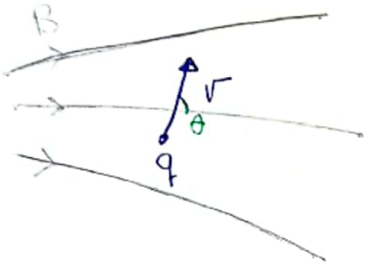
فصل ۲۵ : میدان مغناطیسی

برخی اجسام در اطراف خودشان یک خاصیتی ایجاد می‌کنند که به واسطه‌ی آن می‌توانند بر اجسام مشابه نیرو وارد کنند. این نیروها از جنس نیروی الکتریکی نیستند. به اجسامی که چنین خاصیتی دارند می‌گوییم مغناطیس اند. در ۲۵۰۰ سال پیش در ابتدا یونانیان سنگ‌های طبیعی را پیدا کردند که چنین خاصیتی داشتند.

از آنجایی که سنگ‌های مغناطیسی در اطراف خودشان ایجاد می‌کنند را میدان مغناطیسی می‌نامیم. هرگاه یک میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در یک قسمت از فضا وجود داشته باشد این میدان به ذرات باردار در حال حرکت نیرو وارد می‌کند که بنا به تجربه دریافته‌ایم که این نیرو از رابطه زیر بدست می‌آید:



$$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$

*) میدان مغناطیسی به ذرات باردار ساکن نیرو وارد نمی‌کند.

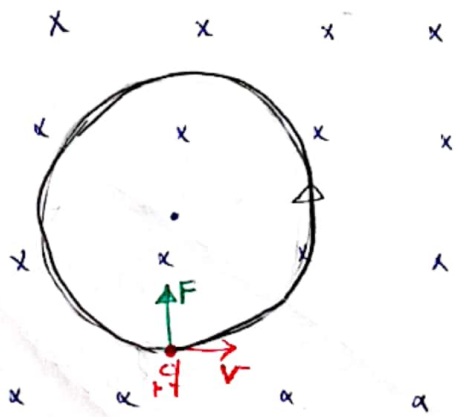
*) اگر ذره باردار در راستای میدان مغناطیسی حرکت کند ($\theta = 0, 180$)، نیرویی به آن وارد نمی‌شود.

*) بیشترین مقدار نیرو زمانی وارد می‌شود که ذره عمود بر خط میدان حرکت کند ($\theta = 90$)

*) جهت نیروی مغناطیسی بر جهت خط میدان و راستای حرکت بار عمود است و با قاعده دست راست تعیین می‌شود.

*) واحد (بعد) میدان مغناطیسی طبق رابطه بالا $\frac{N.s}{C.m}$ است که $1\frac{N.s}{C.m}$ را یک تسلا نامیم. لذا می‌گوییم تسلا واحد بزرگی برای میدان مغناطیسی است، یعنی میدان‌هایی که با آنها سروکار داریم اصولاً کوچکتر از یک تسلا هستند. یک واحد دیگر تعریف می‌کنیم به گاوس و $1\,G = 10^{-4}\,T$ گاوس که برابر است با یک ده هزارم تسلا.

حرکت ذره باردار در یک میدان مغناطیسی یکنواخت: یک میدان مغناطیسی یکنواخت به سمت داخل صفحه داریم (به صورت صلیب‌های نشان می‌دهیم). یک ذره باردار با بار $+q$ و سرعت v عمود بر خط میدان وارد این فضا می‌شود و به سمت راست حرکت می‌کند.



$$F = |q\,\vec{v}\times\vec{B}| = q\,v\,B$$

جهت نیرو: به سمت بالا است. نیرو عمود بر سرعت بر اندازه سرعت را تغییر نمی‌دهد ولی جهت آن را تغییر می‌دهد. ← این نیرو نیروی جانب مرکز است (مرکزگرا) باعث حرکت دایره‌ای یکنواخت می‌شود.

Scanned with CamScanner

(۲) $F = qvB = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$ شعاع مسیر دایره‌ای

اگر میدان یکنواخت باشد شتاب ایجاد شده ثابت است. (ذره سرعت تغییر نمی‌کند ولی جهت آن تغییر می‌کند. (حرکت دایره‌ای یکنواخت) • چون سرعت ثابت است پس

$v = \bar{v} = \frac{2\pi R}{T}$

سرعت متوسط — T: مدت زمان یک دور حرکت دایره‌ای

$mv = qBR \Rightarrow m\frac{2\pi R}{T} = qBR \Rightarrow T = \frac{m2\pi}{qB}$

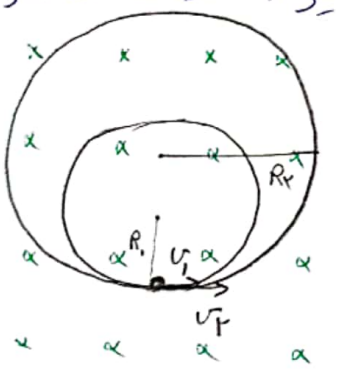
روابط مهم:

(۱) $R = \frac{mv}{qB}$

(۲) $v = \frac{2\pi R}{T}$

(۳) $T = \frac{m2\pi}{qB}$

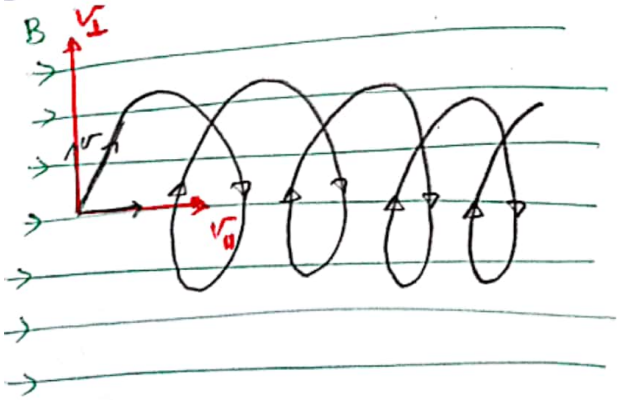
دوره تناوب به شعاع مسیر بستگی ندارد و بدین ذراتی با نسبت $\frac{m}{q}$ ثابت در یک میدان مغناطیسی دوره تناوب یکسانی دارند. اگرچه ممکن است مسیر حرکت آنها بنابر سرعت اولیه متفاوت آنها متفاوت باشد. ذره‌ای که v بزرگتر دارد شعاع مسیر دایره‌ای اش بزرگتر است و ذره‌ای که v کمتر داشته باشد شعاع مسیر حرکت دایره‌ای اش کوچکتر است ولی هر دو باهم به نقطه شروع حرکت می‌رسند



$v_1 < v_2 \Rightarrow R_1 < R_2$ ولی $T_1 = T_2$

هر دو همزمان به نقطه شروع می‌رسند

اگر یک ذره کاملاً عمود بر خط میدان حرکت نکند بدین یک مولفه سرعت $v_\perp$ عمود بر خط میدان باشد و یک مولفه سرعت در راستای خط میدان $v_\parallel$



$v_\parallel$ اصلاً تغییری نمی‌کند زیرا نیرویی در آن راستا وارد نمی‌شود

+

$v_\perp$ جهتش تغییر می‌کند و می‌چرخد و حرکت دایره‌ای می‌شود

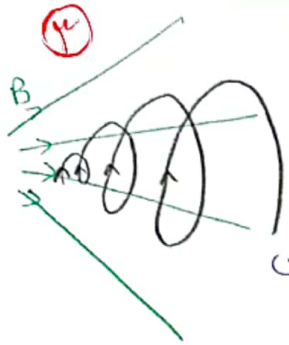
ترکیب این دو می‌شود حرکت مارپیچی

شعاع مسیر حرکت دایره‌ای با مولفه $v_\perp$ داده می‌شود

$qv_\perp B = \frac{mv_\perp^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv_\perp}{qB}$

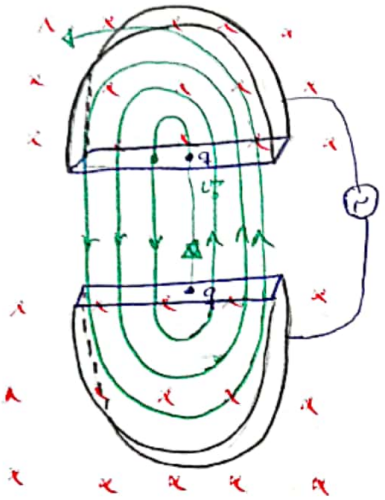
(در میدان مغناطیسی یکنواخت نباشد) شعاع مسیر دایره‌ای در طول زمان متناسب با تغییرات B تغییر می‌کند

Scanned with CamScanner



هرچه ذره جلوتر می‌رود میدان مغناطیسی ضعیف‌تر می‌شود و شعاع مسیر دایره بزرگتر می‌شود

اگر ذره جهت سرعت $v_{\parallel}$ به سمت بیرون باشد ذره از میدان مغناطیسی فرار می‌کند و به سمت بیرون می‌آید. اگر ذره جهت $v_{\parallel}$ به سمت داخل (میدان قوی‌تر) باشد ذره به اصطلاح در میدان گیر می‌افتد.



