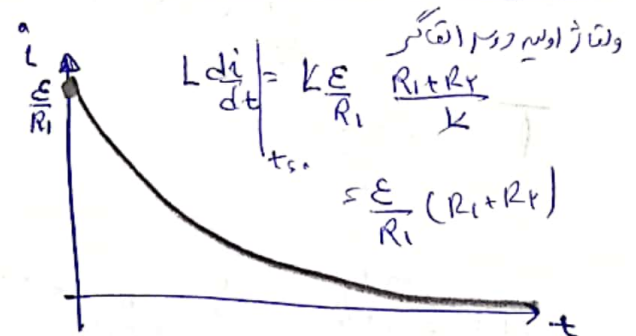
بنابراین  $\frac{di}{dt}$  ذاتاً منفی است.

$$-iR_1 + \epsilon' - iR_2 = 0 \Rightarrow i(R_1 + R_2) = -L \frac{di}{dt}$$

$$\int \frac{di}{i} = \int -\frac{dt(R_1 + R_2)}{L} \Rightarrow \ln i = -\frac{t(R_1 + R_2)}{L} \quad \ln \frac{i}{I_1} = -\frac{t(R_1 + R_2)}{L}$$

جریان پایا مقدار بازسخت کلید در شاخه افکند

$$i = \left( \frac{\epsilon}{R_1} \right) e^{-\frac{t(R_1 + R_2)}{L}} = \frac{\epsilon}{R_1} e^{-t(R_1 + R_2)/L}$$



$$i = \frac{\epsilon}{R_1} e^{-t(R_1 + R_2)/L} = 2 \text{ mA}$$

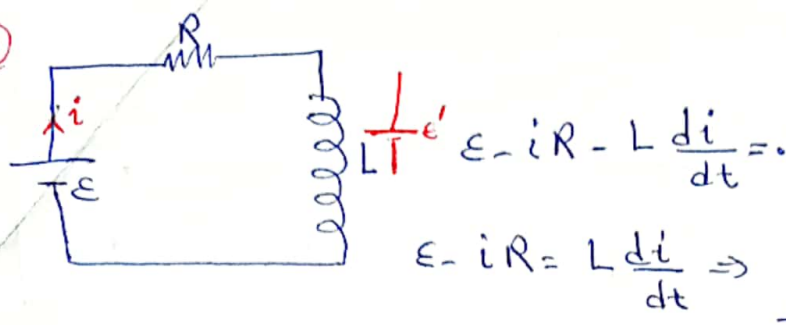
$$\frac{2 \text{ mA}}{4} e^{-t(\frac{1}{4} \times 10^4)} = 2 \text{ mA} \Rightarrow t(2 \times 10^4) = \ln \frac{4}{2} \Rightarrow t = 5 \times 10^{-5} \ln 2 \text{ (s)}$$

**مسئله ۳۰ فصل ۳: هالیدی:** برای مدار شکل فرض کنید  $L = 515 \text{ H}$ ,  $R = 7.17 \Omega$ ,  $\epsilon = 10 \text{ V}$

باتری آکسیدی را در زمان  $t=0$  به مدار وصل می کنیم. الف) مقدار انرژی باتری در زمان  $2 \text{ s}$  اول به مصرف می رسد؟ ب) مقدار انرژی در مدار (مغناطیسی افکند ذخیره می شود. ج) مقدار انرژی (انرژی در سقاوت تلف می شود



2)



$$-\frac{1}{R} \ln(\varepsilon - iR) \Big|_0^i = \frac{t}{L} \Big|_0^t \Rightarrow \ln \frac{\varepsilon - iR}{\varepsilon} = -\frac{tR}{L} \Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-tR/L}\right)$$

work done by battery  
 $dW = dq \varepsilon \Rightarrow W(t) = \int_0^t dq \varepsilon = \int_0^t i dt \varepsilon = \varepsilon \int_0^t i dt$

$$\begin{aligned}
 &= \varepsilon \int_0^t \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-tR/L}) dt = \frac{\varepsilon^2}{R} \int_0^t dt (1 - e^{-tR/L}) = \frac{\varepsilon^2}{R} \left( t - \frac{e^{-tR/L}}{-R/L} \right) \Big|_0^t \\
 &= \frac{\varepsilon^2}{R} \left[ t + \frac{L}{R} (e^{-tR/L} - 1) \right]
 \end{aligned}$$

