

نماز

نکته اول: رانگه می تواند نقطه شروعی دوباره باشد.

• نقطه شروعی برای موفقیت در دین و انسانیت

• " " " یک زندگی شاد، بدون توقع

تو می توانی با هر رتبه و در هر رشته ای که هستی، در این درس موفق باشی

اگر:

۱. با نام خدا مطالعه را آغاز کنید.

۲. حضور کامل در مدرسه.

۳. تحت هیچ عنوان مدرسه را از دست ندهید (غائب نباشید)

۴. خوب خواب نداشتن کنید - مطالعه کنید - تفکر کنید

۵. توکل بر خدا در هر لحظه،

۶. **تو** **خلیفه الله** هستی، پس می توانی موفق و پیروز باشی

اگر نه مجزای . یا علی .

A

مقدمه : در فیزیک الکتریسته و مغناطیس
مجموعه ای از اصول و قوانین

مفاهیم :
- بار الکتریکی (الکتریکال)

- میدان الکتریکی

- قانون گاوس

- پتانسیل الکتریکی

- ظرفیت - خازن ها

- (جریان و مقاومت - حده ها)

- مدار DC

- میدان مغناطیسی

- متا میدان مغناطیسی - میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

- القای متقابل

- معادلات ماکسول ؟

$$F=kq_1q_2$$

- الکتریسیته نامی است به گستره وسیع پدیده های الکتریکی به شکل های مختلف
از آذرخش در آسمان گرفته تا درختش (الب) از آنچه اتم ها را به شکل مولکول
هم می پیوند و جاذبات و مایعات را به وجود می آورد تا ضرب های عصبی که در
دستگاه اعصاب به حرکت می کشد، **همگی نشأ الکتریکی** دارند.

- نام الکتریته از الکترن گرفته شده که مشابه کربا در زبان یونانی است که به معنی
کاهج ضعیف است که وقتی با جسمی مالش داده شود، الکتریته دار می شود.

- در عصر قداری، شناخت مبانی الکتریته و هم چنین چگونگی کارکرد آن در
صنعت، برار حفظ دارت های آن بی در فاه کشنی بشر اهمیت دارد.

- در بنی فسل، الکتریسیته ساکن (الکتریسیته ساکن) را بررسی می کنیم.

عینی مطالعه بارها الکتریکی در حال بکون (یا اینکه بماند در حال حرکت اند)
چگونه تشکیل بارها، انواع نیروهای که به هم دارند می کشد را خواصم شناخت.

- خواصم دیدیم چگونه می توان این نیروها را بر حسب شدت میدان الکتریکی، به هم پیوند

- در ادامه درس، در مقول به بر حرکت بارها الکتریکی (جریان الکتریکی) می پردازیم.

- در ادامه با رتبه ها و مولد جریان سروکار خواصم داشت.

- در مقابل رابط بین جریان الکتریکی و مقادیر خواصم دیدیم.

و اینکه چگونه می توان **مقادیر و الکتریسیته** را برار در ابزارهای موتورها و

از بارها الکتریکی بکار گرفت.

- **شناخت الکتریسیته**، به یافتی کام به کام نیاز دارد زیرا خود مفهوم، آن بر مفهوم بعدی است.

- نیروی الکتریکی :

• چنانچه اگر نیروی بنیادی وجود داشت که مثل گرانشی، به صورت عکس مجذور ماصدا تغییر کند
اما سیلیاردها بار قوی تر بود !!!

• اگر چنین نیروی وجود داشت و مثل گرانشی فقط نیروی جاذبه بود، عالم به صورت گوی سفیدی
دری آمد !!! و تمام مواد در هم سسخت به هم زده می شدند.

• و اما فرض کنید که این نیرو دفعه بود، بایستی شد که هر گاه از ماده آتیه دیگر دفع کند.
و هم آتفاقی می افتاد !!! عالم به صورت گازی همواره در حال انبساط بود!

• و چنانچه با مقدار عالم را از ذرات ذره + و - آفریده و تعداد آنها نیز مساوی!
و این نیروی قوی (نیروی الکتریکی بین بارها الکتریکی) مانند متوازن شده.
و عالم به این شکل متوازن را قبول کرده.

چنین ذراتی را بارها الکتریکی و نیروها بین آنها را نیروی الکتریکی نامند.
ذرات + و - را نیروی جاذبه الکتریکی عظیمی، که هم گاهی در درجه اتم و موصل و تکیه و ...
• بین دو تکه ماده معمولی، شکل و توان جاذبه یا دفعه الکتریکی بایستی از یکا هر قطعه حاوی
تعداد ذرات + و - مساوی است. مثلاً بین زمین و ماه، نیروی الکتریکی خالصی
وجود ندارد. نیروی غالب بین ماه و زمین، نیروی جاذبه گرانشی است.

- بار الکتریکی :

۱. اصطلاح + و - بار الکتریکی را فرانکلین مطرح کردند.
• وقتی می گوئیم "بار روی جسم" یا "مقدار بار جابجایی"، به معنای آن نیست که
بار الکتریکی مادی است. آن هم مادی است "ذرات" هستند و بار
صرفاً یکی از خواص ذره هاست.

• ذرات دار بار + در ماده معدنی، پررئون ها هستند و

ذرات دار بار - ، اکثرن ها هستند.

• نیروی جاذبه الکتریکی بین این ذرات، سبب گرد آمدن آنها در واحدهای بزرگ و کوچک،
بنام اتم می شود.

• وقتی دو اتم به هم نزدیک شوند، توان (شدت) نیروی جاذبه و دفعه بین اتم ها،

به علت حرکت اکثرن ها، در حجم هواتم، حاصل می شود که این اتم ها می توانند
تکثیر و جذب کنند و تکیس می شوند.

• در واقع تمام نیروهای پیوندی بین اتم ها که می توانند تکیس دهند،

سرشت **الکتری** دارند!

• چرا پررئون ها هستند، تکثیر و دفع نمی کنند و لزوم دوری ندارند!! هم چیزی اجزای
هسته را کنار هم نگه می دارند!!

• در هسته، علاوه بر **نیروی الکتریکی**، نیروهای قوی و ضعیف الکتریکی هم وجود دارد

که به رغم دفع الکتریکی بین پررئون ها، می توانند پررئون ها را کنار هم نگه دارند

• بار الکتریکی کوانتیده است. کوانتای بار: بار یک اکثرن

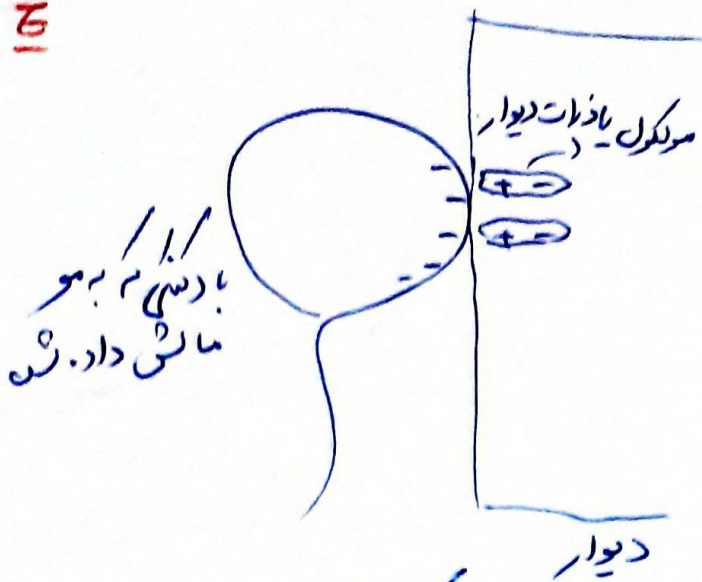
(واحدها کوچکتر بار الکتریکی تاکنون مشاهده شده است)

• **قطبش بار:**

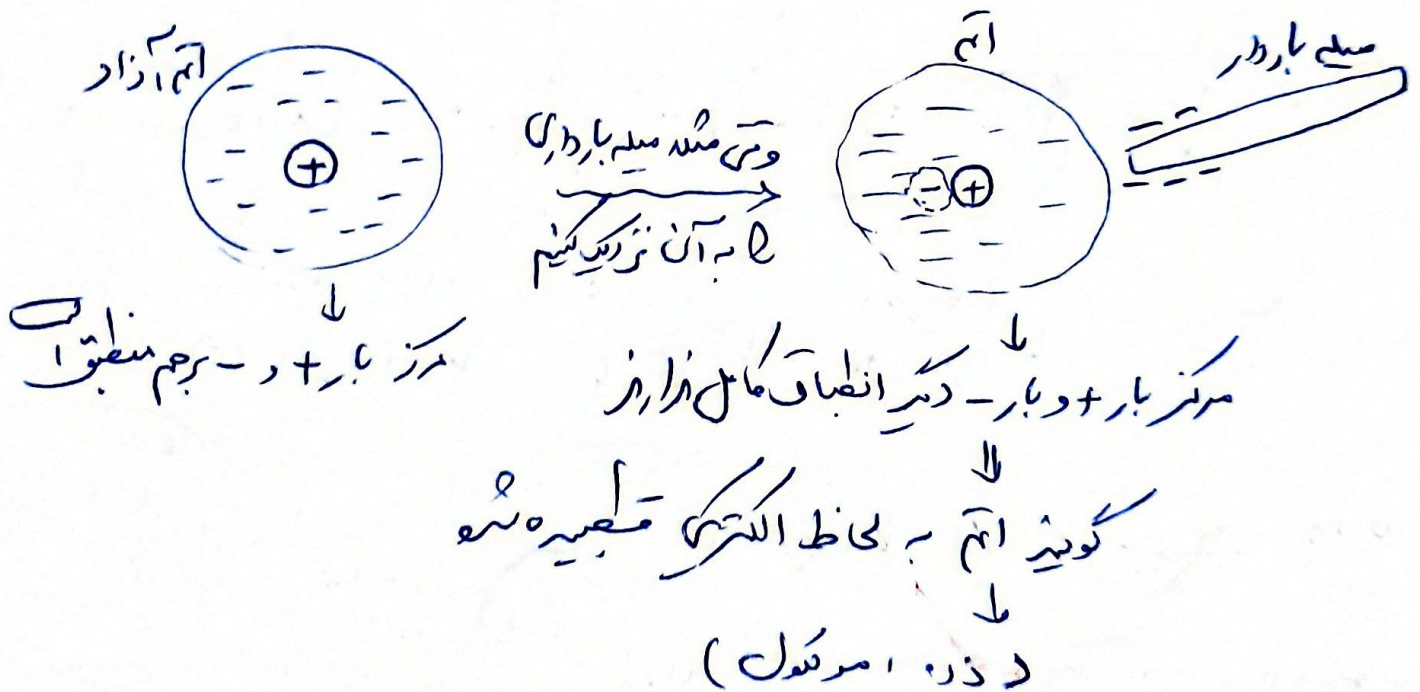


بخش مثبت اتم یا موکول، به طرف

میل کشیده می شود (یا به عبارتی غیر صفر اتم یا موکول از صفر دور می شود)
به عبارتی غیر + و - اتم یا موکول کمی از هم جدا می افتد: ذره قطبیده شده.



بادکنک با بار مثبت، اتم‌ها را دیوار و قطبید می‌کنند و سطح با بار + به وجود می‌آید و
 به جاذبه کولنی بین بار مثبت و بار منفی دیوار و سطح مثبت دیوار
 بادکنک به دیوار می‌چسبد.



مفصل اول :

- قانون کولن

- بار الکتریکی

- میدان الکتریکی

■ بار الکتردن ، یک خاصیت ذاتی از الکتردن است .

■ نیروهای چو رخانه عالم به ترتیب قدرت :

- نیروی قوی (درون هسته)

- نیروی الکتر و مغناطیسی

- نیروی ضعیف (موضوع مورد بحث در ذرات بنیادی)

- نیروی گرانشی (نیروی بین درجیم)

■ در فیزیک ۲ به نیروی الکتر و مغناطیسی نگاه داریم .

↓
الکتریسیته

در معنی الکتریسیته : با بار الکتریکی ساکن (الکتر استاتیک) سروکار داریم .

■ واحد بار الکتریکی : کولن (C) است .

■ واحد بار (کوانتوم بار) الکتریکی : بار یک الکتردن است .

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$q = n e$$

(مقدار بار و متغیر برابر مقدار بار الکتردن است) $(+e)$
 (مقدار الکتردن ها) (عدد صحیح)

۲

▪ در نوع بار الکتریکی + و - هم در دلد (برابر شدت آثر کشش)

▪ بار الکتریکی یابسته است.

نه تولید می شود و نه نابود می شود بلکه از جسم به جسم دیگر منتقل می شود.

▪ موارد از تقوا الکتریکی، رسانا هستند یا نارسانا:

- رسانا: مانند آهن، مس، فلزات: بار الکتریکی درون آن به راحتی حرکت می کند.

- نارسانا: مانند: شیشه، چوب...: بار الکتریکی مقید به جایی بوده و به راحتی جابجا نمی شود.

- نیمه رسانا: مثل ژرمانیوم، سیلیسیم: حالت وسطی بین رسانا و نارسانا دارند.
(نه رسانای کامل و نه نارسانای کامل هستند)

▪ قانون کولن:

دو بار هم عدت هم تیرا دفع را از غیر هم عدت هم تیرا جذب می کنند.