سیکلوترون: وسیله‌ای برای شتاب دادن به ذرات باردار

از دو قسمت درست شده است به صورت دو محفظه‌ی فلزی نیم استوانه‌ای که متقابل هم قرار دارند. بین این دو محفظه میدان الکتریکی E می‌تواند برقرار شود متناوب و پله‌ای

بین دو محفظه ذره به دلیل میدان الکتریکی شتاب می‌گیرد ولی در محفظه که می‌شود میدان الکتریکی قطع شده میدان مغناطیسی به آن اعمال می‌شود

دوره تناوب تغییر جهت ولتاژ اعمال شده بین دو محفظه $\frac{T}{2}$ است. بدیهی به محض اینکه ذره باردار درون محفظه دور می‌زند و به نقطه مقابل می‌رسد جهت ولتاژ برعکس شده و ذره دوباره بین دو محفظه شتاب می‌گیرد

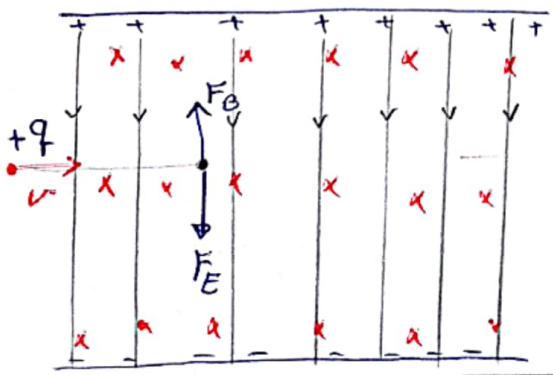
ذره در نهایت از یک خروجی محفظه بیرون می‌آید و سرعت بسیار بالایی دارد.

سیکلوترون جهت شتاب دادن به ذرات باردار است.

در حالت کلی وقتی هم میدان الکتریکی داریم هم میدان مغناطیسی، نیرویی که به ذره باردار وارد می‌شود به این است که به آن نیروی لورنتس می‌گویند

$$F = qE + qv \times B$$

صافی سرعت: وسیله‌ای است که با ترکیب میدان مغناطیسی و الکتریکی باعث می‌شود که ذراتی که یک سرعت خاص دارند از بقیه ذرات جدا شوند



تنها ذراتی که $F_E = F_B$ با هم برابر باشند از دستگاه عبور می‌کنند

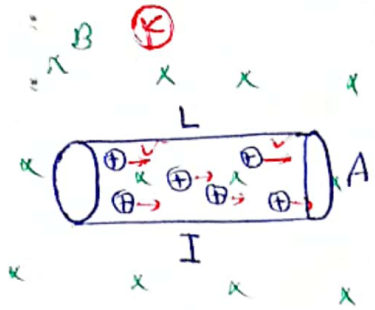
برای این ذرات

$$qE = qvB \rightarrow v = \frac{E}{B}$$

برای این ذرات برای بدست آوردن ذراتی با v خاص $\frac{E}{B}$ را تنظیم می‌کنند

Scanned with CamScanner

نیروی مغناطیسی وارد بر یک رسانای حامل جریان:



نیروی وارد بر هر بار $F = |q v \times B| = q v B \sin\theta$

$$dF = (q v \sin\theta B)\, n A L = q v B n A L \sin\theta$$

همگی تعداد بارهای در حال حرکت درون رسانا

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{q n A L}{L/v} = q n A v$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا بار از یک طرف سیم به سطح مقابل برسد

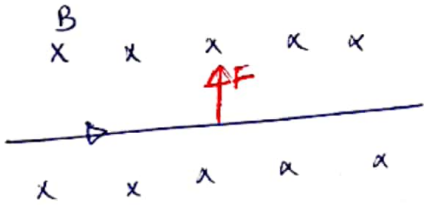
$$F = I L B \sin\theta$$

$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$

L را یک بردار در نظر می‌گیریم در راستای سیم و در جهت جریان (جهت حرکت بار مثبت).

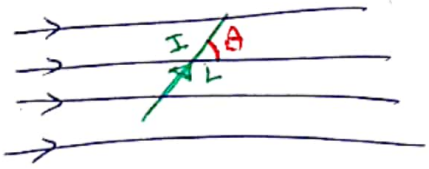
حال اگر جهت جریان در طول سیم تغییر کند یا زاویه بین جهت جریان و میدان مغناطیسی بالا بیاید نیرو را حساب می‌کنیم برای هر المان $d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{B}$ و بعد بر روی نیروهای وارد بر هر المان جمع می‌زنیم (انتگرال می‌گیریم)

مثال: نیروی وارد بر یک سیم مستقیم حامل جریان I در میدان یکنواخت:



$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B} = I L B \hat{j}$$

نیرو به سمت بالا وارد می‌شود

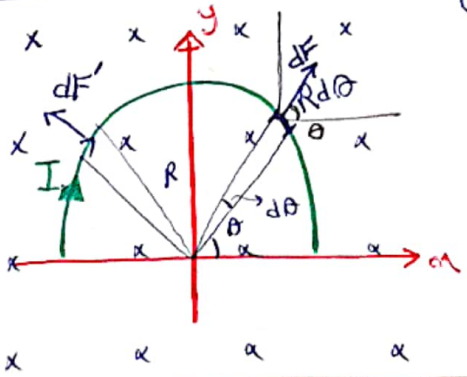


$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B} = I L B \sin\theta$$

جهت نیرو به سمت داخل صفحه

نیروی وارد بر یک حلقه سیم حامل جریان I در میدان مغناطیسی یکنواخت

یک المان در نظر می‌گیریم



$$dF = I dL \times B = I R d\theta B$$

قبل از انتگرال گیری باید از تقارن مسئله استفاده کنیم. یک المان مقابل آن در نظر می‌گیریم دو نیروی $d\vec{F}$ و $d\vec{F'}$ مولفه‌های x شان یکدیگر را خنثی می‌کنند و فقط مولفه‌های y باقی می‌مانند

Scanned with CamScanner

(۵)

$F_x = 0$ به دلیل تقارن

همیشه داشته (یا دست کم) می‌چرخیم بدون توجه به جهت جریان

$$F_y = \int dF \sin\theta = \int I R\, d\theta\, B \sin\theta = IRB \int \sin\theta\, d\theta = -IRB \cos\theta \Big]_0^{\pi}$$

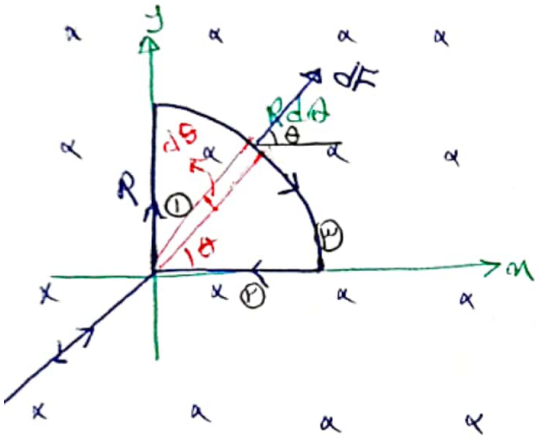
$$= -IRB(-1-1) = 2IRB$$

---

① انتخاب دستگاه مختصات ② تعیین یک المان و نیروی وارد بر آن المان ③ استفاده از تقارن ④ انتگرال‌گیری