$$U_L = \frac{1}{V} \int I^2 = \frac{1}{V} L \frac{\varepsilon^2}{R^2} (1 - e^{-tR/L})^2 \quad (1)$$

$$P_{th} = i^2 R = \frac{\varepsilon^2}{R^2} R (1 - e^{-tR/L})^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} (1 - e^{-tR/L})^2 \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 U_{th} &= \int_0^t P_{th} dt = \frac{\varepsilon^2}{R} \int_0^t dt (1 - e^{-tR/L})^2 = \frac{\varepsilon^2}{R} \int_0^t \left( 1 + e^{-2tR/L} - 2e^{-tR/L} \right) dt \\
 &= \frac{\varepsilon^2}{R} \left[ t + \frac{e^{-2tR/L}}{-2R/L} - 2 \frac{e^{-tR/L}}{-R/L} \right] \Big|_0^t = \frac{\varepsilon^2}{R} \left( t - \frac{L}{2R} (e^{-2tR/L} - 1) + \frac{2L}{R} (e^{-tR/L} - 1) \right)
 \end{aligned}$$

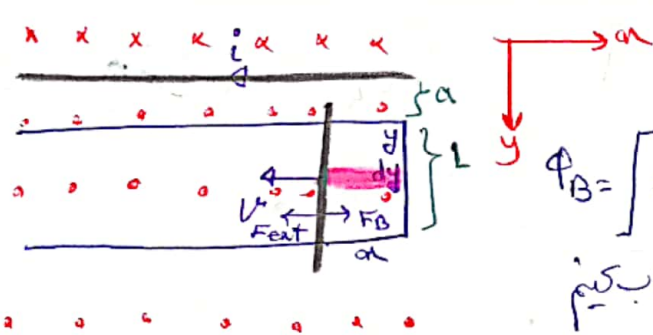
⑦

$$W = U_L + U_{th} \quad (\text{انبات پر عمل داسنجو})$$

و به طول  $100\text{ cm}$  : شکل میلای به طول  $L = 100\text{ cm}$  را نشان می دهیم که بر اثر نیروی  $F$  وارد شده با سهفت ثابت  $\frac{1}{2} \text{ m/s}$  روی ریل های افقی به حرکت درآمده شده است. میلای ریل ها و نوار رسانا در انتهای ریل ها با هم حلقه ای رسانا به وجود آمده اند، مقاومت رسانا را برابر  $R$  و مقاومت بقیه حلقه را ناچیز در نظر بگیرید. عبور جریان  $i = 100\text{ A}$  در سیم مستقیم و بلندی  $a = 10\text{ cm}$  از حلقه مرکز دارد، میدان مغناطیسی  $\vec{B}$  را کثیف افقی بپذیر

می آید که در حلقه عبوری کند. (الف) نیروی محرکه و (ب) انقوائی (ج) انقوائی در حلقه (یا) بید (ج) (انرژی

کتابهای باقی‌مانده در قفسه پرونده می‌آید (در موارد زیر می‌تواند باید بر رویه وارد شود تا سرعت آن کم‌تر باشد) x x x x x x x



ہم باجی اھنٹی (ایک میٹر رسی علیہ کارایام میں دھڑ

$$\Phi_B = \int B \cdot dA$$

B غیر یکپواقت است پس با این اعلان تیری مشارک را حساب کنیم

$$d\phi_B = B \cdot dA = B dA \cos 0 = \frac{\mu_0 i}{4\pi (a+y)} \times dy \Rightarrow \phi_B = \int \frac{\mu_0 i z dy}{4\pi (a+y)}$$

$$Q_B = \frac{\rho_0 i x}{r \pi} \int \frac{dy}{a+y} = \frac{\rho_0 i x}{r \pi} \left[ \ln(a+y) \right]_0^L = \frac{\rho_0 i x}{r \pi} \ln \frac{a+L}{a}$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{da}{dt} \ln \frac{a+L}{a} = \frac{\mu_0 i \ell}{2\pi} \ln \frac{a+L}{a} = \mathcal{E}$$

$$\frac{i}{\omega} = \frac{\epsilon}{R} = \frac{\rho_0 \omega}{\gamma R} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right)$$

$$P_{th} = i^2 R = \frac{V_o^2 i^2 V^2}{K \pi^2 R^2} \left( \ln \left( \frac{a+L}{a} \right) \right)^2 R = \frac{V_o^2 i^2 V^2}{K \pi^2 R} \left( \ln \left( \frac{a+L}{a} \right) \right)^2 \quad (2)$$

⑦ جهت جریان القای پادساعتگرد می‌توانی مختلطی وارد بر میدان متحرک به سمت راست. نیروی خارجی باید به سمت چپ به آن وارد شود تا با سرعت ثابت حرکت کند.