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

اندازه نیروی اعمالی بین دو بار q_1 و q_2

r : فاصله بین دو بار

k : ثابت الکترودینامیک $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$

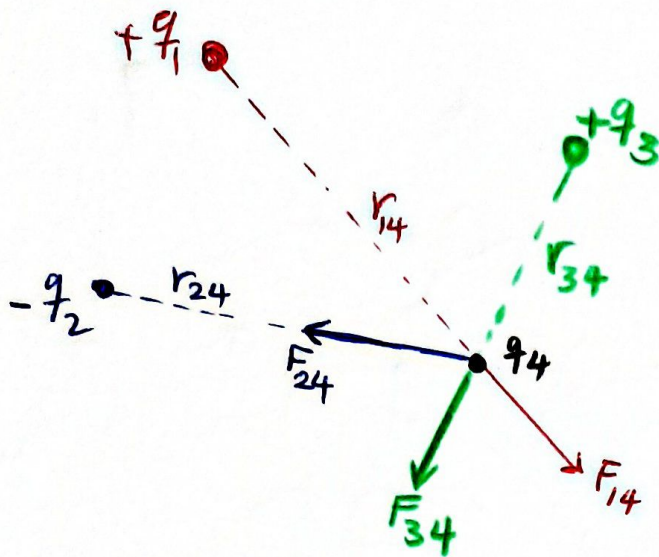
له جنبش محصلی که دو بار در دوش قرار دارد

$$|F_{12}| = |F_{21}|$$

قانون سوم نیوتن

■ اصل برهم نهی در الکتریسیته :

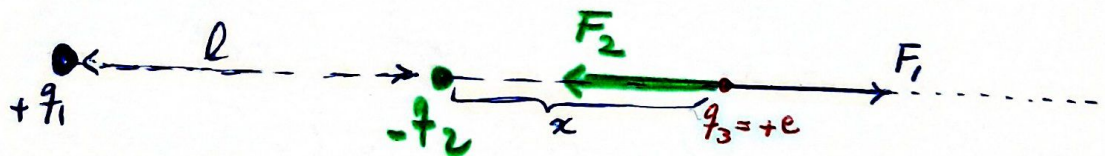
نیروی الکتریکی کل وار در بار q_4 ؟



$$\vec{F}_{q_4} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

$$|F_1| = k \frac{q_1 q_4}{r_{14}^2} \quad \text{و} \quad |F_2| = k \frac{q_2 q_4}{r_{24}^2} \quad \text{و} \quad |F_3| = k \frac{q_3 q_4}{r_{34}^2}$$

■ مثال ۱: در شکل زیر، بر دو تکه درج فاصله از دایره داده شده قرار گرفته اند در مقابل یکدیگر
(فاصله دایره q_1 و q_2 : l)
 $q_2 = -2q$ ، $q_1 = 8q$



توازن : $|F_1| = |F_2|$

$$\left| k \frac{q_1 q_3}{(l+x)^2} \right| = \left| k \frac{q_2 q_3}{(x)^2} \right| \rightarrow \frac{8q}{(l+x)^2} = \frac{2q}{x^2}$$

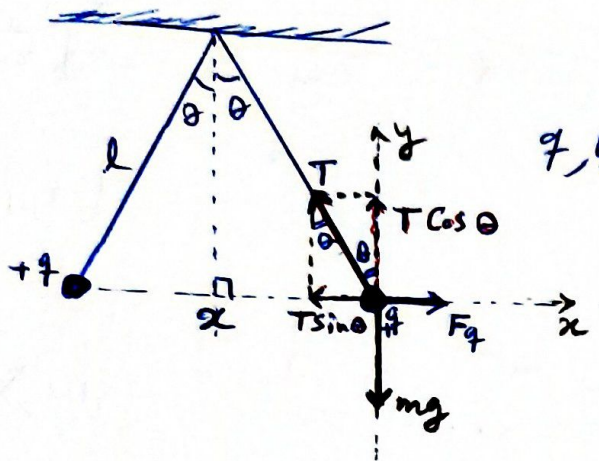
$$\rightarrow 4x^2 = (l+x)^2 \rightarrow 2x = l+x$$

$$\boxed{x = l}$$

بر دو تکه در فاصله l متر از بار $-2q$ باید می‌نشینند تا ساکن بمانند (توازن)

۲

مثال ۲: دو گوی رسانای کوچک با جرم یکسان m و بار یکسان $+q$.
 از نخ‌های رسانایی به طول l آویزان شده‌اند. فرض کنید کوچک‌ها
 به طوری متویب می‌توانند $\tan \theta \approx \sin \theta$ در تقوا گرفت .
 فاصله بین دوبار در حالت تعادل بارها را بیابید . ($x = ?$)



$$F = k \frac{q q}{x^2} \quad \text{از این نیروی انکساری داریم بار } q$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تادل نیروهای افقی در راستای } x \\ \text{تادل نیروهای عمودی در راستای } y \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_q = T \sin \theta \\ mg = T \cos \theta \end{array} \quad \div$$

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{F_q}{mg} = \frac{k q^2 / x^2}{mg} \\ \approx \sin \theta & \\ &= \frac{x/2}{l} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{x/2}{l} = \frac{k q^2}{mg x^2}$$

$$x^3 = \frac{2 k l q^2}{mg}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\left[x = \left(\frac{l q^2}{2\pi\epsilon_0 mg} \right)^{1/3} \right] \quad \text{فاصله بین دوبار } +q \text{ و } +q \text{ که در حال تعادلند.}$$

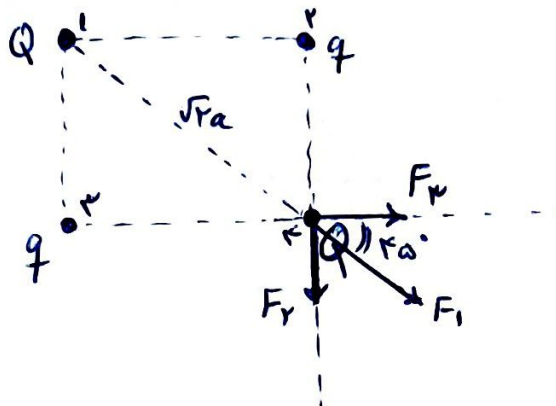
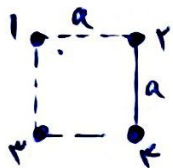
مسئله ۳۳: س ۸ معن ۱۲ هالتر در ۸ س ۱۰ معن ۲۱ هالتر در ۱۰

۴ بار الکتریکی زیر تکلیف برده شده اند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارده بر ذره ها

یکدیگر برابر صفر باشد، نسبت $\frac{Q}{q}$ ؟

$$q_1 = q_2 = Q$$

$$q_3 = q_4 = q$$



$$|F_1| = k \frac{Q Q}{(a)^2}$$

$$|F_2| = k \frac{q Q}{a^2}$$

$$|F_3| = k \frac{q Q}{a^2}$$

در راستای x: $F_3 + F_1 \cos 45^\circ = 0 \rightarrow \frac{k q Q}{a^2} + k \frac{Q^2}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$$q = -\frac{\sqrt{2}}{2} Q \rightarrow \boxed{\frac{Q}{q} = -\sqrt{2}}$$

در راستای y: $F_3 + F_2 \sin 45^\circ = 0 \rightarrow \frac{k q Q}{a^2} + k \frac{Q^2}{a^2} = 0$

همان جواب با جواهر دارد

$$\rightarrow \frac{Q}{q} = -\sqrt{2}$$

9

نمونه سوال ۱: سه بار نقطه‌ای متساوی طول شکل برآوردارند.

بزرگ و جهت نیروی الکتریکی وارده بر بار q_3

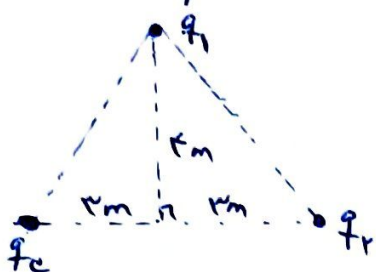
حل کنید

جواب:

$$q_1 = 2.0 \mu C$$

$$q_2 = -3.0 \mu C$$

$$q_3 = 4.0 \mu C$$



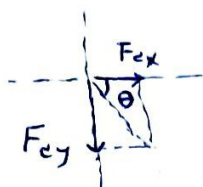
$$|F_3| = \sqrt{F_{cx}^2 + F_{cy}^2}$$

$$= 0.124 N$$

$$F_{cx} = 0.127$$

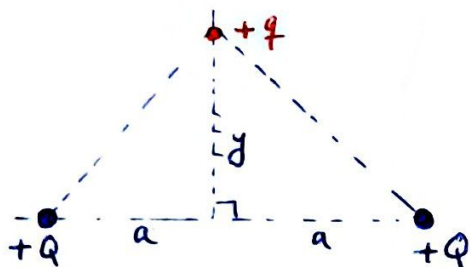
$$F_{cy} = -0.25$$

$$\rightarrow \tan \theta = \frac{0.25}{0.112} \rightarrow \theta = 61.1^\circ$$



نمونه سوال ۲: در شکل زیر، الف. نیروی برآیند وارده بر بار q

ب. مقدار a بر حسب a چنان باشد که نیروی وارده بر q صفر شود



$$F = \frac{2KQqy}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

جهت: در راستای y

$$y = \frac{\sqrt{2}}{3} a$$

حل کنید

جواب:

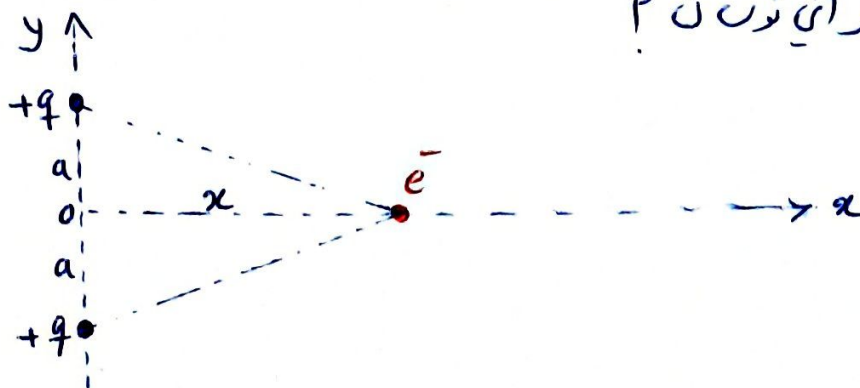
الف:

ب:

نمونه سوال ۳: مطابق شکل، الکتریکی با بار e روی محور x ها در فاصله x از مبدأ O قرار دارد.

الف. نیروی وارده بر الکتریک e بر حسب x بدست آورید. این نیرو در چه جهت است؟

ب. نشان دهید برای مقادیر $a \ll x$ ، نیروی وارده بر الکتریک e موجب نوسان کوچک آن حول نقطه O می‌شود. فرکانس این نوسان؟



میدان الکتریکی

هدف فصل:

تعریف میدان الکتریکی و بررسی روش محاسبه آن برای اجزای مختلف ذرات بارداره

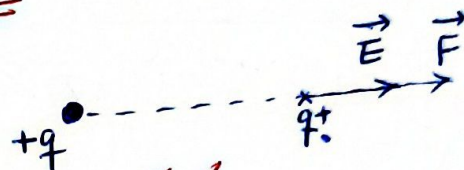
میدان الکتریکی $\vec{E}$

خاصیت مقیاسی اطراف هر بار الکتریکی را میدان الکتریکی گویند.

• $+q$ بار آزمون بسیار کوچک را بار آزمون گویند در تقاطع گرفته می شود تا فقط میدان الکتریکی ناشی از توزیع بار داده شده را اندازه گیری کنیم - و اثرات ناشی از بار آزمون وارد نشود

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}} \quad \text{or} \quad \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0} = \vec{E}$$

در N/C واحد

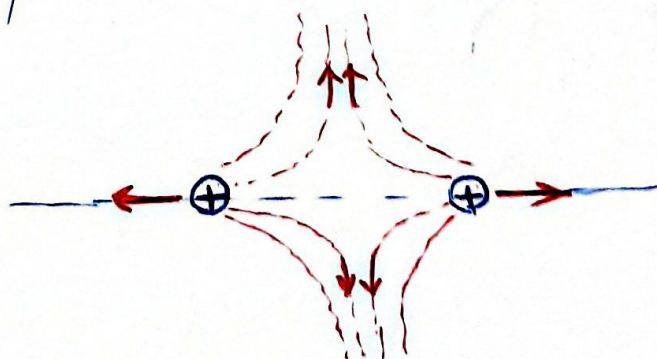
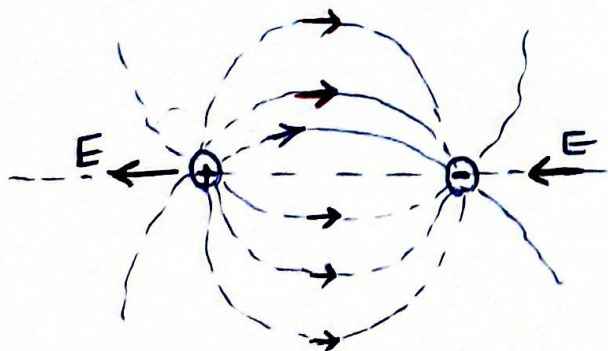
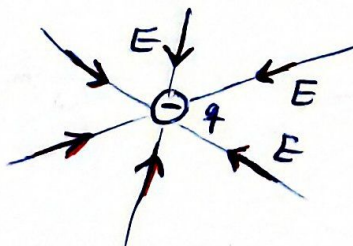
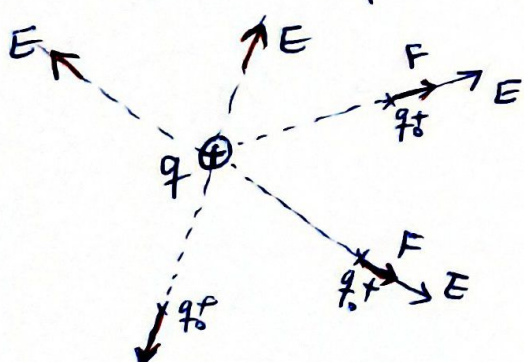


• خطوط میدان الکتریکی: خطوطی مجازی که برای کمک به تصور کردن خطوط میدان میدان الکتریکی اطراف یک بار را رسم می شوند.

• خطوط میدان از بار + خارج می شوند.

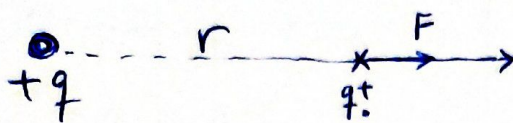
• به بار منفی وارد می شوند.