یک المان متقابل آن در نظر می‌گیریم و باید ببینیم کدام مولفه‌هایشان یکدیگر را خنثی می‌کنند. در مولفه‌ای که خنثی نمی‌شود

یک حلقه سیم شبیه به شکل در یک میدان مغناطیسی است نیروی وارد بر آن



$$F_{①} = I L \times B = IRB \sin 90 \cdot (-\hat{i}) = -IRB\,\hat{i}$$

$$F_{②} = I L \times B = IRB \sin 90 \cdot (-\hat{j}) = -IRB\,\hat{j}$$

$$d\vec{F}_{③} = I\, d\vec{L} \times \vec{B} = I R d\theta\, B \sin 90 \cdot (\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j})$$

$$F_{③x} = \int IRB\, d\theta \cos\theta = IRB \int \cos\theta\, d\theta = IRB \sin\theta \Big]_0^{\pi/2} = IRB$$

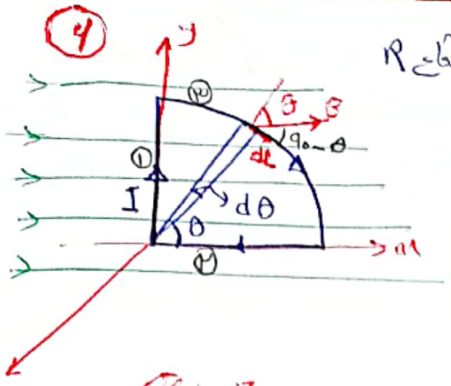
$$F_{③y} = \int IRB\, d\theta \sin\theta = IRB \int \sin\theta\, d\theta = -IRB \cos\theta \Big]_0^{\pi/2} = -IRB(0-1) = IRB$$

$$F_{کل} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{③} = IRB\,\hat{i} - IRB\,\hat{j} + IRB\,\hat{i} + IRB\,\hat{j} = 0$$

به این حلقه در میدان یکنواخت B نیرویی وارد نمی‌شود

Scanned with CamScanner

۶



نیروی وارد بر یک حلقه سیم در درون صفحه میدان مغناطیسی: حلقه ربع دایره به شعاع R

$$F_{①} = I\, L\times B = I R B \sin 90\,(-\hat{k}) = -I R B\,\hat{k}$$

$$F_{③} = I\, L\times B = I R B \sin 180 = 0$$

به یک سیم در راستای میدان نیرویی وارد نمی‌شود.

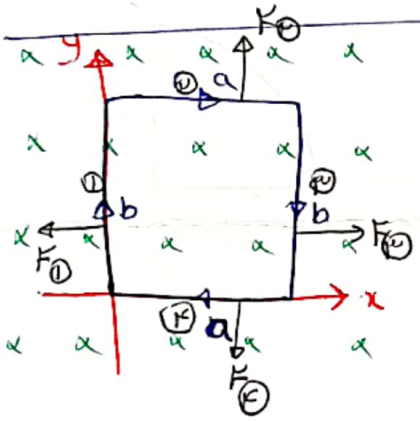
نیرو عمود بر صفحه به سمت بیرون

$$dF_{②} = I\, dL\times B = I R\, d\theta\, B \sin(90-\theta)\,\hat{k} = I R B\, d\theta \cos\theta\,\hat{k}$$

$$F_{②} = I R B \hat{k}\int \cos\theta\, d\theta = I R B \hat{k}\, \sin\theta \Big]_{0}^{\pi/2} = I R B \hat{k}\,(1-0) = I R B\,\hat{k}$$

$$F_{کل} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{③} = -I R B\,\hat{k} + 0 + I R B\,\hat{k} = 0$$

به این حلقه نیز در میدان یکنواخت نیرویی وارد نمی‌شود.



یک حلقه سیم مستطیلی شکل حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت B

$$F_{①} = I\vec{L}\times\vec{B} = I b B(-\hat{i}) = -I B b\,\hat{i}$$

$$F_{③} = I\vec{L}\times\vec{B} = I b B(\hat{i}) = I B b\,\hat{i}$$

$$F_{②} = I L\times B = I B a(\hat{j}) = I B a\,\hat{j}$$

$$F_{④} = I L\times B = I B a(-\hat{j}) = -I B a\,\hat{j}$$

$$F_{کل} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{③} + \vec{F}_{④} = -I B b\,\hat{i} + I B b\,\hat{i} + I B a\,\hat{j} - I B a\,\hat{j} = 0$$

به این حلقه هم نیرویی وارد نشد.

پس احتمالاً به هر حلقه بسته با هر شکل حامل جریان I در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B نیرویی وارد نمی‌شود.

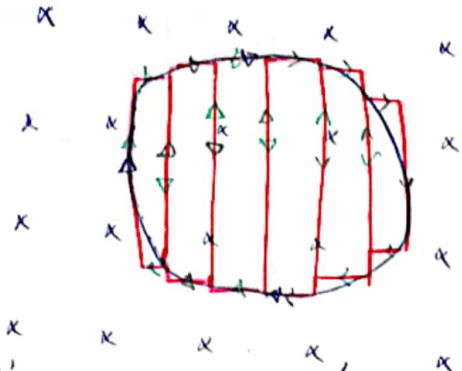
در میدان الکتریکی یکنواخت به دو قطبه نیرویی وارد می‌شد

حلقه بسته حامل جریان I شد

دو قطبی در میدان مغناطیسی

دو قطبی مغناطیسی

Scanned with CamScanner



یک حلقه با یک شکل دلخواه در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B در نظر می‌گیریم

حلقه را متشکل از تعدادی مستطیل‌های باریک در نظر می‌گیریم به طوری که

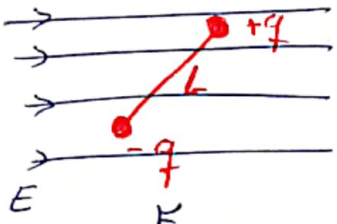
جریان روی مستطیل‌ها باید همگی یا در ساعتگرد و یا پادساعتگرد باشد تا وقتی هم اینها را

کنار هم قرار می‌دهیم حلقه اولیه را تشکیل دهد. سیم‌های مشترک بین

مستطیل‌ها حامل جریان رفت و برگشت هستند پس اثر هم را خنثی می‌کنند و فقط سیم‌های کناری در لبه‌ها باقی می‌مانند

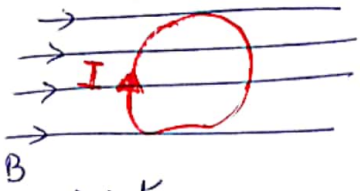
نیروی وارد بر هر مستطیل از طرف میدان مغناطیسی صفر است. پس نیروی وارد بر کل آنها نیز صفر می‌شود

به طور مشابه حلقه حامل جریان I در میدان مغناطیسی یکنواخت نیروی وارد نمی‌شود.