$F_{ext} = F_B = i \int \vec{L} \times \vec{B}$  → نیروی وارد بر هر اجزای میدان با هم متفاوت است زیرا  $B$  غیر یکنواخت است پس باید با اجزای نیروی کل را حساب کنیم

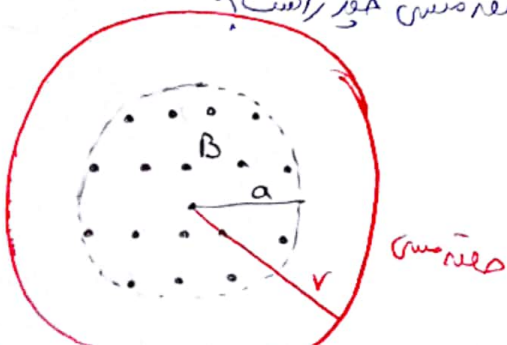
$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B} = i dy \frac{\mu_0 i}{2\pi(a+y)} \sin 90^\circ \hat{i} = \frac{\mu_0 i^2 a}{2\pi(a+y)} dy \hat{i}$$

$$\vec{F}_B = \int d\vec{F}_B \hat{i} = \frac{\mu_0 i^2 a}{2\pi} \hat{i} \int \frac{dy}{a+y} = \frac{\mu_0 i^2 a}{2\pi} \hat{i} \ln(a+y) \Big|_0^L$$

$$= \frac{\mu_0 i^2 a}{2\pi} \ln\left(\frac{a+L}{a}\right) \hat{i} = \frac{\mu_0^2 i^2 a}{4\pi^2 R} \left(\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)\right)^2 \hat{i}$$

$$P_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = F_{ext} v = \frac{\mu_0^2 i^2 a^2}{4\pi^2 R} \left(\ln\left(\frac{a+L}{a}\right)\right)^2 = P_{th}$$

**معمده سوال** در شکل زیر در ناحیه‌ای از فضا به شعاع  $a$  یک میدان مختلطی و نسبت به زمان  $B(t) = kt + b$  داریم که  $k$  و  $b$  ثابت‌هایی مثبت هستند جهت میدان مختلطی بیرون می‌باشد. یک حلقه مسی به شعاع  $a > r$  با مقاومت  $R$  و پیرامون این ناحیه قرار دارد. الف) نیروی محرکه القای ایما در سره در حلقه مسی را حساب کنید. ب) انرژی و جهت میدان الکتریکی القای در حلقه مسی را بدست آورید. پ) انرژی و جهت جریان القای در حلقه مسی را بدست آورید. د) توان گرمایی تلف شده در حلقه مسی چقدر است؟





①  $\Phi_B = \int B \cdot dA = B \cdot A = BA \cos 0 = (k-t+b) \pi a^2 \cos 0 = (k-t+b) \pi a^2$  (الف)

$\epsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = k \pi a^2$  (ب)

$\oint E \cdot dl = N \frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow k \pi a^2 = \int E \cdot dl \quad E \cdot 2\pi r \cos 0 = E \cdot 2\pi r$

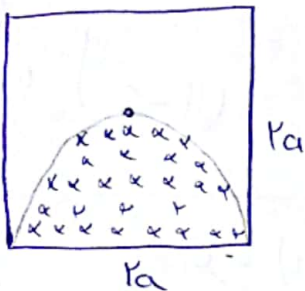
$E = \frac{k \pi a^2}{2\pi r} = \frac{ka^2}{2r}$

نزد آنجا که B در حال افزایش است پس جهت میدان الکتریکی افقی و ساعتگرد است.