• چند نکته:



۱

الف. میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای؟ (در فاصله r از بار)



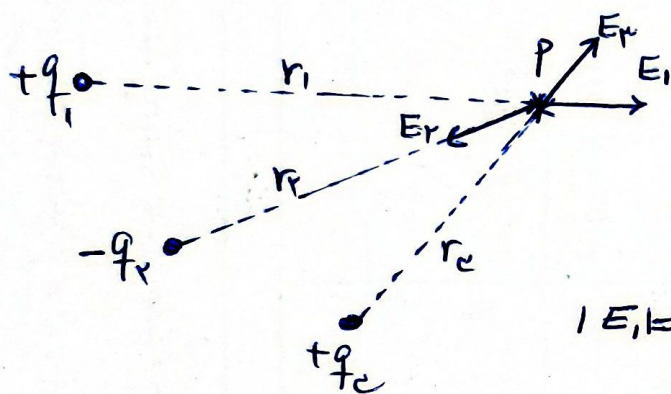
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}, \quad \vec{F} = k \frac{q q_0}{r^2}$$

میدان الکتریکی ناشی از بار q در فاصله r از بار

$$\boxed{\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}}$$

اگر $+q$ باشد، جهت E شعاعی و به سمت خارج
اگر $-q$ باشد، جهت E شعاعی و به سمت داخل

ب. میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه‌ای؟ (در نقطه P) $\vec{E}_P = ?$



$$\boxed{\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_r + \vec{E}_c + \dots}$$

(اصل هم‌ارزی)

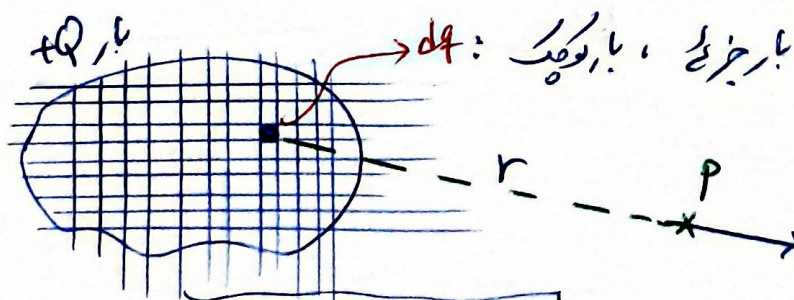
$$|E_1| = k \frac{q_1}{r_1^2}$$

$$|E_r| = k \frac{q_r}{r_r^2}$$

میدان الکتریکی ناشی از بار q در فاصله r از بار

$$|E_r| = k \frac{q_r}{r_r^2}$$

ج. میدان الکتریکی ناشی از جسم پیوسته باردار در مکان P !



$$|dE| = k \frac{dq}{r^2}$$

میدان الکتریکی خرد ناشی از بار خرد dq

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_P = \int d\vec{E}}$$

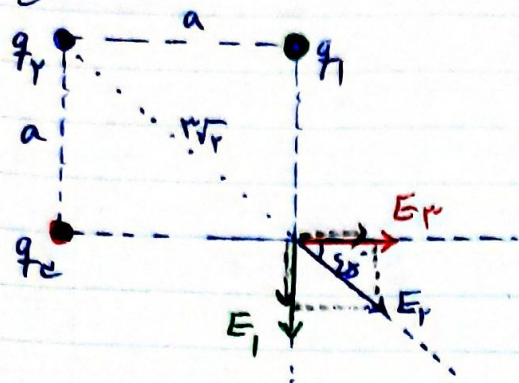
انتگرال روی حجم باردار

$$\vec{E} = \int dE_x$$

مؤلفه x میدان

9

مثال ۱: سه بار نقطه‌ای در رأس یک مربع به ضلع ۳ سانتی متر دارند. میدان الکتریکی در رأس دیگر مربع؟



$$q_1 = 3 \mu\text{C}, q_2 = 4 \mu\text{C}, q_3 = 2 \mu\text{C}$$

$$|E_1| = \frac{k q_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-6}}{(0.03)^2} = 3 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$|E_2| = \frac{k q_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(0.03\sqrt{2})^2} = 2 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$|E_3| = \frac{k q_3}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6}}{(0.03)^2} = 2 \times 10^7 \text{ N/C}$$

$$\rightarrow E = E_2 + E_3 \text{ در } \angle 45^\circ = 2 \times 10^7 + 2 \times 10^7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \dots \text{ N/C}$$

مؤلفه x میدان کل در P

$$E = E_1 + E_2 \sin 45^\circ = 3 \times 10^7 + 2 \times 10^7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = (3 + \sqrt{2}) \times 10^7 \text{ N/C}$$

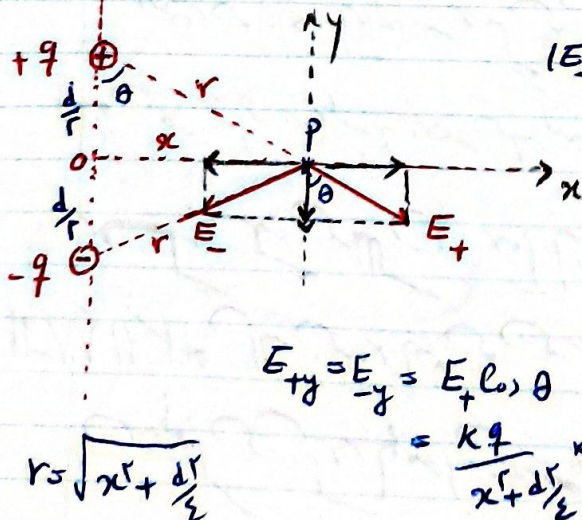
مؤلفه y میدان کل

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \dots \text{ N/C}$$

اندازه میدان کل

دوقطبی الکتریکی: دو بار الکتریکی با بزرگی یکسان، با علامت مخالف با فاصله d از هم.

مثال ۲: میدان الکتریکی ناشی از دوقطبی الکتریکی زیر در نقطه P؟ $\vec{E}_P = ?$



$$|E| = |E_+| = \frac{k q}{r^2} = \frac{k q}{(x^2 + \frac{d^2}{4})}$$

$$\rightarrow E_x + E_x = 0 = E_x \text{ هر دو}$$

$$\rightarrow E = E_y + E_y = \frac{2 k q d}{2(x^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}} \text{ هر دو در نقطه P}$$

$$\begin{aligned} E_y &= E_y = E_+ \cos \theta \\ &= \frac{k q}{x^2 + \frac{d^2}{4}} \times \frac{\frac{d}{2}}{r} \\ &= \frac{k q d}{2(x^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}} \end{aligned}$$

$$E = \frac{k p}{(x^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}} \quad (\text{نقطه})$$

$p = qd$ گشتاور دوقطبی الکتریکی
واحد C.m

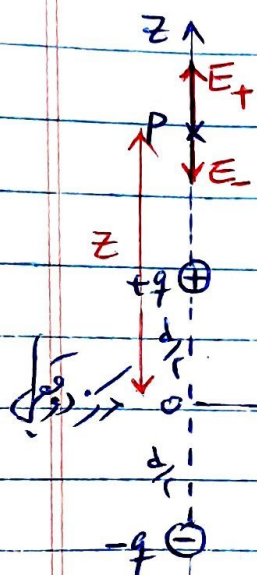
میدان الکتریکی ناشی از
دوقطبی در یک نقطه P در
محور عمود منصف دوقطبی

نکته: در فواصل دور از دو قطبی الکتریکی، میدان الکتریکی؟

$$\vec{E} = -K\vec{P} \quad \xrightarrow{x \gg d} \quad \boxed{\vec{E} \approx -\frac{K\vec{P}}{x^3}}$$

$x^2(1 + \frac{d^2}{4x^2})^{3/2} \quad \frac{d^2}{x^2} \rightarrow 0$

مثال ۳: میدان الکتریکی یک دو قطبی در نقطه P در شکل زیر باشد.



$$|E_+| = \frac{Kq}{(z - \frac{d}{2})^2}$$

$$|E_-| = \frac{Kq}{(z + \frac{d}{2})^2}$$

$$\Rightarrow E_P = E_+ - E_- = \frac{Kq}{(z - \frac{d}{2})^2} - \frac{Kq}{(z + \frac{d}{2})^2}$$

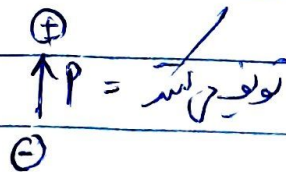
$$\text{میدان الکتریکی در نقطه P} = \frac{Kq^2 z d}{(z^2 - \frac{d^2}{4})^2} = \frac{Kq^2 z d}{z^4 (1 - \frac{d^2}{4z^2})^2} = \frac{Kq d^2}{z^3 (1 - \frac{d^2}{4z^2})^2}$$

در فرض $z \gg d$

$$\Rightarrow \frac{d}{z} \rightarrow 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{E_P = \frac{2Kq}{z^3}}$$

$\vec{P} = qd$
 بردار دو قطبی
 فاصله بین دو بار
 بار دو قطبی
 جهت دو قطبی الکتریکی



$$+q \quad r \quad E = ?$$

$$E = \frac{Kq}{r^2}$$

$$E \approx \frac{Kq}{r^2}$$

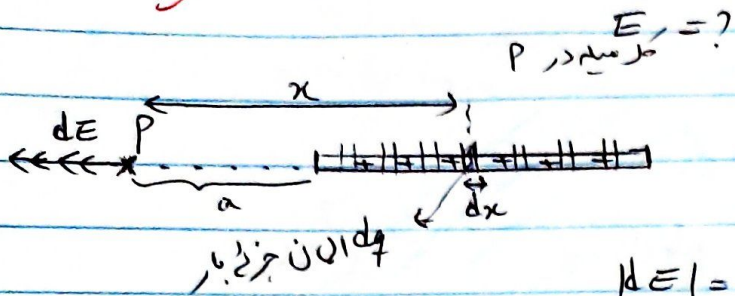
جمع بردارهای میدان

میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه ای:

میدان الکتریکی ناشی از دو قطبی در فواصل دور:

11

مثال ۴: مدله‌ی بارها با طول l به صورت یک یونان باردار است. میدان الکتریکی
نقطه‌ی از صلب در نقطه‌ی P را بیابید.



المان جزئی میدان که الان جزئی
 $dE =$ تولید می‌کند (در P)

$$dE = k \frac{dq}{x^2}$$

$$\begin{aligned} E &= \int dE = \int k \frac{dq}{x^2} \\ &= k \int \frac{\lambda}{l} \frac{dx}{x^2} \\ &= \frac{k\lambda}{l} \int_a^{a+l} \frac{dx}{x^2} \end{aligned}$$

$$\left[\frac{dq}{dx} = \frac{\lambda}{l} \right]$$

$$= \frac{k\lambda}{l} \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{x=a}^{x=a+l} = \frac{k\lambda}{l} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right)$$

جواب: $\frac{k\lambda}{l} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right)$

مثال ۵: چگالی بار

۱) چگالی خطی بار $\lambda = \frac{q}{l}$

۲) چگالی سطحی بار $\sigma = \frac{q}{A}$

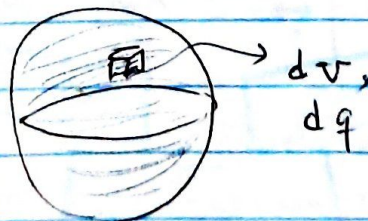
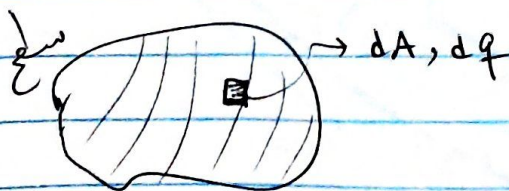
۳) چگالی حجمی بار $\rho = \frac{q}{V}$

در حالت کلی:
و اگر توزیع بار
یک یونان باشد

$$\lambda(x) = \frac{dq}{dx}$$

$$\sigma(\vec{r}) = \frac{dq(\vec{r})}{dA}$$

$$\rho(\vec{r}) = \frac{dq(\vec{r})}{dV}$$



۱) $q = \lambda l$

۲) $q = \sigma A$ or

۳) $q = \rho V$

از روابط بالا می‌توان دید:

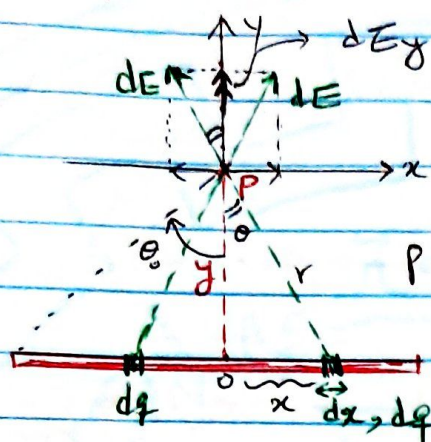
در سطح: $Q = \int dq = \int \lambda(x) dx$

در حجم: $Q = \int dq = \int \rho(x) dV$

مثال ۵: مدی نارسانا به طول $2a$ به صورت کانه شتافت باردار است. میان الکتریکی

در نقطه P که روی عمود مسافت مدی به فاصله y از مدی قرار دارد، حثرت است

(حثرتی خطی بار مدی: $(+)$)



$$dE = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{dq}{(x^2 + y^2)}$$

میان الکتریکی جزئی ناهای از الکترون جزئی بار dq در نقطه P

به علت تقارن مسدود، مؤلفه x میان الکتریکی
معدوم می‌ماند.

$$\rightarrow E_P = E_y = \int_0^{\theta_0} dE_y = \int_0^{\theta_0} dE \cos \theta$$

میان الکتریکی (معدل)

$$= \int_0^{\theta_0} k \frac{dq}{(x^2 + y^2)} \times \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \int_0^{\theta_0} \frac{dk}{r^2} \times \frac{y}{r} = \int_0^{\theta_0} \frac{\lambda dx}{y^2} \times \frac{y}{\cos \theta}$$

$$\cos \theta = \frac{y}{r} \rightarrow r = \frac{y}{\cos \theta}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dx} \rightarrow dq = \lambda dx$$

$$\tan \theta = \frac{x}{y} \rightarrow x = y \tan \theta \rightarrow dx = \frac{y}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$\therefore E = \lambda \int_0^{\theta_0} \frac{dx}{y^2 \cos^2 \theta} = \lambda \int_0^{\theta_0} \frac{y \tan \theta d\theta}{y^2 \cos^2 \theta} = \frac{\lambda}{y} \int_0^{\theta_0} \tan \theta d\theta$$

میان الکتریکی (معدل)

$$= \frac{\lambda}{y} (\sin \theta) \Big|_0^{\theta_0} = \frac{\lambda}{y} \sin \theta_0 = \frac{\lambda}{y} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}} \hat{j}$$

$y =$ عدولت (معلوم است)

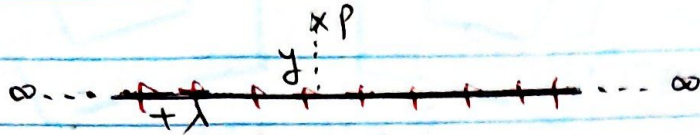
برای $y \gg a$ ، یعنی از مسافت دور شو، میان الکتریکی در نقطه P

$$E_P = \frac{\lambda}{y} \frac{a}{y \sqrt{1 + \frac{a^2}{y^2}}} \rightarrow E_P \approx \frac{\lambda a}{y^2} \quad , \quad \lambda a = q \rightarrow E_P \approx \frac{kq}{y^2}$$

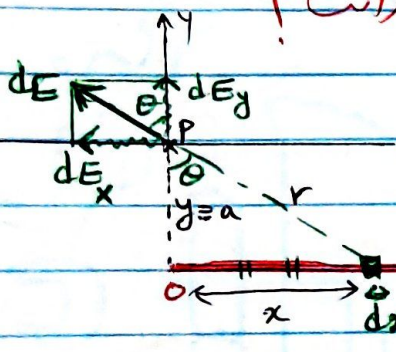
مدی، مثل بار نقطه باردار است.