دوقطبی الکتریکی

$K=0$ برابیند



دوقطبی مغناطیسی

$K=0$ برابیند

$P = qL$ گشتاور دوقطبی الکتریکی

$\vec{\mu} = IAN$ گشتاور دوقطبی مغناطیسی

تعداد حلقه‌ها

اگر حلقه سیم N دور بود

μ را N برابر می‌کنیم

جهت $\vec{\mu}$: جهت انگشت دست راست در جهت جریان

انگشت شست جهت میدان‌شان می‌دهد.

$$\tau = \vec{P} \times \vec{E}$$

$$U(\theta_1) - U(\theta_2) = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} \tau \, d\theta$$

اگر $U(90) = 0$ به عنوان نقطه مرجع

$$U(\theta) = -\vec{P} \cdot \vec{E}$$

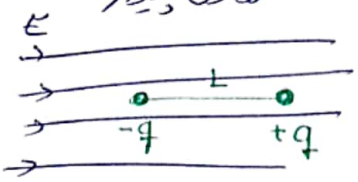
$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$U(\theta_1) - U(\theta_2) = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} \tau \, d\theta$$

اگر $U(90) = 0$ به عنوان نقطه مرجع

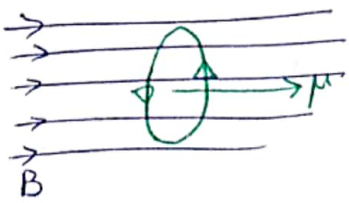
$$U(\theta) = -\vec{\mu}_0 \cdot \vec{B}$$

تعادل پایدار



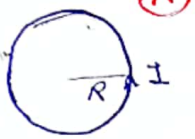
پس حالت تعادل پایدار کمترین مقدار انرژی پتانسیل وقتی است که

$\theta = 0$

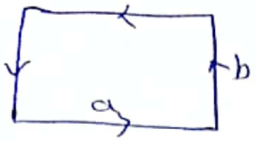


Scanned with CamScanner

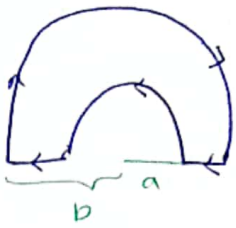
۸



$\vec{\mu} = I \pi R^2 \hat{k}$



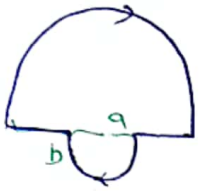
$\vec{\mu} = I ab \hat{k}$



چرا؟

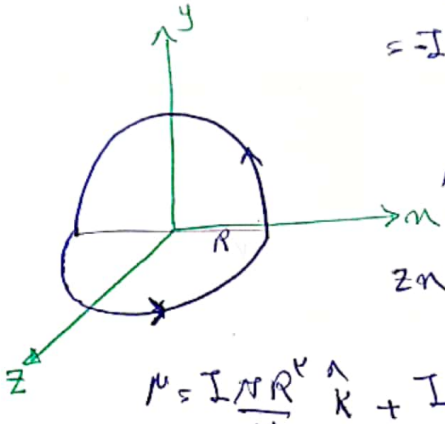
$\mu = I(\pi b^2 - \pi a^2)(-\hat{k})$

$= -I\pi(b^2 - a^2)\hat{k}$



$\mu = I(\pi a^2 + \pi b^2)(-\hat{k})$

$= -I\pi(a^2 + b^2)\hat{k}$



دوتا نیم حلقه یکی در صفحه xy و دیگری در صفحه zx

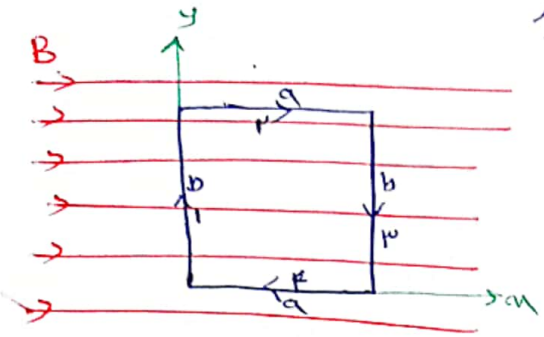
$\mu = I\frac{\pi R^2}{2}\hat{k} + I\frac{\pi R^2}{2}\hat{j}$

$= I\frac{\pi R^2}{2}(\hat{k} + \hat{j})$

Scanned with CamScanner

①

یک حلقه سیم مستطیلی شکل در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B}$ قرار دارد الف) نیروی وارد بر آن ب) گشتاور نیروی وارد بر آن ج) انرژی پتانسیل سیستم را حساب کنید



$$F_1 = I\vec{L}\times\vec{B} = IbB(-\hat{k}) = -IbB\hat{k}$$

$$F_3 = IL\times B = IbB\hat{k} = IbB\hat{k}$$

$$F_2 = F_4 = 0$$

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$ برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.

$$\tau_2 = \tau_4 = 0 \qquad \vec{\tau}_1 = \vec{r}\times\vec{F}_1 = \frac{a}{2} IbB(-\hat{i}\times-\hat{k}) = \frac{Iab}{2}B(-\hat{j})$$

$$\tau_3 = r\times F_3 = \frac{a}{2} IbB(+\hat{i}\times\hat{k}) = \frac{Iab}{2}B(-\hat{j})$$

برایند $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = -IabB\hat{j} = IAB(-\hat{j}) = [IA(-\hat{k})]\times[B\hat{i}]$

$$= \vec{\mu}\times\vec{B}$$

θ زاویه بین μ و B در حالت کلی است.

$$U(\theta) - U(90) = -\int_{90}^{\theta} \tau\, d\theta \cos 180$$

گشتاور τ می‌خواهد θ را به صفر برساند یعنی می‌خواهد θ را کم کند بردار $d\theta$ همیشه در جهت افزایش θ است پس زاویه بین این دو ۱۸۰ است

$$= \int IAB\sin\theta\, d\theta = -IAB\cos\theta\Big]_{90}^{\theta}$$

$d\theta$ بردار است که در راستای $+\hat{j}$ است

$$= -\mu B\cos\theta = -\mu B$$

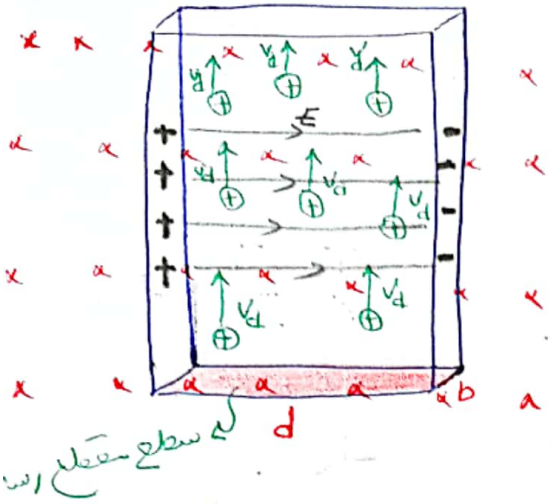
در حالت $\theta = 90$ را به عنوان مرجع انتخاب کنیم

$$U(\theta) - 0 = -\mu B$$

در این مسئله θ از ۹۰ شروع بود پس $U(\theta=90)=0$

Scanned with CamScanner

استرهال :



یک سیم رسانا با ضخامت b و عرض d حامل جریان I را در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B درون سو در نظر می‌گیریم

حرکت بارهای مثبت در میدان مغناطیسی B باعث می‌شود که به آنها نیرو وارد شود. نیروی وارد بر بار مثبت به سمت چپ و نیروی وارد بر بار منفی که به سمت پایین حرکت می‌کند (وقتی جهت جریان به سمت بالا است) به سمت راست خواهد بود. پس در سمت راست بارهای منفی جمع می‌شوند و در سمت چپ بارهای مثبت. دو سر رسانا اختلاف پتانسیل V ایجاد می‌شود و میدان الکتریکی E درون رسانا برقرار می‌شود. میدان به بارها نیرویی در خلاف جهت نیروی مغناطیسی وارد می‌کند.

پس تجمع بار تا جایی ادامه می‌یابد که این دو نیرو با هم برابر شوند.

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B$$

$$\cancel{q} E = \cancel{q} v_d B \Rightarrow E = v_d B = \frac{V}{d} \Rightarrow V = v_d B d$$

$$I = n e v_d A \quad \text{قبلاً اثبات شده است}$$

$A = bd$ مساحت سطح مقطع رسانا

$$V = \frac{I B d}{n e A}$$

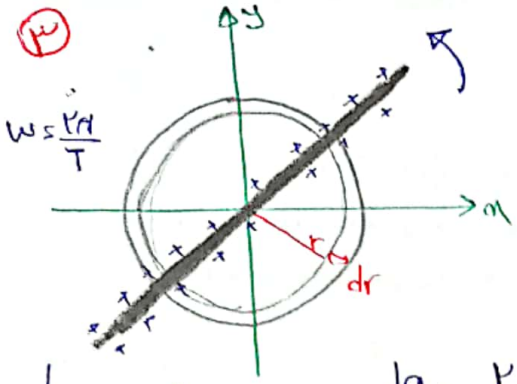
$$V = \frac{I B \cancel{d}}{n e \cancel{A} \cancel{d}} = \frac{I B}{n e b}$$

اختلاف پتانسیل ایجاد شده در دو سر رسانا با جریان درون آن و میدان اعمال شده متناسب است، ولی با ضخامت رسانا رابطه عکس دارد.