$i_{\omega} = \frac{\epsilon}{R} = \frac{k \pi a^2}{R}$  (ج)

$P_{th} = i_{\omega}^2 R = \left( \frac{k \pi a^2}{R} \right)^2 R = \frac{k^2 \pi^2 a^4}{R}$  (د)

نمونه سوال: صلبه شکل یک حلقه‌ی رسانای مربعی شکل با اندازه‌ی ضلع  $2a$  و مقاومت الکتریکی  $R$  طبق شکل زیر درون یک میدان مغناطیسی درون سوی B قرار دارد. میدان مغناطیسی فقط در یک محدوده‌ی نیم دایره‌ای شکل به شعاع  $a$  وجود داشته و اندازه‌ی آن طبق رابطه‌ی  $B(t) = k t^2$  با زمان تغییر می‌کند. الف) اندازه و جهت نیروی محرکه الکتریکی در حلقه که از تغییر میدان مغناطیسی حاصل می‌شود را در زمان  $t_1$  تا  $t_2$  بنویسید. ب) جریان الکتریکی ای را (شده در حلقه در زمان  $t_1$  تا  $t_2$  محاسبه کنید. ج) انرژی در این طول‌شده حلقه را در وقت  $t_1$  و  $t_2$  بدست آورید.



$\Phi_B = \int B \cdot dA = B \cdot A = B \frac{\pi a^2}{2} \cos 0$  (الف)

$= B \frac{\pi a^2}{2} = k t^2 \frac{\pi a^2}{2} = t^2 \pi a^2$

$\epsilon = \frac{d\Phi_B}{dt} = k \pi a^2 t \Big|_{t_1}^{t_2} = \Delta \Phi_B$

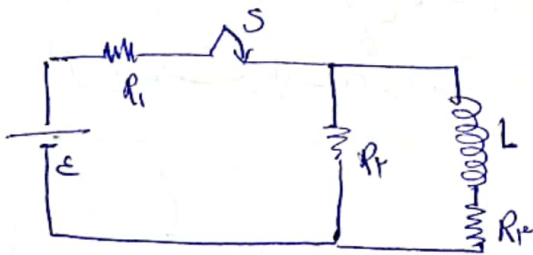
(۹)  $i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{k\pi a^2 t}{R} = \frac{\Lambda \pi a^2}{R}$

(۱۰)  $U_{th} = \int P_{th} dt = \int_{0}^{\infty} i^2 R dt = \int_{0}^{\infty} \left( \frac{k\pi a^2 t}{R} \right)^2 R dt = \frac{14\pi^2 a^4}{R} \int_{0}^{\infty} t^2 dt$

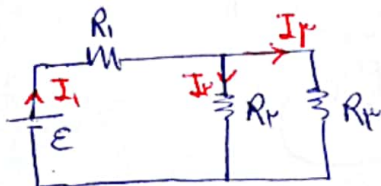
$= \frac{14\pi^2 a^4}{R} \left[ \frac{t^3}{3} \right]_0^{\infty} = \frac{14\pi^2 a^4}{3R} (\infty - 0)$

**سؤال:** در مدار شکل زیر کپاسیتور  $S$  برای مدت طولانی بسته می شود و مدار به حالت پایدار می رسد. در حالت پایدار جریان هر شاخه را باید بدید. سپس در  $t=0$  کپاسیتور باز می شود. با اعتبار باز شدن کپاسیتور، مدار را در هر لحظه بدقت بنویسید. ج. امیزان کل انرژی ذخیره شده در اکتان در مدت  $2$  ثانیه زمان انقاس را می بیند. ج. امیزان کل انرژی در اکتان در مقادیر  $R_1, R_2, R_3$  حیدر است.

$R_1 = 2R ; R_2 = R_3 = R$

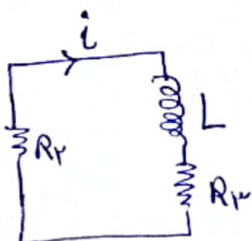


**الف)** در  $t \rightarrow \infty$  بعد از بسته شدن کپاسیتور اکتان به حالت پایدار می رسد و رفتاری ندارد. زیرا جریان به یک مقدار پایدار رسیده است و رفتاری ندارد. پس در  $t=0$  کپاسیتور باز می شود. در این لحظه مدار به شکل زیر در می آید.