۱۴ مثال ۶: دو انتگرال میل به دایره با جویای خط λ به نوبت با هم برابر است (اگر λ در نقطه P به فاصله y از خط P)

$$\rightarrow E_P \equiv E_y = \dots = \frac{2k\lambda}{y} \sin\theta \Big|_{\theta=0}^{\theta=90^\circ} = \frac{2k\lambda}{y}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$



۱۵ مثال ۷: میدان الکتریکی ناشی از یک خط بار به طول $2l$ در جویای نقطه P (که در فاصله a از مرکز آن قرار دارد) در نقطه P حقیقی است P مولفه x و y



$$dE = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{dq}{x^2 + a^2}$$

$$E_x = \int dE_x = \int dE \sin\theta = \int k \frac{dq}{x^2 + a^2} \times \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}, \quad \lambda = \frac{dq}{dx}$$

$$= k\lambda \int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = k\lambda \int (x^2 + a^2)^{-3/2} \times \frac{1}{2} x dx = \frac{k\lambda}{2} \frac{(x^2 + a^2)^{-1/2}}{-1/2} \Big|_{x=0}^{x=l}$$

$$\int (x^2 + a^2)^m \times x dx = \frac{(x^2 + a^2)^{m+1}}{m+1}$$

$$\rightarrow E_x = -k\lambda \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} \Big|_{x=0}^{x=l} \rightarrow E_x = -k\lambda \left(\frac{1}{\sqrt{a^2 + l^2}} - \frac{1}{a} \right)$$

$$E_y = \int dE_y = \int dE \cos\theta = \int k \frac{dq}{x^2 + a^2} \times \cos\theta$$

$$= k\lambda \int \frac{dx}{a^2} \times \cos\theta \times \cos\theta = \frac{k\lambda}{a^2} \int \cos^2\theta dx = \frac{k\lambda}{a^2} \int \cos^2\theta \frac{a}{\cos\theta} d\theta = \frac{k\lambda}{a} \int \cos\theta d\theta$$

$$= \frac{k\lambda}{a} (\sin\theta) \Big|_0^{\theta_0} = \frac{k\lambda}{a} \sin\theta_0 = \frac{k\lambda}{a} \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}}$$

مولفه y میدان E_y ؟
 $dq = \lambda dx$
 $\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{x^2 + a^2}}$
 $\tan\theta = \frac{x}{a} \rightarrow x = a \tan\theta$
 $dx = a / \cos^2\theta d\theta$

۱۴ مثال ۷: وایر یک سرمد به جنوبیت میل کند، مولفه میدان ناهمگونی از سطح خط باردار λ در نقطه P (نقطه P بالای یک سرمد به فاصله a از سرمد)

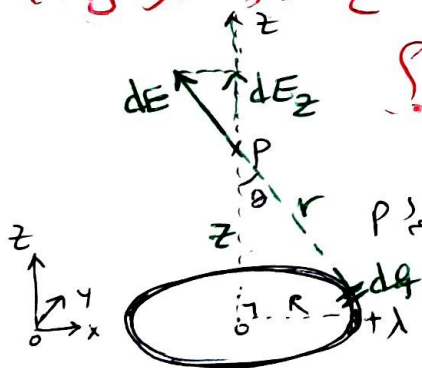
$$l \rightarrow \infty : l \gg a :$$

$$\rightarrow E_x = -k\lambda \left(\frac{1}{l(1+\frac{a^2}{l^2})^{1/2}} - \frac{1}{a} \right) \approx \frac{k\lambda}{a}$$

$$\rightarrow E_y = \frac{k\lambda}{a} \frac{l}{l(1+\frac{a^2}{l^2})^{1/2}} \approx \frac{k\lambda}{a}$$

نفر میدان الکتریکی با محور z از 0 تا ∞ می‌رود.

۸ مثال: میدان الکتریکی یک حلقه ناهمگونی نازک با فاصله R و جعبه بار خالی λ در نقطه P درون محور حلقه و به فاصله z از مرکز حلقه؟ ($E_p = ?$)



به علت تقارن $\left. \begin{array}{l} \text{مولفه } x \text{ میدان ناهمگونی از نقطه در نقطه } P = 0 \\ \text{مولفه } y = 0 \end{array} \right\}$

میدان هر دو در راستای محور تقارن حلقه است.

$$dE = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{dq}{(R^2 + z^2)}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow E &= E_z = \int dE_z = \int dE \cos \theta = \int k \frac{dq}{r^2} \times \frac{z}{r} \\ &= \frac{kz}{r^3} \int dq = \frac{kQz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad ; \quad \frac{Q}{2\pi R} = \lambda \end{aligned}$$

نکات: $z \gg R$: $\frac{kQz}{z^3(1+R^2/z^2)^{3/2}} \approx \frac{kQ}{z^2}$ (در حالت صاف)
 $z \ll R$: $E = 0$ (در مرکز حلقه)

فصل میدان الکتریکی

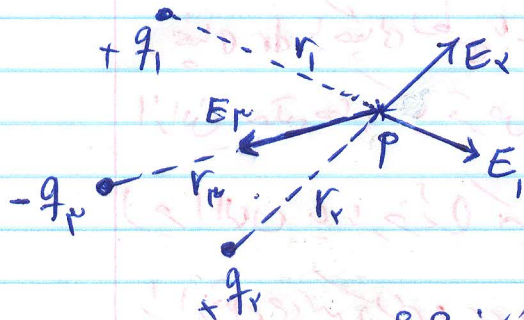
میدان الکتریکی

دوره ۱:
۱- میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای
در فاصله r از بار:

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

انرژی

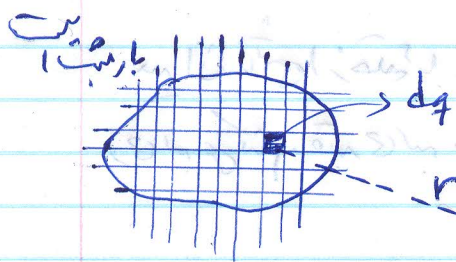
۲- میدان الکتریکی ناشی از چند بار نقطه‌ای در یک نقطه P :



$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

۳- میدان الکتریکی ناشی از یک جسم باردار در یک نقطه P :

جسم باردار به n بار نقطه‌ای کوچک تقسیم می‌شود.
تکامل جسم به dq بار در آن جزه



میدان الکتریکی ناشی از
بار الکتریکی جزه

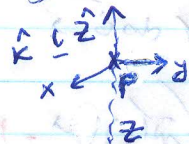
$$|dE| = k \frac{dq}{r^2}$$

$$E_{P \text{ در کل}} = \int dE = \int k \frac{dq}{r^2}$$

انتگرال روی کل جسم باردار گرفته می‌شود

خیزشال:

مثال: میدان الکتریکی از قرص نازک به شعاع R و بار $+Q$ با چگالی یکنواخت



در سطح P به مساحت dA

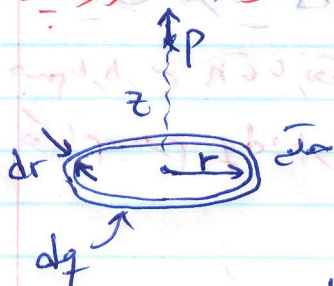
حل: ابتدا از آن حلقه نازک به بار dQ و به شعاع r

و چگالی dQ با چگالی سطحی σ در نظر بگیریم. n

از این حلقه ها یک قرص را تشکیل می دهیم و میدان کل قرص را خواهیم داشت.

(چرا این یا با جزء z یک حلقه نازک در نظر می گیریم؟ چون میدان الکتریکی ناشی از یک حلقه با

را از قبل می شناسیم و داریم) (فقط یک حلقه را در نظر می گیریم از حلقه های دیگر)



میدان ناشی از حلقه با بار dQ :

(می بینیم که فقط z مهم است)

$$dE = \frac{k z dQ}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

میدان ناشی از حلقه با بار dQ
به شعاع r در فاصله z از مرکز حلقه

$$\sigma = \frac{Q}{\pi R^2}$$

$$dQ = \sigma dA$$

$$E = \int dE = \int \frac{k z (\sigma r dr)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \dots$$

میدان کل (فقط z مهم است) در نقطه P
(فقط در راستای z مولفه داریم)

لحظه را با r بگیریم: $r dr$

(به علت آن $E_y = 0, E_x = 0$)

$$\Rightarrow \int \frac{k z (\sigma r dr)}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = k \sigma \pi z \int \frac{r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}} = \dots$$

لحظه از مرکز قرص تا به قرص حلقه داریم (بردار داریم)

$$\int (x^2 + 1)^m x dx = \frac{(x^2 + 1)^{m+1}}{m+1}$$

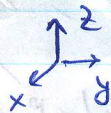
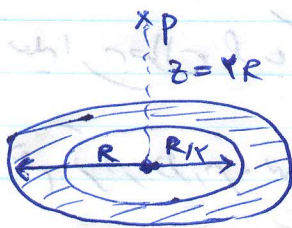
نکته: مشتق

$$= k \sigma \pi z \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2 + 1}}{-1/2 + 1} \right]_0^R = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right]$$

میدان ناشی از قرص نازک با بار $+Q$ و چگالی سطحی σ و به فاصله z از مرکز قرص

۳
سیران استری

مثال ۲: فرض کنید دو سلفیت به شعاع R (خارجی) و R_1 (داخلی) دارای چگالی ρ به هم چسبیده است. سیران استری ناشی از این قوس نازک در نقطه P



در چه سیران استری ناشی از یک قوس به هم چسبیده

افقچه محدود شده

$$\vec{E} = k \sigma \pi z \frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \Big|_{r=R_1}^{r=R}$$

استریال استری کنند

جابجایی $z=2R$

$$= -2k\sigma\pi z \left[\frac{1}{\sqrt{z^2 + R^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2 + (R_1)^2}} \right]$$

معلوم

$$= 2k\sigma\pi 2R \left[\frac{1}{\sqrt{4R^2 + R^2}} - \frac{1}{\sqrt{4R^2 + R_1^2}} \right]$$

جواب: $\vec{E} = (1) \hat{k}$

Handwritten calculations and notes in Persian, including various mathematical expressions and diagrams related to the problem.

جواب نهایی

Handwritten notes in Persian.

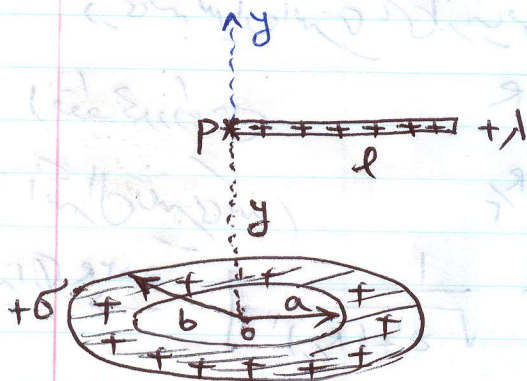
Handwritten notes in Persian.

Handwritten notes in Persian.

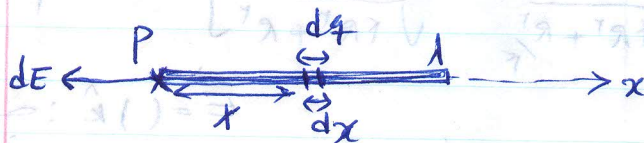


شکل ۳:

یک قرص نازک با درجای سطحی با $\sigma +$ به شعاع داخلی a ، شعاع خارجی b داریم.
 میدان در طول l با جوی فضا با σ نیز موجود است. و طبق شکل در زیر
 هم قرار داریم. میدان اکثر E (ناشی از $\sigma +$ و σ) در نقطه P به پیرامون



نکته: میدان اکثر E در دو سطح و σ
 به جبهه σ در نقطه P به پیرامون
 جمع برداری E



میدان E در نقطه P :

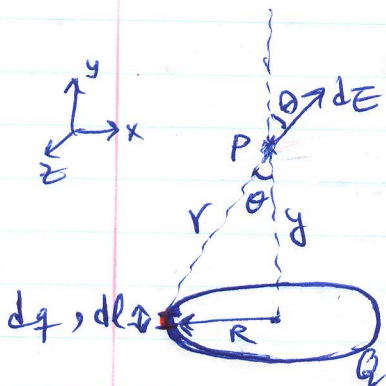
از آن جهت $E = \int \frac{k dq}{x^2}$ ، $dq = \lambda dx$ $\rightarrow E = \int \frac{k \lambda dx}{x^2}$
 از آن جهت $dE = k \frac{dq}{x^2}$ ، $dq = \lambda dx$ $\rightarrow E = \int \frac{k \lambda dx}{x^2}$
 از آن جهت $dE = k \frac{dq}{x^2}$ ، $dq = \lambda dx$ $\rightarrow E = \int \frac{k \lambda dx}{x^2}$

$$E = \int \frac{k \lambda dx}{x^2} = k \int \frac{\lambda x dx}{x^2} = k \lambda \int \frac{dx}{x} = k \lambda \ln x$$

به سمت $\hat{i}$

میدان E در نقطه P :

ابتدا میدان اکثر E از یک صفحه R به شعاع a به پیرامون
 در نقطه P !