مسئله ج-۴۷ فصل ۳ هورسون: یک میله نازک نارسانایی به طول l حامل بار یکنواخت λ در واحد طول است. این میله با سرعت زاویه‌ای ω حول محوری که از مرکز آن می‌گذرد و بر طول میله عمود است دوران می‌کند. نشان دهید گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن $\frac{\omega \lambda l^3}{24}$ است.

Scanned with CamScanner

③



وقتی میله می‌چرخد چون بار الکتریکی دارد مثل این است که تعدادی حلقه حامل جریان داریم. هر حلقه یک دوقطبی مغناطیسی است پس دوقطبی مغناطیسی معادل میله برابر است با جمع برداری دوقطبی مغناطیسی همه حلقه‌های حامل جریان

$dq = 2\,dr\,\lambda$ بار المان دایره‌ای شکل

$dI = \frac{dq}{T} = \frac{2dr\lambda}{T}$ جریان بدون این المان

مدت زمان لازم برای عبور بار dq از هر سطح مقطع

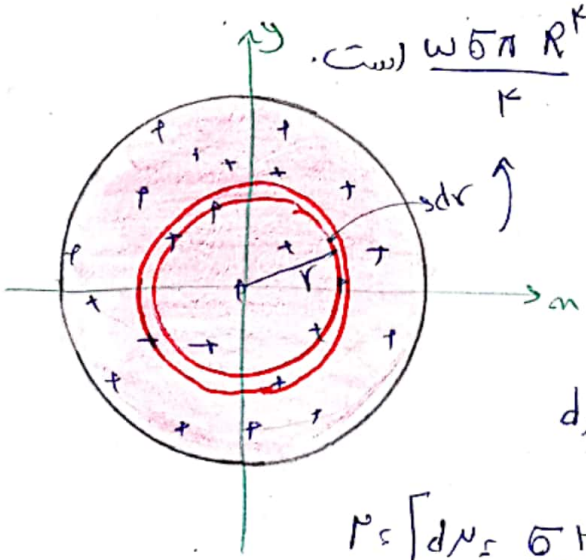
$\rightarrow d\vec{\mu} = dIA = \frac{2dr\lambda}{T}\pi r^2 \hat{k}$

همه المان‌های جهت دوقطبی مغناطیسی شان $+\hat{k}$ است پس فقط اندازه‌ها را با هم جمع می‌زنیم.

$$\mu = \int d\mu = \int \frac{2dr\lambda}{T}\pi r^2 \hat{k} = \frac{2\pi\hat{k}\lambda}{T}\int r^2 dr = \frac{2\pi\lambda}{T}\hat{k}\left.\frac{r^3}{3}\right]_0^{L/2}$$

$$= \frac{2\pi\lambda}{3T}\left(\frac{L^3}{8} - 0\right)\hat{k} = \frac{2\pi\lambda L^3}{3\times 8\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)}\hat{k} = \frac{\lambda L^3\omega}{24}\hat{k}$$

مسئله ج- ۵۱ فصل ۳۰ هورسون: یک قرص دایره‌ای نارسانا دارای شعاع R است و بار الکتریکی با چگالی سطحی σ به طور یکنواخت روی یک طرف آن توزیع شده است. این قرص با سرعت زاویه‌ای ω حول محور x دوران می‌کند. نشان دهید گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن $\frac{\omega\sigma\pi R^4}{4}$ است.



$dq = \sigma 2\pi r\,dr$

$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\sigma 2\pi r\,dr}{T}$

$d\mu = dIA = \frac{\sigma 2\pi r\,dr}{T}\pi r^2 \hat{k}$

$$\mu = \int d\mu = \frac{\sigma 2\pi^2}{T}\hat{k}\int r^3 dr = \frac{\sigma 2\pi^2}{T}\hat{k}\left.\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

Scanned with CamScanner

$$= \frac{\sigma 2\pi^2}{4T} R^4 \hat{k} = \frac{\sigma 2\pi^2 \omega}{4\times 2\pi} R^4 \hat{k} = \frac{\sigma \omega \pi R^4}{4} \hat{k}$$

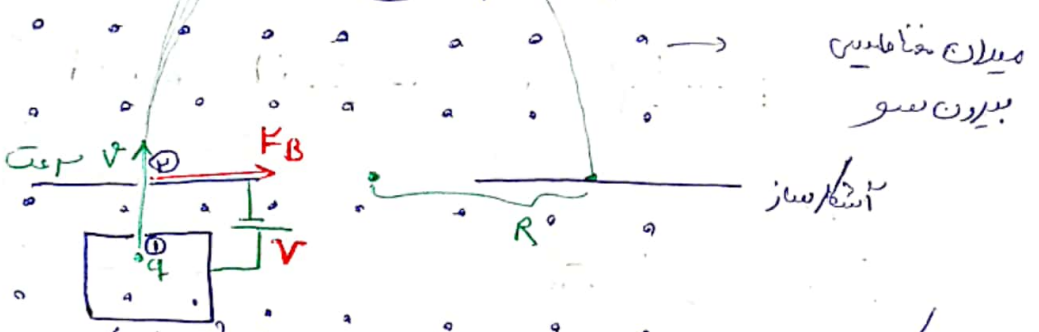
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

مسئله ب - ۲ فصل ۲۰ هورسون: در یک لحظه معین ذره‌ای با بار q و با سرعت $v = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$ تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی $B = B_x \hat{i}$ حرکت می‌کند. بزرگی و جهت نیروی وارد بر ذره را در آن لحظه تعیین کنید.

$$F = q v \times B = q(v_x \hat{i} + v_y \hat{j}) \times (B_x \hat{i}) = q B_x v_y (-\hat{k}) = -q B_x v_y \hat{k}$$

مسئله ب - ۱۱ فصل ۳۰ هورسون

طیف‌سنج جرمی: وسیله‌ای است که به کمک آن می‌توانیم تعیین کنیم چند نوع ذره درون یک گاز وجود دارد.



ذرات باردار مثبت (یون‌های درون کوره) تحت افتراق پتانسیل V شتاب می‌شوند و با سرعت v وارد فضایی با میدان مغناطیسی بیرون سو می‌شوند. درون میدان مغناطیسی حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهند و در یک نقطه بر روی صفحه آشکارساز برخورد می‌کنند.

$$E_{①} = E_{②}$$

افتراق پتانسیل دو سر باتری

$$0 + U_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \Delta U = q \Delta V = q V \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

که سرعت ذرات در لحظه ورود به فضای میدان مغناطیسی

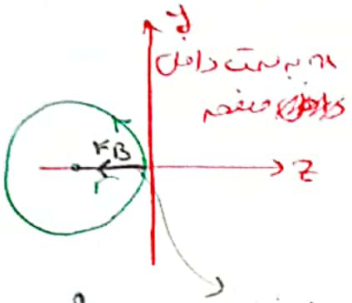
$$F_B = q v B = \frac{m v^2}{R} \longrightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qV}{m}} = \sqrt{\frac{2Vm}{qB^2}}$$

$$R = \sqrt{\frac{2V}{B^2}}\sqrt{\frac{m}{q}}$$

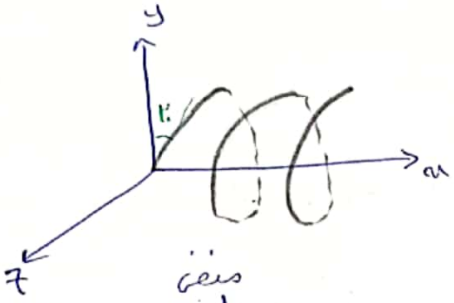
جایی که ذرات برخورد می‌کنند به تقارن $\frac{m}{q}$ متفاوت درون کوره است