$R_2 = R_3 \Rightarrow I_2 = I_3 = \frac{\varepsilon}{2R}$

$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{\varepsilon}{2R + \frac{R}{2}} = \frac{2\varepsilon}{5R}$



$-iR_2 - iR_3 - L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow 2iR - L \frac{di}{dt} = 0$   
 $\int \frac{di}{i} = \int \frac{2R}{L} dt \Rightarrow \ln i \Big|_{I_p}^i = \frac{2R}{L} t \Rightarrow \ln \frac{i}{I_p} = -\frac{2R}{L} t$

$$i = I_r e^{-rtR/L} = \frac{\mathcal{E}}{\omega R} e^{-rtR/L}$$

$$\tau = \frac{L}{rR}$$

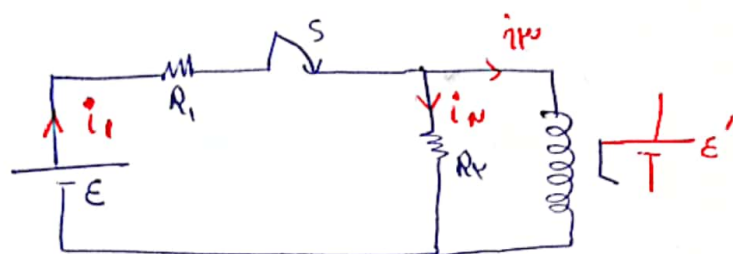
ب.

۱۲. به عنوان اندازه‌دهنده انرژی ذخیره شده در القاگر کم شود انرژی به صورت گرما درون مقاومت‌ها ظاهر می‌شود پس

$$\Delta U_L = \Delta U_{th} = \int_0^{\tau} P_{th} dt = \int_0^{\tau} i^2 (R_r + R_p) dt = \int_0^{\tau} \frac{\mathcal{E}^2}{r^2 \omega R^2} r^2 e^{-2rtR/L} dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{r^2 \omega R} \left[ \frac{e^{-2rtR/L}}{-2rR/L} \right]_0^{\tau} = -\frac{\mathcal{E}^2 L}{2\omega R^2} \left( e^{-2} - 1 \right) = \frac{\mathcal{E}^2 L}{2\omega R^2} (1 - e^{-2})$$

سؤالی: در مدار شکل در زمان  $t=0$  کلید بسته می‌شود. جریان‌های بوری جریان در القاگر را



لغین سه معادله را با یکدیگر ترکیب کنیم در معادله فقط یکی و مشتق

آن را داشته باشیم

$$\mathcal{E} - i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0 \Rightarrow i_2 = \frac{\mathcal{E} - i_1 R_1}{R_2}$$

$$\mathcal{E} - i_1 R_1 - L \frac{di_2}{dt} = 0$$

$$i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow i_1 = \frac{\mathcal{E} - i_1 R_1}{R_2} + i_3 \Rightarrow i_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) = \frac{\mathcal{E}}{R_2} + i_3$$

$$i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{\mathcal{E}}{R_2} + i_3 \right)$$

$$\mathcal{E} - R_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{\mathcal{E}}{R_2} + i_3 \right) = L \frac{di_3}{dt}$$

$$\mathcal{E} \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) - i_3 \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) = L \frac{di_3}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}' - i_3 R = L \frac{di_3}{dt}$$



$$\int \frac{di_p}{\epsilon' - i_p R} = \int \frac{dt}{L} \Rightarrow \frac{1}{R} \ln(\epsilon' - i_p R) = \frac{t}{L} \Rightarrow \ln(\epsilon' - i_p R) = \frac{tR}{L}$$

$$\ln \frac{\epsilon' - i_p R}{\epsilon'} = -\frac{tR}{L} \Rightarrow i_p = \frac{\epsilon'}{R} \left(1 - e^{-tR/L}\right)$$

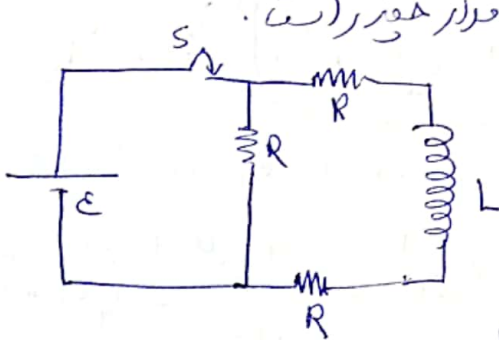
$$\epsilon' = \frac{\epsilon R_1}{R_1 + R_2}$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

**مسئله سوال:** در شکل زیر، این دو از نسبت شدن کلید S در سیر مدار به حالت پایدار، جریان هر شاخه را بدست آورید. با بدست آوردن مدار در حالت این به حالت پایدار رسید، در لحظه  $t=0$  کلید S باز می شود. در این حالت جریان مدار را در یک لحظه را خواص  $t$  به عبارتی و سایر داده های مسئله بدست بیارید.