از آن جهت $dE = k \frac{dq}{r^2}$
 از آن جهت $dE = k \frac{dq}{r^2}$

$$\vec{E}_y = \int d\vec{E}_y = \int dE \cos \theta = \int \frac{k dq}{r^2} \cos \theta$$

میان نیمی از صفحه (در راستای y)

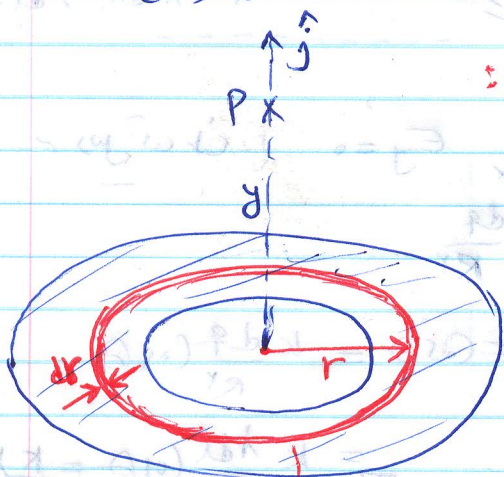
$$= \cos \theta \frac{k}{r^2} \int dq = \frac{k \cos \theta}{r^2} Q = \frac{k Q y}{r^2}$$

میان نیمی از صفحه (در یک نقطه) $\cos \theta = \frac{y}{r}$

$$\vec{E} = k Q \frac{y}{(y^2 + r^2)^{3/2}} \hat{j}$$

نیمی از صفحه

حال میان قرص: هرقص، از کسی صفحه تشکیل می‌دهد:



$$d\vec{E} = \frac{k dq y}{(y^2 + r^2)^{3/2}} \hat{j}$$

میان نیمی از صفحه

که در راستای $\hat{j}$ است.

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_a^b \frac{k dq y}{(y^2 + r^2)^{3/2}} \hat{j}$$

میان نیمی از صفحه (در یک نقطه)

میان با dr Q به شعاع r و عرض dr

$$\sigma = \frac{dq}{dA} = \frac{dq}{2\pi r dr} \rightarrow dq = \sigma 2\pi r dr$$

میان را با $\hat{j}$ کنیم یک نوار، یک مستطیل است



$$dA = 2\pi r dr$$

$$\vec{E} = \int_a^b \frac{k (\sigma 2\pi r dr) y}{(y^2 + r^2)^{3/2}} = k \sigma y \int_a^b \frac{r dr}{(y^2 + r^2)^{3/2}} \hat{j}$$

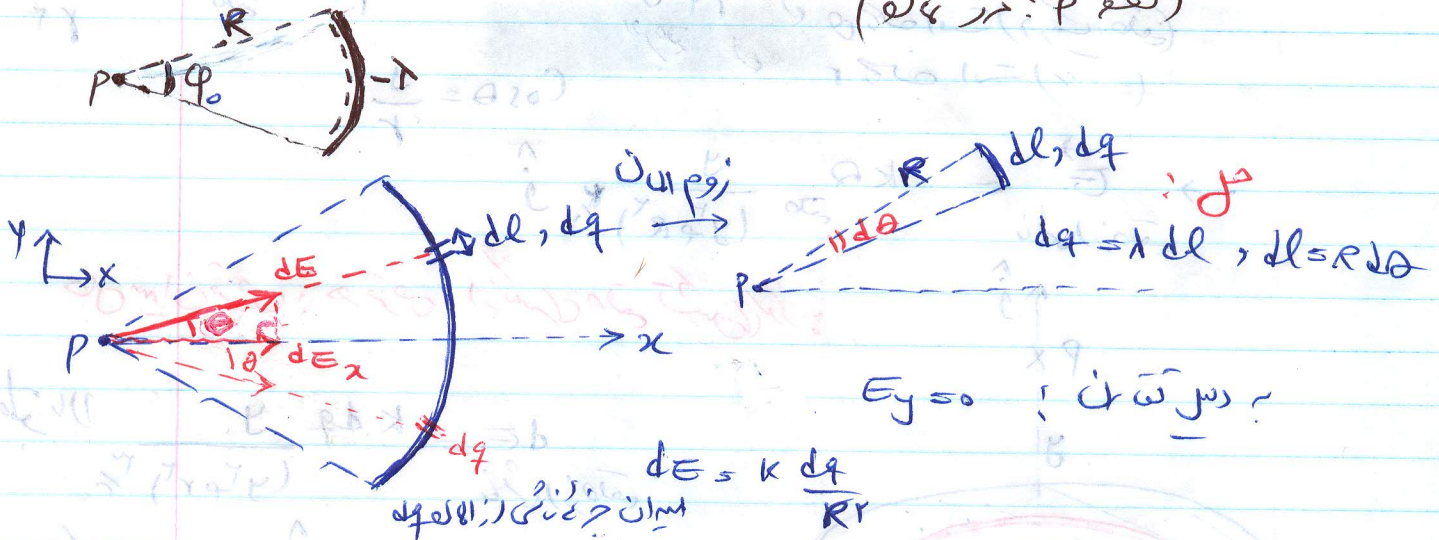
$$= k \sigma y \left[\frac{(y^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right] \Big|_a^b = -2k \sigma y \left[\frac{1}{\sqrt{y^2 + b^2}} - \frac{1}{\sqrt{y^2 + a^2}} \right] \hat{j}$$

در راستای $\hat{j}$

حل: میان برانند میدان هرقص در P ! معلوم $\vec{E}' = \vec{E}_{\text{میدان}} + \vec{E}_{\text{قرص}}$

شکل ۲: میدان الکتریکی در نقطه P، در امتداد محور x، به سمت مرکز دایره (نقطه P) در فاصله R از مرکز دایره. (نقطه P: مرکز دایره)

در مسطح R است. اندازۀ زاویه بین مرکز دایره و نقطه P، θ_0 است. (نقطه P: مرکز دایره)



$$dE_x = dE \cos \theta = k \frac{dq}{r^2} \cos \theta$$

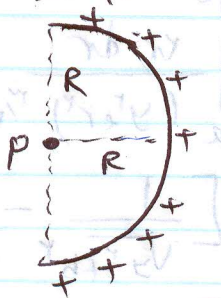
$$= k \frac{1 dl}{R^2} \cos \theta$$

$$= k \frac{1 R d\theta}{R^2} \cos \theta$$

$$\Rightarrow E = \int dE_x = \int \frac{k \lambda R d\theta}{R^2} \cos \theta = \frac{k \lambda}{R} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos \theta d\theta$$

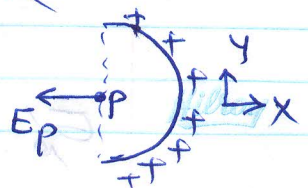
$$= \frac{k \lambda}{R} \sin \theta \Big|_{-\theta_0}^{\theta_0} = \frac{k \lambda}{R} \sin \theta_0 \quad \vec{E} = (E) \hat{i}$$

نیم دایره: اگر دایره نیم دایره باشد، $\theta_0 = 90^\circ$ و میدان الکتریکی در نقطه P، در امتداد محور x، به سمت مرکز دایره (نقطه P) در فاصله R از مرکز دایره.



$$E_P = \frac{k \lambda}{R} \sin 90^\circ = \frac{k \lambda}{R}$$

$$\vec{E}_P = \left(\frac{k \lambda}{R} \right) (-\hat{i})$$

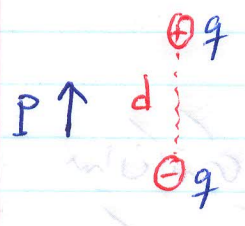


۷
ساز

مثال ۵:

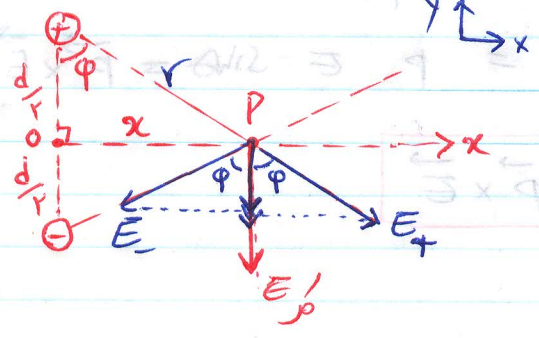
دو قطب الکتریکی: دو بار الکتریکی با بزرگی یکسان و علامت مخالف که در فاصله d از هم قرار دارند.

تونیف کنیم: گوییم دو قطب الکتریکی: $P = qd$
واحد: C.m کولن



تونیف کنیم: یک جبهه برقرار کند در دو قطب الکتریکی تونیف کنند: از θ به $\theta + d\theta$

مسئله: میدان ناشی از دو قطب الکتریکی را در نقطه P (معمولاً d و x)



$$|E_+| = |E_-| = \frac{kq}{r^2} = \frac{kq}{x^2 + \frac{d^2}{4}}$$

(بر جهت $E_x = 0$ در راستای x)

$\rightarrow E = E_+ \cos \varphi + E_- \cos \varphi = 2 E_+ \cos \varphi$, $\cos \varphi = \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}}}$

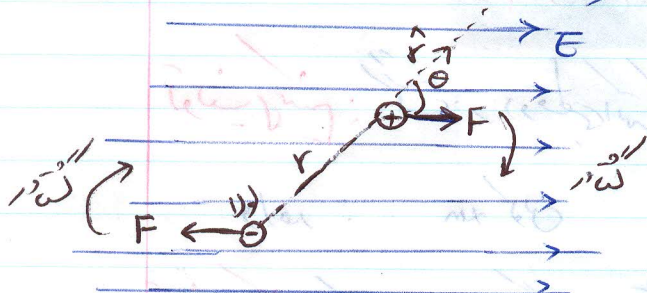
$$\Rightarrow E_p = \frac{x k q}{x^2 + \frac{d^2}{4}} \times \frac{d/2}{\sqrt{x^2 + \frac{d^2}{4}}} = \frac{k q d}{(x^2 + \frac{d^2}{4})^{3/2}} \rightarrow \vec{E} = () (-\hat{j})$$

نکته: در حالت $d \gg x$ میدان ناشی از دو قطب الکتریکی در نقطه P (که $P \approx qd$ در دو قطب الکتریکی)

$$E_p = \frac{k q d}{x^3 \left[1 + \frac{d^2}{4x^2} \right]^{3/2}} \approx \frac{k P}{x^3}$$

طبیعی

نکته: دو قطبی الکتریکی درون میدان الکتریکی قرار گیرد این میانه نیمی دو قطبی در راستای جهت میدان E قرار گیرد



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

میدان الکتریکی به یک الکتریکی انبرد دارد می کشد

$$\begin{aligned} \tau &= \vec{r} \times \vec{F} = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \theta \\ &= r (Eq) \sin \theta \\ &= (rq) E \sin \theta \end{aligned}$$

$$= p E \sin \theta = \vec{p} \times \vec{E}$$

گشت در نیروی الکتریکی وارده بر دو قطبی الکتریکی P که در میدان E قرار می گیرد

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

نکته: این دو قطبی الکتریکی، درون میدان، دارای انرژی پتانسیل الکتریکی است.

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \theta$$

θ زاویه بین جهت $\vec{p}$ و $\vec{E}$

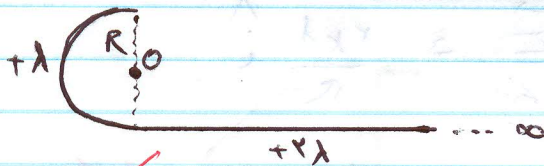
نکته: بیشترین انرژی که دو قطبی الکتریکی وقتی در $\theta = 180^\circ$ (ضد جهت میدان E) قرار می گیرد دارد:

$$U_{\max} = -pE \cos 180^\circ = pE$$

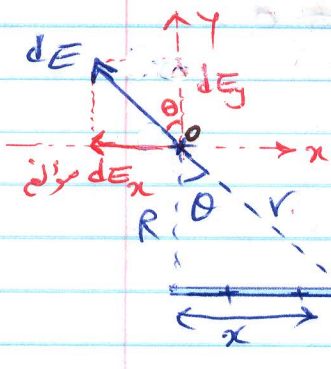
نکته: کمترین انرژی دو قطبی الکتریکی، وقتی جهت در راستای میدان E باشد:

$$U_{\min} = -pE \cos 0^\circ = -pE$$

مثال ۶: میدان الکتریکی برپایه نایب از یک خط نیمه بی‌نهایت با چگالی خطی بار $+2\lambda$ و یک نیمه قطع با چگالی بار خطی $+1$ در نقطه O به پیم R (نیمه قطع با شعاع R) معلوم است R را

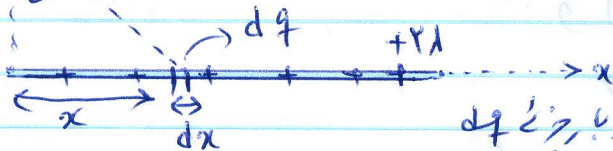


حل: ابتدا میدان نایب از یک خط بی‌نهایت در نقطه O جدا حساب می‌کنیم و سپس میدان از یک نیمه قطع را حساب می‌کنیم.