Scanned with CamScanner

مسئله ج - ۳۳ فصل ۲۰ هالیدی: میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 27\,mT$ موازی با محور $+x$ برقرار است. مطابق شکل الکترونی با تندی $3\times10^{6}\ m/s$ از مبدأ مختصات وارد این میدان می‌شود. بردار سرعت اولیه الکترون در صفحه xy قرار دارد و با محور $+y$ زاویه ۲۰ درجه می‌سازد. در نتیجه الکترون روی یک مسیر مارپیچی که محور آن در امتداد $+x$ است حرکت می‌کند. مطلوب است الف) جهت بردار $\vec{B}$ ب) شعاع مارپیچ و ج) گام P مارپیچ



نیروی وارد بر بار مثبت



منفی

از آنجایی که الکترون بار منفی دارد پس میدان باید در جهت محور x ها باشد.

$$v = \underbrace{v\cos 20}_{v_\perp}\,\hat{j} + \underbrace{v\sin 20}_{v_\parallel}\,\hat{i}$$

$$qv_\perp B = \frac{mv_\perp^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv_\perp}{qB} = \frac{mv\cos 20}{qB}$$

گام P مارپیچ بین مسافتی که در مدت یک دوره تناوب توسط ذره باردار طی می‌شود.

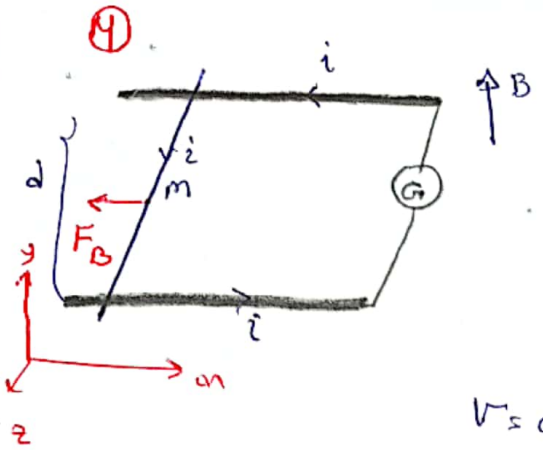
$$\Delta x = v_x T = v_\parallel T = v\sin 20\left(\frac{2\pi R}{v_\perp}\right) = \frac{v\sin 20}{\cancel{v\cos 20}}\,2\pi\,\frac{m\cancel{v\cos 20}}{qB}$$

$$v_\perp = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi m v}{qB}\sin 20$$

مسئله ۴۶ فصل ۲۸ هالیدی: در شکل یک میله فلزی به جرم $m = 24.1\,mg$ می‌تواند روی دو ریل موازی افقی با اصطکاک ناچیز که به فاصله‌ی $d = 21.56\,cm$ از هم قرار دارند، بلغزد. این مجموعه در میدان مغناطیسی قائم یکنواختی با بزرگی $56.3\,mT$ قرار گرفته است. در لحظه‌ی $t = 0$ وسیله G به ریل‌ها وصل می‌شود و جریان ثابت $i = 9.13\,mA$ را در میله در ریل‌ها می‌گذرد. در $t = 41.1\,ms$ الف) تندی و ب) جهت حرکت چیست.

Scanned with CamScanner

۴



$$\vec{F}_B = i\vec{L}\times\vec{B} = i\,d\,B\,(-\hat{i})$$

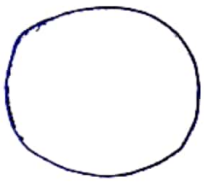
$$F = ma \Rightarrow a = \frac{i\,d\,B}{m}$$

$$v = at + \underbrace{v_0}_{=0} = at = \frac{i\,d\,B}{m}\,t$$

به سمت چپ حرکت می‌کند

مسئله ۵۶ فصل ۲۸ هالیدی: یک حلقه‌ی مسی به شعاع $R = 10cm$ حامل جریان $2.6A$ است. این حلقه طوری قرار گرفته است که بردار عمود بر صفحه‌ی آن با میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $12T$ زاویه 41 درجه می‌سازد. الف) گشتاور دو قطبی مغناطیسی (بزرگی) این حلقه را محاسبه کنید.

ب) بزرگی گشتاور نیروی وارد بر این حلقه چقدر است.



$$\mu = IA = I\pi R^2 = \dots$$

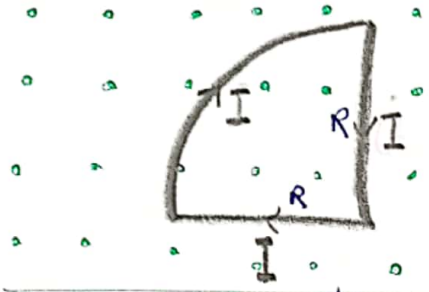
$$\tau = \mu \times B = I\pi R^2 B \sin 41 = \dots$$

جایگذاری به عهده دانشجو

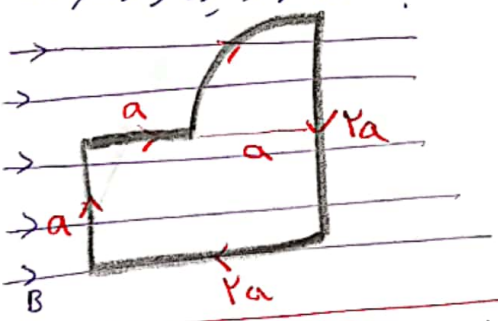
Scanned with CamScanner

نمونه سؤال از فصل میدان مغناطیسی:

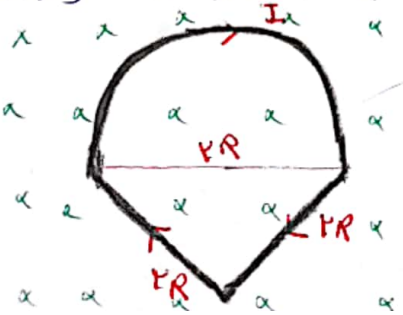
۱) در مدار شکل زیر جریان I برقرار است. مدار شامل دو قطعه سیم مستقیم هر یک به طول R و یک ربع کمان به شعاع R است. این مدار در یک میدان مغناطیسی یکنواخت بیرون سوی B قرار دارد. الف) نیروی وارد بر هر قسمت مدار را حساب کنید. ب) نیروی برایند را بدست بیاورید. ج) گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ را محاسبه کنید (جهت و اندازه آن را مشخص کنید). د) انرژی پتانسیل مغناطیسی این حلقه، نسبت به زاویه مبنای ۹۰ درجه چقدر است.



۲) مطابق شکل زیر یک مدار حامل جریان I در یک میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت B که به سمت راست و موازی صفحه است، قرار دارد. این مدار از یک ربع دایره به شعاع a و دو قطعه سیم به طول 2a و دو قطعه سیم به طول a تشکیل شده است. الف) بزرگی و جهت نیروی مغناطیسی وارد بر هر یک از قسمت‌های مدار را جداگانه محاسبه کنید. ب) نیروی مغناطیسی برآیند وارد بر این مدار چقدر است؟ ج) جهت و بزرگی گشتاور دوقطبی مغناطیسی μ این مدار چقدر است؟ د) چقدر کار لازم است تا گشتاور دوقطبی μ مدار در خلاف جهت B قرار گیرد (از اثرات القایی صرف‌نظر کنید).