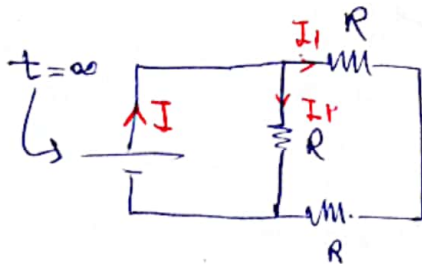
2. این از گذشت یک ثابت زمانی از باز شدن کلید انرژی موجود در القاگر محاسب است.

3. این از باز شدن کلید کل انرژی تلف شده در مقاومت های مدار محاسب است.

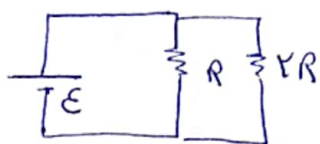


**الف) وقتی در حالت کلید بسته مدار به حالت پایدار می رسد، القاگر مثل**

سیم صاف عمل می کند بنابراین از مدار جدا می کنیم و به جای آن سیم می زنیم در  $t \rightarrow \infty$  القاگر

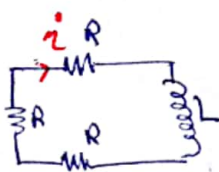


$$I = \frac{\epsilon}{\frac{R \times R}{R+R}} = \frac{2}{3} \frac{\epsilon}{R}$$



$$I_1 \cdot 2R = I_2 \cdot R \Rightarrow I_2 = 2I_1 = \frac{2}{3} I = \frac{2}{3} \left( \frac{2}{3} \frac{\epsilon}{R} \right)$$

$$\frac{4}{9} \frac{\epsilon}{R}$$



$$I_1 = \frac{1}{2} I_2 = \frac{\epsilon}{3R}$$

ب) وقتی کلید باز می شود خواهیم داشت:

$$(۳) -iR - iR - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow -3iR = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \int \frac{di}{i} = \int \frac{3R}{L} dt$$

$$L \ln i = -\frac{3R}{L} t \Rightarrow \ln \frac{i}{I_1} = -\frac{3R}{L} t \Rightarrow i = I_1 e^{-3Rt/L} = \frac{\epsilon}{3R} e^{-3Rt/L}$$

این حالت و یا سابقه  
ای که اتفاق می افتد

$$\tau = \frac{L}{3R}$$

(2)

وقتی طیف باز شده کار را می بیند

$$(-3iR = L \frac{di}{dt}) i$$

این رابطه می تواند هر چه انرژی ذخیره شده درون القا می شود  
به همان انرژی در مدار و مقاومت  $3R$  ایجا می شود  
تغییر انرژی درون القا در مدار

$$-\Delta U_L = \Delta U_{th}$$

$$\Delta U_L = \int_0^{\tau} 3R i^2 dt = -3R \int_0^{\tau} \left(\frac{\epsilon}{3R}\right)^2 e^{-4Rt/L} dt = -\frac{3R \epsilon^2}{9R^2} \left[ \frac{e^{-4Rt/L}}{-4R/L} \right]_0^{\tau}$$

$$= -\frac{\epsilon^2}{3R} \frac{L}{-4R} \left( e^{-4R\tau/L} - 1 \right) = -\frac{\epsilon^2 L}{4R^2} (1 - e^{-2})$$

در صورت سوال انرژی القا می خواسته شده نه تغییر در انرژی القا می شود:

$$U_L(\tau) = U(0) + \Delta U_L = \frac{1}{2} L I_1^2 + \Delta U_L = \frac{1}{2} L \frac{\epsilon^2}{9R^2} - \frac{\epsilon^2 L}{4R^2} (1 - e^{-2})$$

$$= \frac{\epsilon^2 L}{4R^2} (1 - 1 + e^{-2}) = \frac{\epsilon^2 L}{4R^2} e^{-2}$$

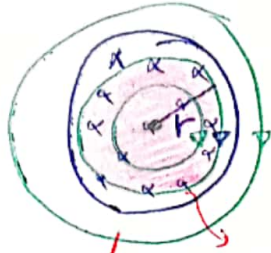
به همان انرژی که انرژی درون القا می شود ذخیره شده بود، انرژی در مقاومت تلف می شود

$$U_{th} = U_L = \frac{1}{2} L I_1^2 = \frac{1}{2} L \frac{\epsilon^2}{9R^2} = \frac{L \epsilon^2}{18R^2}$$

نزد رول: یک سیم غیر مغناطیسی به شعاع  $R$  و طول  $L$  که جریان  $I$  به صورت یک یکنواخت از آن می‌گذرد، مقطع آن می‌تواند رادرفیلد را با یک سیم داخل سیم را حساب کنید.