میدان نایب از یک خط بی‌نهایت با چگالی $+2\lambda$ در نقطه O :

خط را به دو بخش x و x تقسیم می‌کنیم.



$$dE = k \frac{dq}{r^2}, \quad dq = 2\lambda dx$$

میدان خالص نایب از یک خط بی‌نهایت

$$E_x = \int dE_x = \int dE \sin \theta = \int \frac{k dq}{r^2} \sin \theta = k \int \frac{(2\lambda dx)}{r^2} \sin \theta$$

$$\tan \theta = \frac{x}{R} \rightarrow x = R \tan \theta \rightarrow dx = R \frac{1}{\cos^2 \theta} d\theta$$

$$\cos \theta = \frac{R}{r} \rightarrow r = \frac{R}{\cos \theta}$$

$$E_x = k 2\lambda \int \frac{R / \cos \theta}{\frac{R^2}{\cos^2 \theta}} \times \sin \theta = \frac{2k\lambda}{R} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{2k\lambda}{R} (-\hat{i})$$

برای محاسبه میدان الکتریکی نایب از یک خط بی‌نهایت در نقطه O :

$$E_y = \int dE_y = \int dE \cos \theta = \frac{2k\lambda}{R} \int_0^{\pi/2} \cos \theta d\theta = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$\rightarrow E_y = \frac{2k\lambda}{R} (\hat{j})$$

□ حال برای نیم صفحه، میدان آن در نقطه ۰

مستوی - یکدیم (حوزه میانه)

میدان استرینا ساز
نیم صفحه با قطب ۰، ۱
در نقطه ۰

$$E = \frac{2k\lambda}{R}$$

$$\vec{E} = \frac{2k\lambda}{R} \hat{i}$$

□ حال میدان استرینا ساز از یک صفحه ۰

میدان x به آن

$$E_x = \left(-\frac{2k\lambda}{R} \hat{i} \right) + \left(\frac{2k\lambda}{R} \hat{i} \right) = 0$$

میدان برای
میدان برای

میدان y به آن

$$E_y = \left(\frac{2k\lambda}{R} \right) \hat{j}$$

میدان برای
میدان برای

$$\vec{E} = 0 \hat{i} + \left(\frac{2k\lambda}{R} \right) \hat{j}$$

میدان در نقطه ۰

شکل ۱۴: سطح بار در یک خط موازی

میدان الکتریکی در تمام جا و در یک سطح موازی بار در یک خط موازی

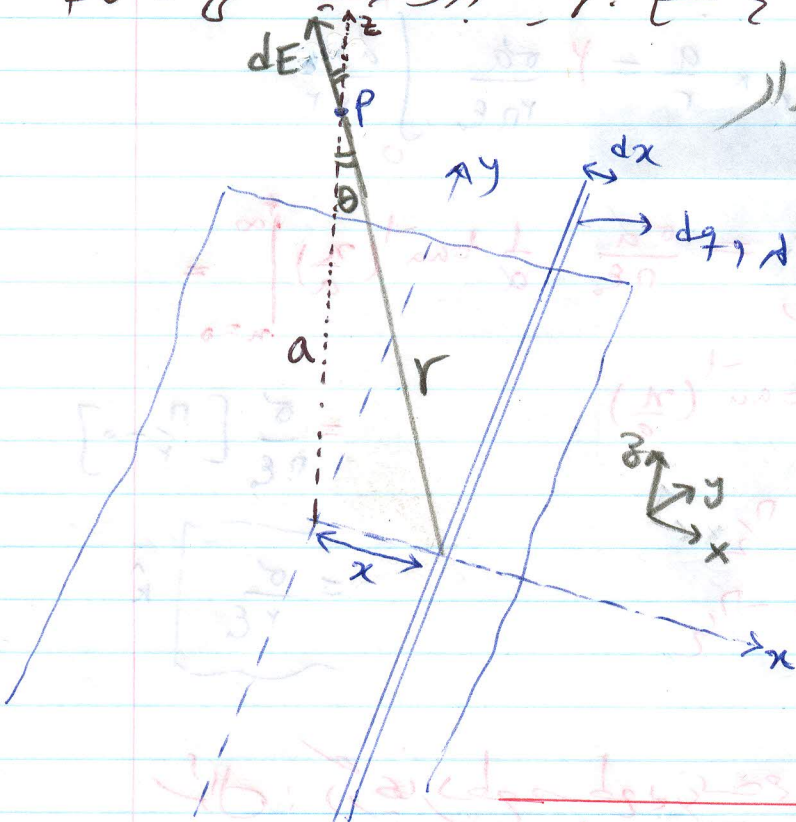
این خط موازی بار در یک خط موازی

مل: "این خط موازی بار در یک خط موازی"

یک خط موازی بار در یک خط موازی

یک خط موازی بار در یک خط موازی

تکلیف است



در یک خط موازی بار در یک خط موازی

$$\vec{E} = E \hat{r}$$

$$E = \frac{\lambda}{r n \epsilon_0}$$

این است (می بینید)



داده: $dE = \frac{\lambda}{r n \epsilon_0}$ ، $\lambda = \frac{dq}{dl}$ ، $\sigma = \frac{dq}{dA}$

به این معنی: $dA = dx \cdot dl$

(در نقطه P)

$$\lambda = \frac{\sigma dA}{dl} = \frac{\sigma dx \cdot dl}{dl} = \sigma dx$$

به این معنی: $E_x = 0$ ، $E_y = 0$ ، $E_z = E$

$$E_z = \int dE_z = \int dE \cos \theta = \int \frac{\lambda}{r n \epsilon_0} \cos \theta = \int \frac{\sigma dx}{r n \epsilon_0} \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{a}{r}$$

$$\Rightarrow E_z = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma dn}{r n \epsilon_0} \times \frac{a}{r} = \gamma \frac{\sigma a}{r n \epsilon_0} \int_0^{+\infty} \frac{dn}{r^2}$$

$$= \frac{\gamma \sigma a}{r n \epsilon_0} \int_0^{+\infty} \frac{dn}{x^2 + a^2} = \frac{\sigma a}{n \epsilon_0} \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{n}{a} \right) \Big|_0^{+\infty} =$$

$$\text{نکته: } \int \frac{dn}{a^2 + n^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{n}{a} \right)$$

$$": \tan^{-1}(\infty) = \frac{\pi}{2}$$

$$": \tan^{-1}(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$$

$$= \frac{\sigma}{n \epsilon_0} \left[\frac{\pi}{2} - 0 \right]$$

$$= \frac{\sigma}{r \epsilon_0} \hat{k}$$

سوال: اگر یک سطح مقطع به صورت یک دایره باشد با شعاع a و یک بار الکتریکی q در آن باشد، در نقطه P که به فاصله r از مرکز دایره قرار دارد، میدان الکتریکی را بیابید.

$$E_z = \int dE_z = \int dE \cos \theta = \gamma \frac{\sigma a}{r n \epsilon_0} \int_0^{b/r} \frac{dn}{r^2}$$

$$= \frac{\gamma \sigma a}{r n \epsilon_0} \int_0^{b/r} \frac{dn}{x^2 + a^2} = \frac{\sigma a}{n \epsilon_0} \frac{1}{a} \tan^{-1} \left(\frac{n}{a} \right) \Big|_0^{b/r}$$

$$= \frac{\sigma}{n \epsilon_0} \left[\tan^{-1} \left(\frac{b}{ra} \right) - \tan^{-1}(0) \right]$$

$$= \frac{\sigma}{n \epsilon_0} \tan^{-1} \left(\frac{b}{ra} \right) \quad \text{در صورتی که } b > r$$

هدف

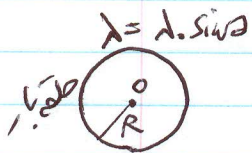
سوال 1c

مثال 1: بار الکتریکی با چگالی خطی متغیر $\lambda = \lambda_0 \sin \theta$ در یک محیط طلقه ای قرار دارد.

به شعاع R توزیع شده است. الف: شکل توزیع بار P .

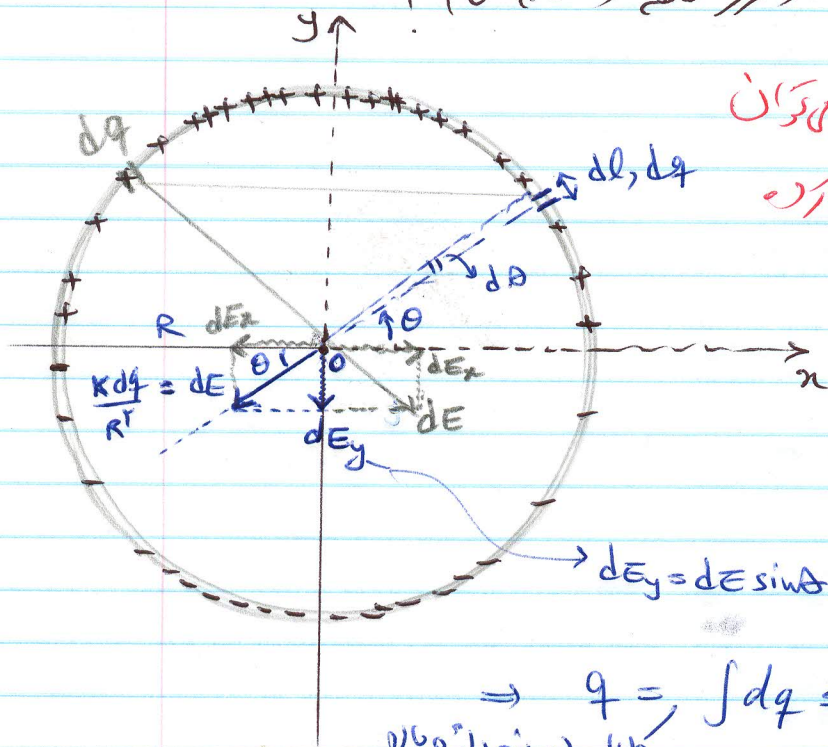
ب: بار الکتریکی دو نیم دایره بالا و پایین را جدا کنید.

2. میدان الکتریکی نقطه P (نقطه O)



حل: طبق رابطه $\lambda = \lambda_0 \sin \theta$ ، هر مکان

شکل توزیع بار را به صورت زیر می بینیم



$$\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow dq = \lambda(\theta) dl = \lambda(\theta) R d\theta = \lambda_0 \sin \theta R d\theta$$

$$\Rightarrow q = \int dq = \int \lambda_0 \sin \theta R d\theta = R \lambda_0 \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \lambda_0 R (-\cos \theta) \Big|_0^\pi = -\lambda_0 R [-1 - 1] = 2\lambda_0 R$$

در اینجا یک بار مثبت داریم، دایره $2\lambda_0 R$ را می بینیم.

2: به علت تقارن $E_x = 0$.

میدان مرکز طلقه (نقطه O)

$$E_y = \int_0^{\pi/2} dE_y = \int_0^{\pi/2} dE \sin \theta = \int_0^{\pi/2} \frac{k dq}{R^2} \sin \theta$$

که چون بار دو نیم دایره بالا و پایین برابر

$$= \frac{k \lambda_0}{R^2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta R d\theta = \frac{k \lambda_0}{R} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \dots$$

$$\dots = \int \sin x dx = \frac{1}{x} - \frac{1}{x} \sin^2 x$$

$$\dots = \frac{k \lambda_0}{R} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \sin^2 x \right] \Big|_0^{\pi/2} = \frac{k \lambda_0}{R} \left[\frac{\pi}{2} \right]$$

فصل دوم

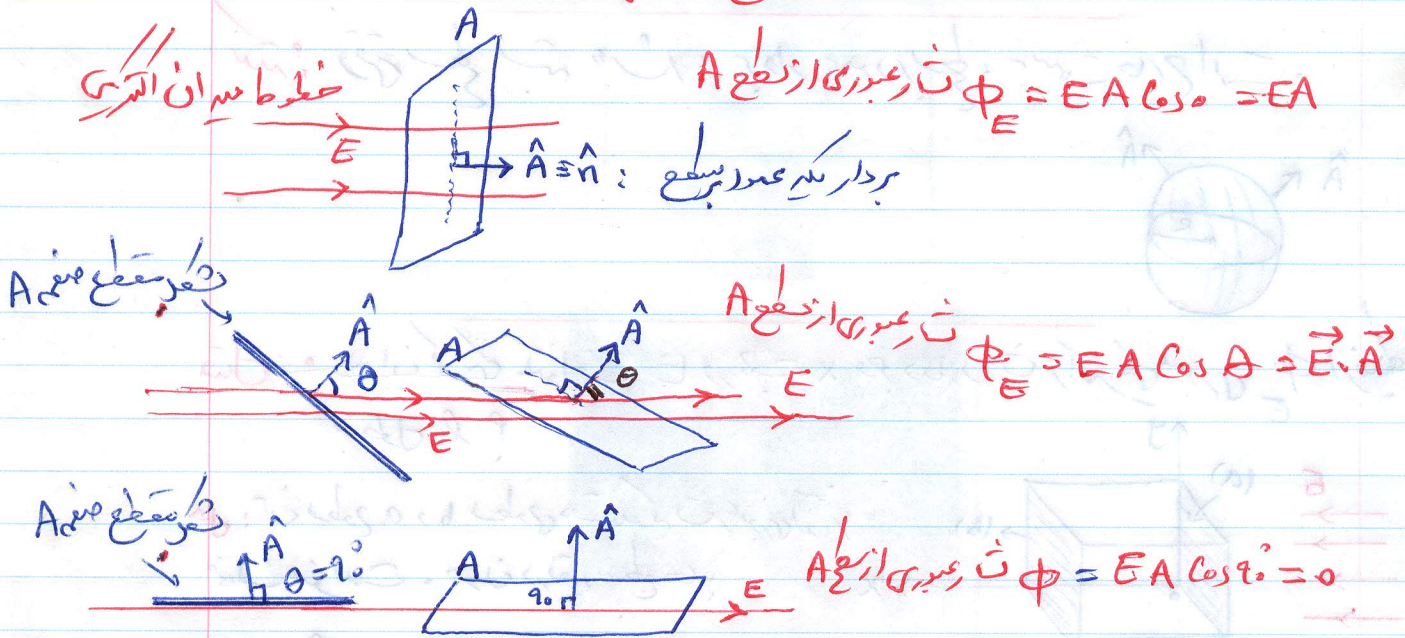
مغل قانون گاوس:

قانون گاوس: روی دگر می بسته بین الکتریکی در یک نقطه است.

(چرا میدان الکتریکی انقدر مهم است که با روی های مختلف به دنبال می باشد آن هر چه داریم؟ بعداً خواهیم دید که هر چه میدان الکتریکی باشد اثری در آن جا وجود دارد و از طرفی برابرش منفی است و در دنبال (تساوی به آن است)

برای رسیدن به قانون گاوس، ابتدا توی سیستم مفهومی الکتریکی را.