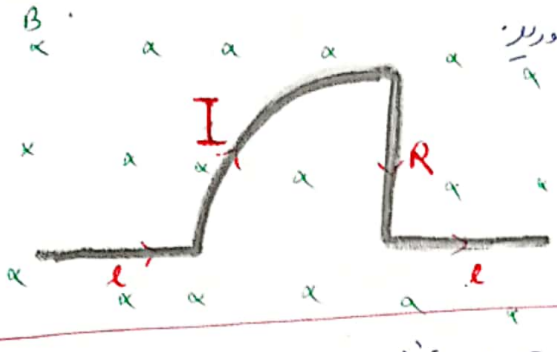


۳) مطابق شکل زیر یک حلقه سیم حامل جریان ساعتگرد I متشکل از یک نیم دایره به شعاع R و دو قسمت هر کدام به طول 2R در یک میدان درون سوی B قرار گرفته است. الف) بردار نیروی وارد بر هر قسمت این حلقه سیم را جداگانه محاسبه کنید. ب) با کمک قسمت الف نیروی برایند وارد بر حلقه سیم را محاسبه کنید. ج) گشتاور دوقطبی مغناطیسی این حلقه سیم را برحسب R و I بدست آورید. د) چنانچه این حلقه سیم به گونه‌ای بچرخد که بردار گشتاور دوقطبی مغناطیسی آن عمود بر میدان مغناطیسی قرار گیرد، تغییر انرژی پتانسیل آن برحسب I و R و B چقدر است؟

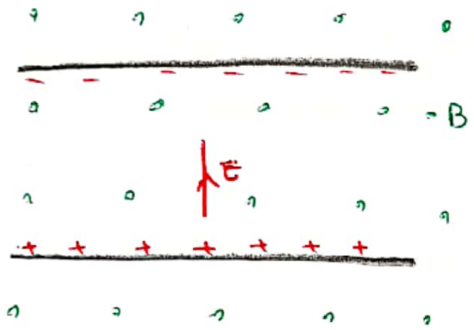


Scanned with CamScanner

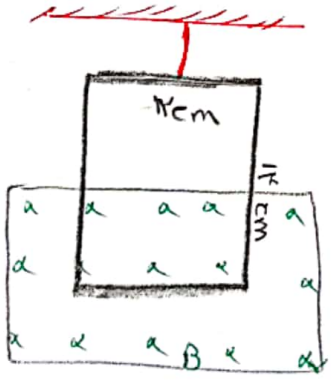
۴) شکل، قسمتی از یک مدار حامل جریان I را نشان می‌دهد که در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B درون سو قرار گرفته است. جهت و بزرگی برایند نیروهای وارد بر سیم را بدست آورید.



۵) در شکل زیر (که یک صافی سرعت را نشان می‌دهد) الکترون‌هایی با سرعت‌های متفاوت در امتداد محور x وارد فضای بین دو صفحه‌ی یک خازن مسطح می‌شوند. در فضای بین دو صفحه‌ی خازن میدان الکتریکی $E=1.2\times10^{4}\ \frac{V}{m}\ \hat{j}$ و یک میدان مغناطیسی برون سو $\vec{B}=18\ mT\ \hat{k}$ برقرار است. سرعت الکترون‌هایی را که بدون انحراف در امتداد محور x از فضای بین دو صفحه خارج می‌شوند برحسب متر بر ثانیه تعیین کنید.



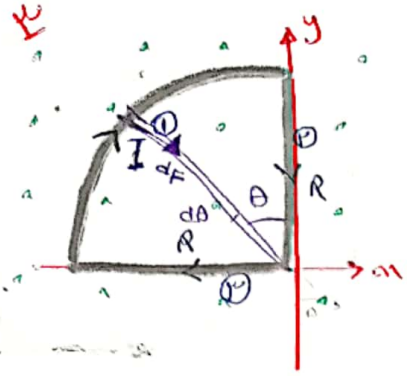
۶) مطابق شکل یک حلقه سیم مستطیلی شکل به وزن ۲N می‌تواند آویزان است که نصف آن در میدان مغناطیسی یکنواخت و افقی B قرار گرفته است. وقتی جریان حلقه ۲A است، نیروی کشش نخ نگهدارنده ۳۷N است. الف) جهت جریان را در حلقه تعیین کنید. ب) بزرگی B را بدست آورید.



Scanned with CamScanner

نمونه سؤال حلقه دارای شعاع از حلقه میدان مغناطیسی

۳



۱) الف)

$$\vec{F}_{①} = I\vec{L}\times\vec{B} = IRB\sin 90^\circ(-\hat{i}) = -IRB\,\hat{i}$$

$$\vec{F}_{③} = I\vec{L}\times\vec{B} = IRB(\hat{j}) = IRB\,\hat{j}$$

$$d\vec{F}_{①} = I\,d\vec{L}\times\vec{B} = I\,R\,d\theta\,B\sin 90^\circ\left[\sin\theta\,\hat{i} - \cos\theta\,\hat{j}\right]$$

$$F_{①x} = \int IR\,d\theta\,B\sin\theta\,\hat{i} = IRB\,\hat{i}\int\sin\theta\,d\theta = -IRB\,\hat{i}\cos\theta\Big]_0^{\pi/4} = -IRB\,\hat{i}(0-1)$$

$$= IRB\,\hat{i}$$

$$F_{①y} = -\int IR\,d\theta\,B\cos\theta\,\hat{j} = -IRB\,\hat{j}\int\cos\theta\,d\theta = -IRB\,\hat{j}\sin\theta\Big]_0^{\pi/4} = -IRB\,\hat{j}(1-0)$$

$$= -IRB\,\hat{j}$$

ب)

$$\vec{F}_{\text{برایند}} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{③} = -IRB\,\hat{i} + IRB\,\hat{j} + IRB\,\hat{i} - IRB\,\hat{j} = 0$$

ج)

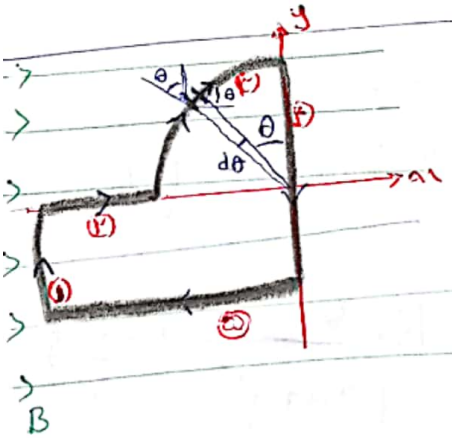
$$\vec{\mu} = I\vec{A} = I\,\frac{\pi R^2}{4}(-\hat{k}) = -\frac{I\pi R^2}{4}\,\hat{k}$$

د)

$$U = -\mu\cdot B = -\mu B\cos 180^\circ = -\left(\frac{I\pi R^2}{4}\right)B\cos 180^\circ = \frac{I\pi R^2 B}{4}$$

---

۲) الف)



$$\vec{F}_{①} = I\vec{L}\times\vec{B} = IaB\sin 90^\circ\cdot(-\hat{k}) = -IaB\,\hat{k}$$

$$\vec{F}_{②} = I\vec{L}\times\vec{B} = IaB\sin 0^\circ = 0$$

$$F_{③} = I\vec{L}\times\vec{B} = I\,2a\,B\sin 90^\circ(\hat{k}) = 2IaB\,\hat{k}$$

$$\vec{F}_{⑤} = I\vec{L}\times\vec{B} = I\,2aB\sin 180^\circ = 0$$

$$d\vec{F}_{④} = I\,d\vec{L}\times\vec{B} = I\,a\,d\theta\,B\sin\theta(-\hat{k}) = -IaB\sin\theta\,d\theta\,\hat{k}$$

$$F_{④} = -IaB\,\hat{k}\int\sin\theta\,d\theta = IaB\,\hat{k}\cos\theta\Big]_0^{\pi/4} = IaB\,\hat{k}(0-1) = -IaB\,\hat{k}$$

Scanned with CamScanner

۴

ب)

$$\vec{F}_{\text{برایند}} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{③} + \vec{F}_{④} + \vec{F}_{⑤} = -IaB\hat{k} + 2IaB\hat{k} - IaB\hat{k} = 0$$

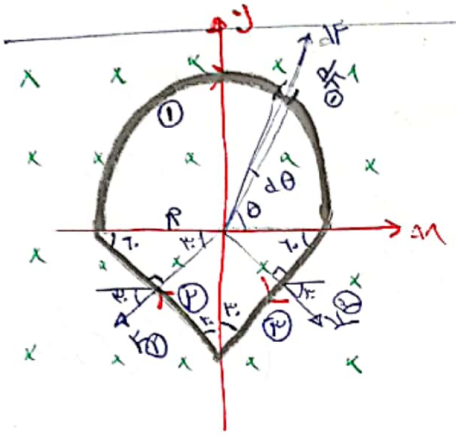
ج)

$$\vec{\mu} = I\vec{A} = I\left(2a^2 + \frac{\pi a^2}{4}\right)(-\hat{k}) = -Ia^2\left(2+\frac{\pi}{4}\right)\hat{k}$$