ابتدا باید میدان مغناطیسی داخل سیم را حساب کنیم و از روی رابطه  $\frac{1}{\mu_0} B^2$  انرژی را به دست آوریم.



میدان مغناطیسی در هر سطح مقطع آن به صورت دایره‌های هم‌مرکز است.

ساختار سیم  
رول داخل  
سطح مقطع سیم

$$\oint B \cdot dL = \mu_0 I$$

قانون آمپر

یک سیم آمپری به شکل دایره‌ای به شعاع  $R$  در فاصله  $r$  از مرکز آن می‌گذرد. از آن می‌توان میدان مغناطیسی را حساب کرد.

$$\oint B \cdot dL = \int B \, dL = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \rightarrow I = \frac{I_0}{\pi R^2} \cdot \pi r^2 = \frac{I_0 r^2}{R^2}$$

$$J = \frac{dI}{dA} = \frac{I_0}{\pi R^2} \rightarrow B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I_0 r^2}{R^2} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R^2} r$$

$$u = \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2\mu_0} \left( \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R^2} r \right)^2 = \frac{1}{2\mu_0} \frac{\mu_0^2 I_0^2}{16\pi^2 R^4} r^2 = \frac{\mu_0 I_0^2}{32\pi^2 R^4} r^2$$

برای بدست آوردن انرژی کل از هکلی انرژی با استفاده از آن می‌توانیم، هکلی انرژی را به دست آوریم.  
دارد این انرژی را به صورت یکنواختی استوانه‌ای در فاصله  $r$  از مرکز آن می‌توانیم حساب کنیم.

$$dU = u \, dV = u \cdot 2\pi r \, dr \, L \Rightarrow U = \int u \cdot 2\pi r \, dr \, L = \frac{\mu_0 I_0^2}{32\pi^2 R^4} \cdot 2\pi L \int r^3 \, dr$$

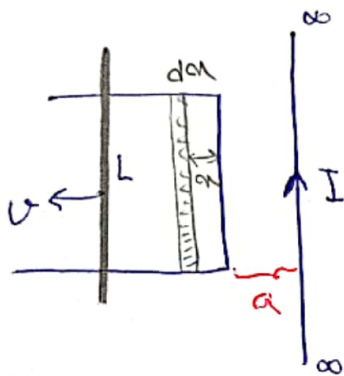
$$= \frac{\mu_0 I_0^2 L}{16\pi R^4} \left[ \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\mu_0 I_0^2 L}{16\pi R^4} R^4 = \frac{\mu_0 I_0^2 L}{16\pi}$$



مثال ۱۴. در شکل زیر میله‌ای به طول  $L$  با تندی ثابت  $v$  روی ریل‌های رسانای افقی حرکت دارد می‌شود.  
 میله ریل‌ها و نوار رسانای را با یک حلقه‌ای رسانای بسته تشکیل می‌دهند. مقاومت این میله  $R$  و مقاومت  
 بقیه حلقه ناچیز است. جریان  $I$  که در یک سیم بلند به فاصله  $a$  از حلقه‌ای نزدیک می‌دارد. غنا طبیعی  
 غیر یکنواخت در داخل حلقه ایجاد می‌شود.

الف) نیروی محرکه القایی با بزرگی و جهت جریان القایی را برتبیارید.

ب) انرژی با چه آهنگی در مقاومت میله تلف می‌شود؟



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Phi_B = \int B \cdot dA = \int B da L \cos 0 = \int \frac{\mu_0 I}{2\pi (a+a)} da L = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \int \frac{da}{a+a}$$

$$= \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \left[ \ln(a+a) \right]_a^{\infty} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \frac{a+a}{a}$$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{a+a}{a} \right) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \frac{\frac{da}{dt} \frac{1}{a}}{\frac{a+a}{a}} = \frac{\mu_0 I L v}{(a+a) 2\pi}$$

$$\frac{I}{\omega} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 I L v}{R 2\pi (a+a)}$$

$$P_{th} = I^2 R = \frac{\mu_0^2 I^2 L^2 v^2}{4\pi^2 R (a+a)^2} = \frac{\mu_0^2 I^2 L^2 v^2}{4\pi^2 R (a+a)^2}$$