ثابت الکتریکی: Φ_E : حقیقی است از تعداد خطوط میدان الکتریکی از یک سطح عبور می کند.



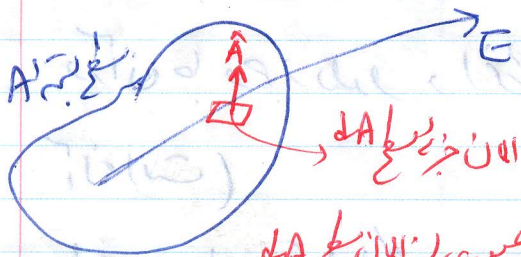
واحد: $\frac{N \cdot m^2}{C}$

→ بطور کلی $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \theta$

$\vec{E}$: میدان الکتریکی
A: سطح (از آن)
 θ : زاویه بین بردار سطح $\vec{A}$ و میدان $\vec{E}$

نکته: **فرق کار با شار الکتریکی: افکار است و کار با آلا راحت تر است.**
 کار با بردار $\vec{E}$ است.

نکته: **بطلان کلی شار الکتریکی کل عبوری از سطح بسته A :**



$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{شار جزء عبوری از آن سطح dA }$$

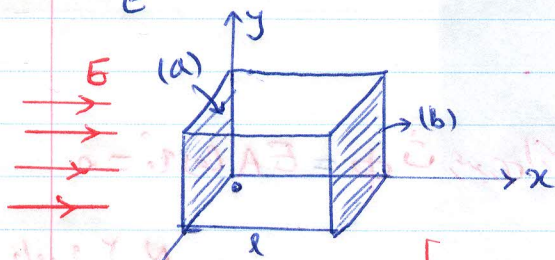
$$\Phi_E = \oint d\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$\Rightarrow$ شار الکتریکی عبوری از سطح بسته A (در سطح A)
 شار جزء

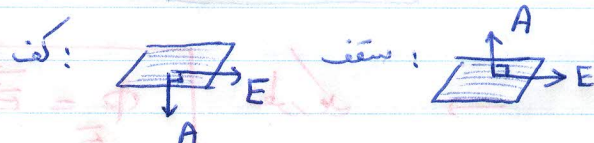
نکته: **در سطح بسته با شار، بردار عبور بر سطح، به سمت خارج است.**



مثال: **میدان الکتریکی یکنواخت E در جهت x وجود دارد. شار الکتریکی عبوری Φ_E از مکعب به طول l :**



حل: **توجه: سطح a و b سطوح هستند که شار عبوری از آن دو مختلف میزانت. چون در تقیه سطوح ها:**



دواره (a):

$$\Phi_a = -EA_l = -El$$

دواره (b):

$$\Phi_b = EA_l = El$$

$\Rightarrow \Phi_{\text{کل}} = 0$

دواره (c):

$$\Phi_c = EA \cos 90^\circ = 0$$

دواره (d):

$$\Phi_d = EA \cos 90^\circ = 0$$

در تمام این موارد $\vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos 90^\circ = 0$

۴
کادر

قانون گاوس

برای سطح بسته ای که بار کل q درونی از آن قرار داشته باشد داریم:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0}$$

انتگرال روی سطح بسته A

ثابت عبور از سطح A

سطح بسته A

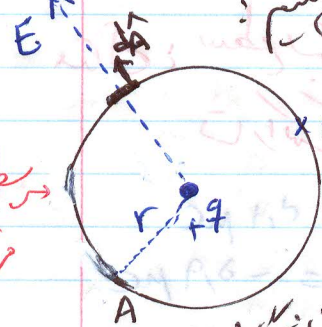
سطح گاوسی گوشت

یعنی: ثابت الکتریکی عبور از یک سطح بسته (سطح گاوسی فرضی نامیده می شود) برابر است با بار خالص داخل سطح بسته تقسیم بر ϵ_0 .

مثال ۱: بار نقطه ای q داریم. با استفاده از قانون گاوس میدان E را در فاصله r از آن بار بیابید.

حل: برای راحتی حل انتگرال بالا، سطح گاوسی فرضی بسته را یک کره در نظر بگیریم و بار q را در مرکز آن قرار دهیم. پس انتگرال بالا را حل می کنیم:

چون گفته میدان E در فاصله r پس بسته کروی فرضی را به شعاع r در نظر بگیریم. E در آنجا یکنواخت است.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0}$$

قانون گاوس

$$\oint E dA \cos 0 = E \oint dA = E (4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

در سطح بسته A E روی سطح یکسان ثابت است

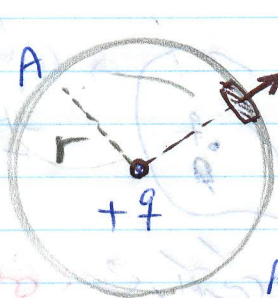
$$E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \rightarrow E = \frac{kq}{r^2}$$

که همان قانون کولن است. می دانستیم که میدان یک بار نقطه ای، بر فاصله r $\frac{kq}{r^2}$ است.

(dA : المان کوچک (جزئی) سطح)

نکته: برای عبور از یک بار کار کردن با شار الکتریکی، که الکتریسیته نامیده می شود، آسان تر است.

مثال: شتاب را کترکی عبوری از سطح بسته کرده به شعاع a که به q درون آن قرار دارد.



این سطح dA

سطح بسته

$$\Phi_E = \oint d\phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E dA \cos 0$$

شماره عبوری از سطح بسته A

$$= E \int dA = E (4\pi r^2) =$$

$$= \frac{kq}{r^2} (4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

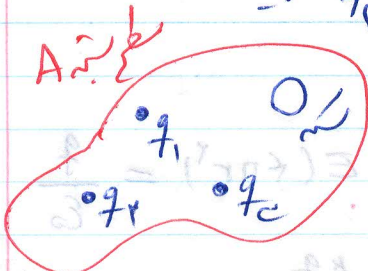
داریم $E = k \frac{q}{r^2}$

قانون کولمب شد

مثال: سطح بسته A را داریم به شعاع a و q_1, q_2, q_3, q_4 درون آن قرار دارند.

شتاب را کترکی عبوری از سطح A

برون سطح A است



که به بیرون سطح است

- $q_1 = +1 \mu C$
- $q_2 = -5.9 \mu C$
- $q_c = -1 \mu C$
- $q_4 = +1 \mu C$

قانون کولمب

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{درون}}{\epsilon_0} = \frac{(1 - 5.9 - 1) \times 10^{-6} + 0}{\epsilon_0}$$

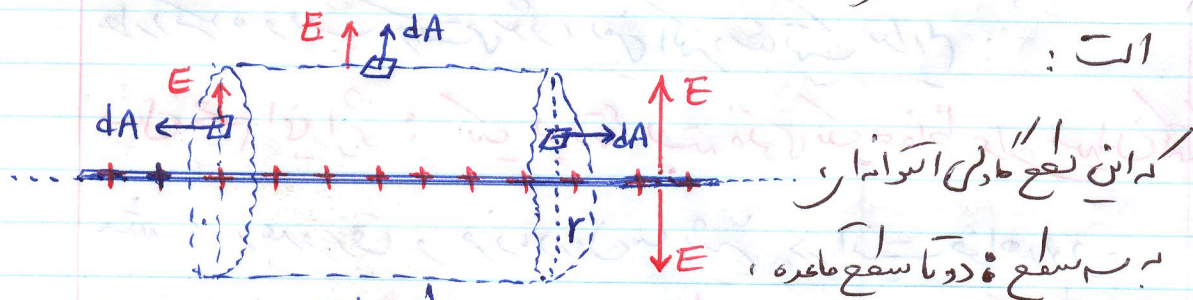
$$= -7.6 \times 10^{-12} \frac{Nm^2}{C}$$

نصف بار منفی عبور داده یعنی جهت میدان یا شتاب درون سطح A است که درست است. (بار خالص منفی است به جهت میدان خالص درون)

مثال ۲: یک سیم مستقیم به طول l به نحوی دارای بار یکسان است به سیم با چگالی خطی λ و در یک میدان الکتریکی E در فاصله l از سیم قرار دارد.

حل: در اینجا بهترین سطح گاوسی بسته ای که می توان در نظر گرفت تا بتوان انتگرال مانوئل گاوس را راحت تر حل کرد یک استوانه به طول l و شعاع مقطع r

است:



که این سطح گاوسی استوانه ای است

به سیم سطح دو سطح مایعده، و یکی سطح کناری می باشد، را می توان تقسیم کرد.

که بردارهای سطح و این به سطح $d\vec{A}$ در شکل نشان داده شده.

قانون گاوس $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درین}}}{\epsilon_0}$

در سطح گاوسی استوانه ای

$$\int_{\text{در سطح کناری}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{در سطح مایعده}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{در سطح مایعده}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 + 0 + \int E dA \cos 0$$

$$= E \int dA = E (2\pi r l) = \frac{q_{\text{درین}}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}}$$

نکته: از خط باردار که دوری شریک میدان به صورت $\frac{1}{r}$ تغییر می کند.

نکات: میدان الکتریکی (بازها ثابت اند) در داخل و خارج مغزات:

۱- میدان الکتریکی درون مغزات صاف است.

چون اگر $E \neq 0$ باشد، مغزدار الکتریکی است $\Rightarrow E$ برای الکتریکی ها نیرو وارد کرده و عبور می کند، یعنی الکتریسیته می سازیم.

مثال: حجم این اثر: یک یونان به یک مغز یک حفاظ برای میدان الکتریکی است.

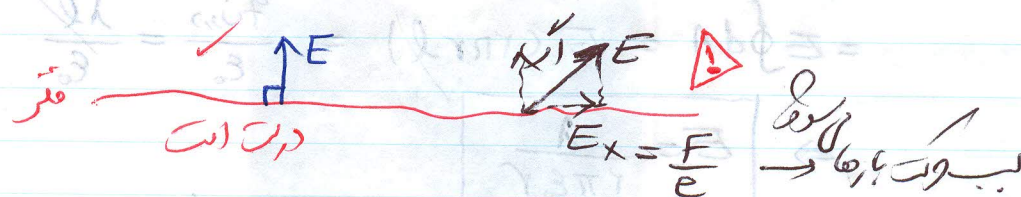
مثله: رعد برق و فرود آمدن باران در اینت هوا خیزد.

۲- بار اضافی داده شده به یک مغز، در سطح خارجی مغز تجمیع می شود.

چون اگر بار اضافی، درون مغز تجمیع می شود، اطراف خود را تخلیه کرده و پس بر بارهای دیگر نیز وارد کرده و آنها را به یک مغز در آن آورده $\Rightarrow$ الکتریسیته می سازیم.

۳- میدان الکتریکی در خارج مغز و در نزدیکی سطح مغز، محدود به سطح مغز است.

چون اگر محدود نباشد، مولفه آنرا به یک مغز و به بارها می آورد $\Rightarrow$ الکتریسیته می سازیم.



مثال ۳: در شکل دربرو، با خاص کره نارمائی تصویر شعاع برابر $\frac{1}{2}$ است.

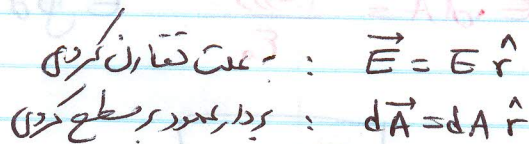
بجمله رسانداری، خلاصه Q_1 - است. $\rightarrow$

$C = 2a$ مکرر دارد. (زوجی) $(1), (2), (3), (4)$ میان $\in$ را به پید.

ب. چه بار خالصی در سطح داخلی و سطح خارجی پوسته، پتانسیل قرار دارد؟

ح: هر اصل مسند، (روایه خوانده شد) این لحظ کا دلی کردی، بشماره (رقای گرام)

و قانون گاہکوں کو اس کے بارے میں بتا دیا۔



(۲) درون $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$ قانون گاوس

$$\oint E dA \cos 0 = E (4\pi r^2) = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}, \quad Q_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\Rightarrow E_{nr} = \frac{Q_1 r^r}{a^r \epsilon_0}$$

$$q_{\text{out}} = Q_1 \frac{r}{a^3} \quad \leftarrow \quad \frac{q}{\text{out}} \quad \frac{r}{r} \pi r^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q_{1r}}{r_{ea}} = \frac{Q_{1r}}{r_{ne} a^r}$$

(۲) $a \leq r \leq ra$: سطح گازی درونی به شعاع r $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$

$$\oint E dA \cos 0 = E \oint dA \rightarrow E(rn r^2) = \frac{Q_1}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{Q_1}{r n \epsilon_0 r^2}$$

po is $a \leq r \leq ra$

ادامه مثال ۳ :

سطح گاوسی کروی به شعاع r : $2a \leq r \leq 3a$: (۳)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0}$$

↓
انتقال در سطح گاوسی

$$E = 0 \text{ در قشر} \rightarrow 0 = \frac{Q_1 + ?}{\epsilon_0} \rightarrow ? = -Q_1$$

یعنی بار در سطح داخلی پوسه را

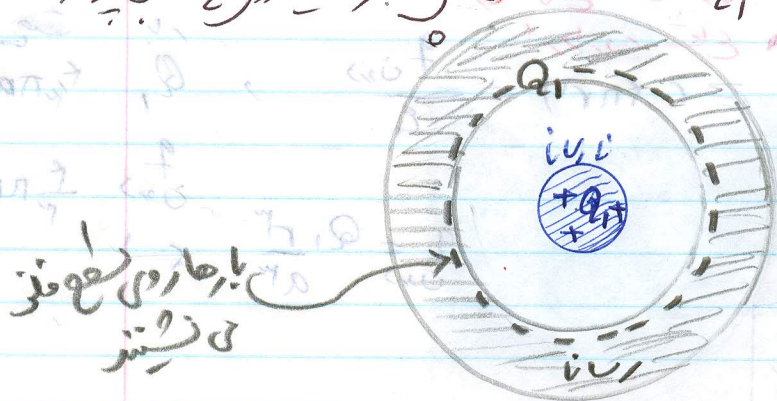
سطح گاوسی کروی به شعاع r : $r > 3a$: (۴)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0} \quad E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q_1 + (-Q_1)}{\epsilon_0}$$

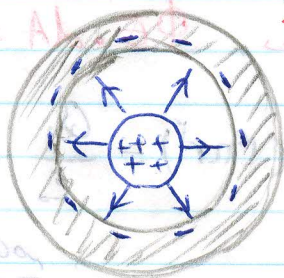
$$\rightarrow \boxed{E = 0} \quad (۴)$$

پس طبق درابط بالا : بار الکتریکی سطح در سطح داخلی پوسه را : $-Q_1$

و چون بار خالص پوسه را Q_1 است پس بار الکتریکی در سطح خارجی پوسه : 0 است.