د)

زاویه بین μ و B

$$W = \Delta U = U(180) - \underbrace{U(90)}_{\text{وضعیت داده شده در مسئله}} = -\mu B\cos 180 - 0 = +\left(Ia^2\left(2+\frac{\pi}{4}\right)\right)B$$



۳

$$\vec{F}_{②} = I\vec{L}\times\vec{B} = I\,2RB\sin 90\left(-\cos 30\,\hat{i} - \sin 30\,\hat{j}\right)$$

$$= -2IRB\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right)$$

$$\vec{F}_{③} = I\vec{L}\times\vec{B} = I\,2RB\left(\cos 30\,\hat{i} - \sin 30\,\hat{j}\right)$$

$$= 2IRB\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j}\right)$$

$$d\vec{F}_{①} = I\,d\vec{L}\times\vec{B} = I\,R\,d\theta\,B\sin 90\left(\cos\theta\,\hat{i} + \sin\theta\,\hat{j}\right)$$

$$F_{①x} = \int IRB\cos\theta\,d\theta\,\hat{i} = +IRB\sin\theta\Big]_0^{\pi}\hat{i} = -IRB(0-0) = 0$$

$$F_{①y} = IRB\int d\theta\sin\theta\,\hat{j} = -IRB\,\hat{j}\cos\theta\Big]_0^{\pi} = -IRB\,\hat{j}(-1-1) = 2IRB\,\hat{j}$$

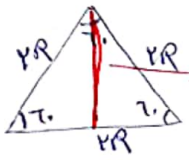
ب)

$$\vec{F}_{\text{برایند}} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{③} = 0 + 2IRB\hat{j} - 2IRB\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} + \frac{1}{2}\hat{j}\right) + 2IRB\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{i} - \frac{1}{2}\hat{j}\right)$$

$$= 0$$

ج)

$$\vec{\mu} = I\vec{A} = I\left(\frac{\pi R^2}{2} + \frac{2R\,2R\,\overset{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin 60}}{2}\right)(-\hat{k}) = -IR^2\hat{k}\left(\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}\right)$$



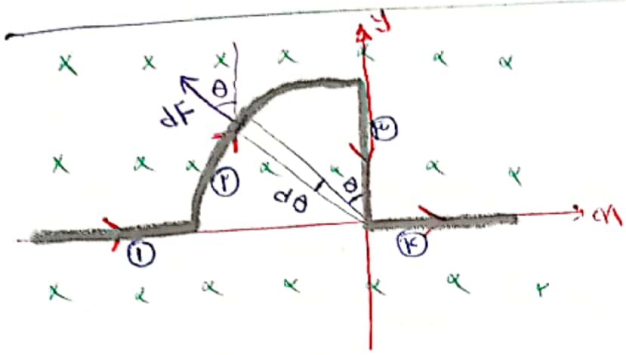
$$h = 2R\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}2R$$

Scanned with CamScanner

③

$$\Delta U = U_f - U_i = U(90) - U(0) = 0 - (-\mu B\cos 0) = \mu B = IR^2B\left(\frac{\pi}{2}+\sqrt{2}\right)$$

④



$$\vec{F}_{①} = I\vec{L}\times\vec{B} = I\ell B\hat{j}$$

$$\vec{F}_{②} = I\vec{L}\times\vec{B} = IRB\sin 90\,\hat{i} = IRB\hat{i}$$

$$\vec{F}_{④} = I\vec{L}\times\vec{B} = I\ell B\sin 90\,\hat{j} = I\ell B\hat{j}$$

$$d\vec{F}_{③} = I\,d\vec{L}\times\vec{B} = I\,R\,d\theta\,B\sin 90\,(-\sin\theta\,\hat{i}+\cos\theta\,\hat{j}) = IRB\,d\theta\,(-\sin\theta\,\hat{i}+\cos\theta\,\hat{j})$$

$$\vec{F}_{③x} = \int -IRB\,d\theta\,\sin\theta\,\hat{i} = -IRB\,\hat{i}\int\sin\theta\,d\theta = +IRB\,\hat{i}\cos\theta\Big]_0^{\pi/2} = IRB(0-1)\hat{i}$$

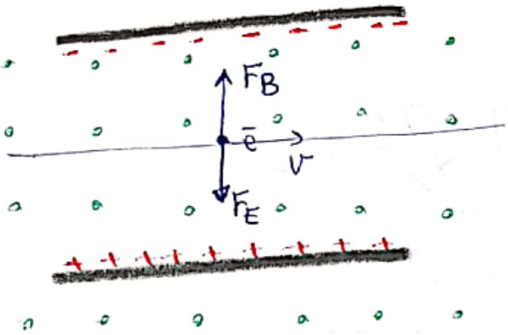
$$= -IRB\,\hat{i}$$

$$\vec{F}_{③y} = \int IRB\,d\theta\cos\theta\,\hat{j} = IRB\hat{j}\int\cos\theta\,d\theta = IRB\hat{j}\sin\theta\Big]_0^{\pi/2} = IRB\hat{j}$$

$$\vec{F}_{\text{برایند}} = \vec{F}_{①} + \vec{F}_{③} + \vec{F}_{②} + \vec{F}_{④} = I\ell B\hat{j} + \cancel{IRB\hat{i}} + I\ell B\hat{j} - \cancel{IRB\hat{i}} + IRB\hat{j}$$

$$= \hat{j}(2I\ell B + IRB) = IB(2\ell+R)\hat{j}$$

⑤



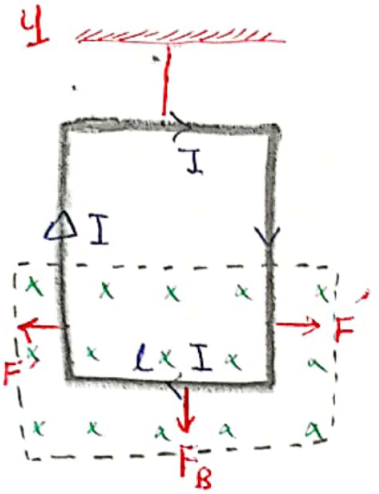
اگر بخواهد بدون انحراف از بین دو صفحه بیرون رود باید $\vec{F}_{\text{برایند}} = 0$

$$F_B = F_E \Rightarrow \cancel{e}E = \cancel{e}vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

$$v = \frac{112\times10^{4}}{18\times10^{-3}} = \frac{2}{3}\times10^{6}\ m/s$$

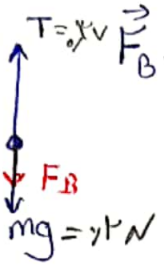
⑥

Scanned with CamScanner



۶) حلقه حرکت ندارد پس برایند نیروهای وارد بر آن صفر است.

نیروهایی که در راستای عمود وارد می‌شوند: نیروی کشش نخ - وزن - نیروی مغناطیسی



$$\vec{F}_B + mg\hat{j} + \vec{T} = 0$$

$$T = mg + F_B \Rightarrow F_B = ۰/۳۷ - ۰/۲ = ۰/۱۷ N$$

نیروی مغناطیسی باید ۰/۱۷ N و به سمت پایین باشد تا برایند نیروهای وارد بر حلقه صفر شود. پس جریان حلقه باید ساعتگرد باشد.

$$F_B = I\vec{l}\times\vec{B} = IlB\sin 90^\circ = ۲ \times ۰/۱۲ \times B = ۰/۱۷$$

$$B = \frac{۰/۱۷}{۲ \times ۰/۱۲} = \frac{۱۷}{۲۴}\ (T)$$

F' ها به میله‌های عمودی وارد می‌شوند و هر دو با هم برابر اند و افقی هستند. پس همدیگر را خنثی می‌کنند و در برایند نیروهای عمودی تأثیری ندارند.

Scanned with CamScanner