نکته : اگر جهت خطوط E را بخوانیم رسم کنیم :



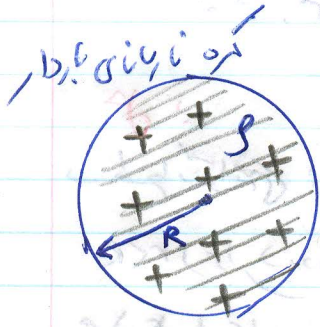
$E = 0$

۹
گادر

مثال ۴: کره ناهمگنی بار الکتریکی با چگالی بار یکنواخت ρ و شعاع R داریم.

الف: در $r < R$ میدان E و پتانسیل V را بیابید.

ب: در $r > R$ میدان E و پتانسیل V را بیابید.



الف: سطح گاوسی: کره فرضی به شعاع $r < R$ و هم‌وزن با بار + قانون گاوس استفاده می‌شود.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0}$$

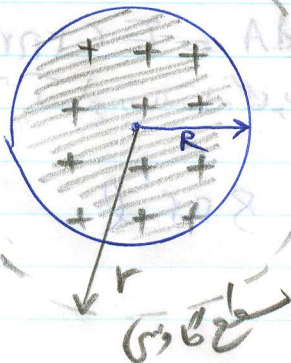
$$q = \frac{q_{\text{درون}}}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow q = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}} \quad \vec{E} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \hat{r}$$

میدان شعاعی و به سمت بیرون $r < R$ برای ناحیه درون کره باردار

ب: سطح گاوسی: کره فرضی به شعاع $r > R$ و هم‌وزن با کره باردار و استفاده از قانون گاوس.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0}$$

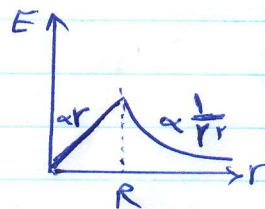
$$E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{درون}}}{\epsilon_0}$$

$$q = \frac{q_{\text{درون}}}{\frac{4}{3}\pi R^3} \rightarrow q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

$$\rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{\epsilon_0}$$

شعاعی است به سمت بیرون

$$\boxed{E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}} = \frac{kQ}{r^2}$$



$r < R$ (برابر دهن السوانه) و سحاب

در حال قبل گشتیم، طبع کا دس اسکواہ اسرا خدائے سے طبع تقسیم کرد

رحل انتال مولوگه ویران هر دو.

برای درون استخوان :

طبع گاہ سوانہ ارحم محمد باجوہ اسکینڈل

$S = \text{مجموع اعداد صحیح} \leq R$

دریجه ۹
ع

$$\int_{\text{رو سطح باء سو}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{رو سطح باء سو}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{رو سطح باء سو}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{در دایره}}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} + \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} + E \int dA = E (r_1 r_2)$$

سطح دایره استوانه کاغذی

$$\frac{\text{قوت کجائی جسم، درون}}{\text{الوانه کائنات}} = \frac{q}{\pi r^2 \times l} \rightarrow \frac{q}{\text{دور}} = 8 \pi r^2 l$$

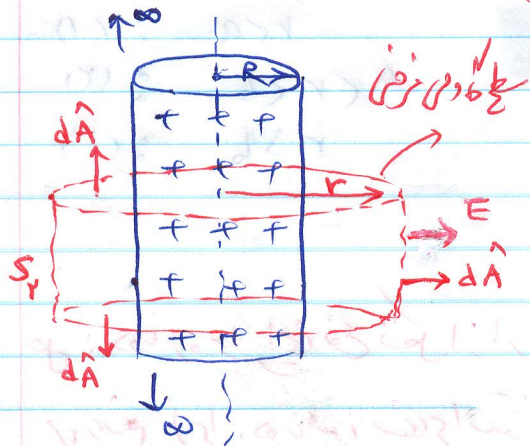
$$\Rightarrow E(rnr) = \frac{8nr^4}{E_0}$$

$$E = \frac{1}{r^2} r$$

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{\epsilon_0} \hat{r}$$

ادامه مثال ۵ :

حل : بار پیرودلواستوانه : S_p : سطح حاوی فرضی استوانه ابرج $R > r$
مطلوبه



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درن}}}{\epsilon_0}$$

$$0 + 0 + E \int dA = E(rnl) \quad \text{رویه نه جنبه}$$

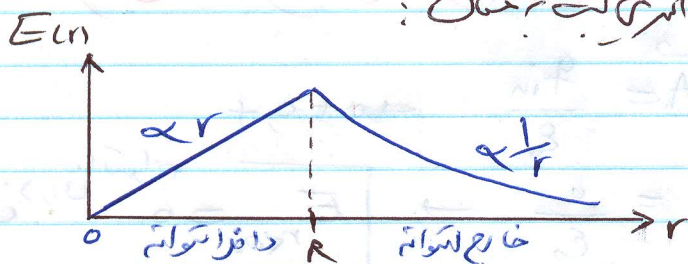
$$S = \frac{q_{\text{درن}}}{nR^2 l} \rightarrow q = S n R^2 l$$

درین سطح کاپسی

$$\Rightarrow E(rnl) = \frac{S n R^2 l}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{S R^2}{2 \epsilon_0 r}} \quad r > R$$

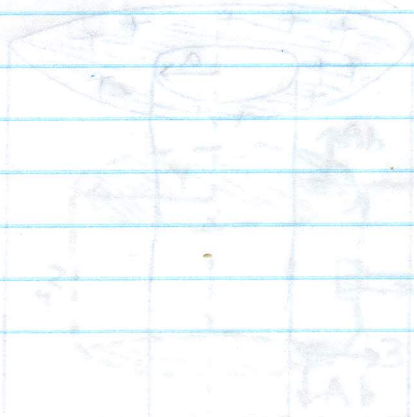
کبریکل از تغییرات : سین اکثری نبه بکسان :



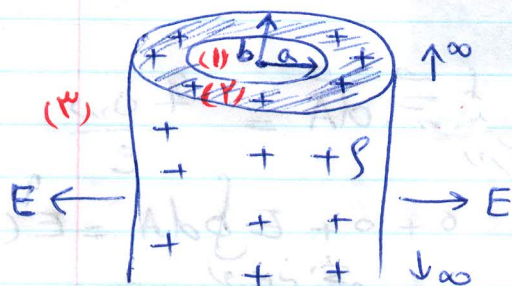
نکته : بار واحد طول استوانه 'بار در R ' (بر حسب بعدلات مسند)

$$S = \frac{Q}{V} \rightarrow Q = S V = S \times \pi R^2 \times l = S \pi R^2 l$$

کرنی : Q مشهک متر (واحد طول)



مثال ۴: استوانه‌ای با بار نامساوی به طول l و شعاع داخلی a و شعاع خارجی b داریم. میدان الکتریکی را در مناطق (۱)، (۲)، (۳) بیابیم. (حقیقی حجمی با چگالی بار ρ)



- (۱) $r < a$
- (۲) $a < r < b$
- (۳) $r > b$

حل: در بار برای این نوع شکل از بار، سطح گausسی، یک سطح استوانه‌ای به هم محوری استوانه داریم. فرض کنیم (برای سادگی، شعاع استوانه متناوب است) و بر اساس قانون گاوس استفاده کرده ایم. میدان در نواحی مختلف به شرح زیر است:

مثال ۵: برای درون استوانه: $r < a$: S_r : سطح استوانه‌ای به طول l و شعاع $r < a$:

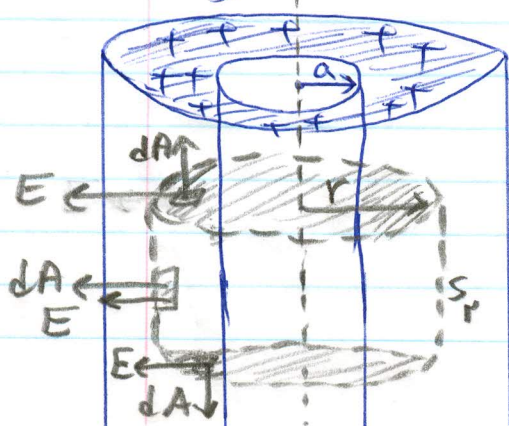
در طول l : $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$: قانون گاوس

میدان درون استوانه: $E_{r < a} = 0 \rightarrow \frac{0}{\epsilon_0}$ (شعاع خنثی است)

برای $a < r < b$: S_r : سطح استوانه‌ای گausسی فرض به طول l و شعاع $a < r < b$: هم محوری با محور استوانه داریم.

قانون گاوس: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$ (انتگرال بر سطح) (انتگرال تقسیم)

در برین ناحیه: $0 + 0 + E \int dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$



$$E (2\pi r l) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \dots$$

q_{in} : فرض با افتاد به درون سطح گاوس مد نظر

$$\begin{aligned} q &= \frac{q_{in}}{V} = \frac{q_{in}}{(\pi r^2 l - (\pi a^2) l)} \\ &= \frac{q_{in}}{\pi l (r^2 - a^2)} \end{aligned}$$

۱۲
کادر

ادام

$$\rightarrow q_{in} = 8\pi l (r^2 - a^2)$$

ادام رابطه کادر ... $E (2\pi r l) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{8\pi l (r^2 - a^2)}{\epsilon_0}$

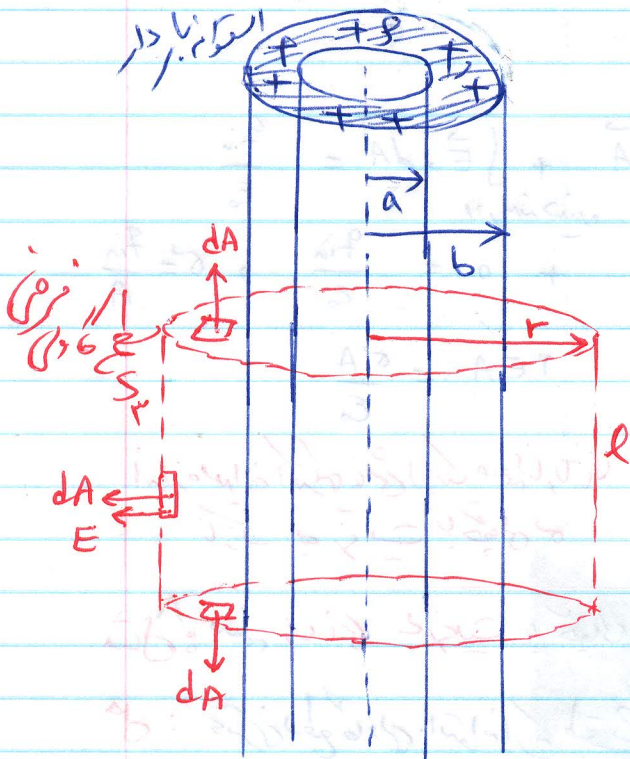
$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{8 (r^2 - a^2)}{2\epsilon_0 r}} \quad \vec{E} = () \hat{r}$$

شکل به سمت بیرون

برای $r > b$: سطح گaus انتخاب طول l به شعاع r ، هم محورها محور استوانه

$$S_p = 2\pi r l$$

استوانه بدون کادر:



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

در سطح گaus

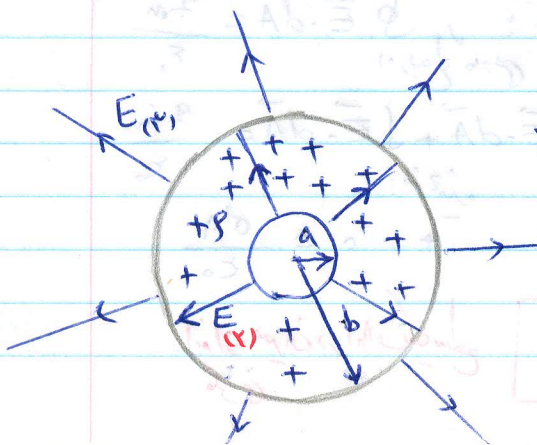
$$0 + 0 + E \int dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

در بدنه جنسه استوانه کادر

$$E (2\pi r l) = \frac{(2\pi b^2 - 2\pi a^2) l 8}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \boxed{E_{r>b} = \frac{8 (b^2 - a^2)}{2\epsilon_0 r}}$$

$$\vec{E}_{r>b} = () \hat{r}$$

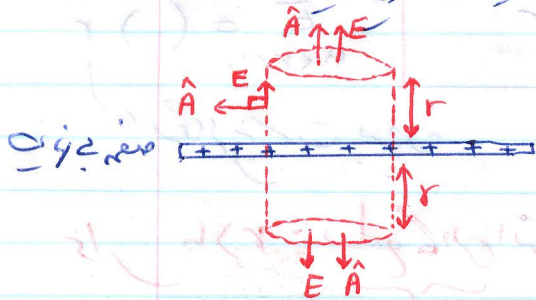


نکته: اگر بجای هم شکل خطوط میدان را در فضای مختلف بنویسیم:
نگاه به مقطع استوانه باردار:

مثال ۷: یک صفحه نازک نایبی باردار با سطح به ضخامت δ و چگالی سطحی بار σ و دیردور. میدان الکتریکی در اطراف صفحه P .



حل: صفحه را از مقطع نفاذ کنیم. چون سطح صفحه به ضخامت است و توان برایش باقی میماند، میدان الکتریکی کولمب در نایبی نازک، از قانون گاوس استفاده می‌کنیم.



در محاسبه سطح گاوسی: استوانه آریتبات مثل شکل در برود. (مستطیل نایب باردار را قطع کرده است)

قانون گاوس: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$

$$\int_{\text{در سطح بالا}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{در سطح پایین}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{در بدنه جدار}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$A \equiv$ سطح قاعده استوانه

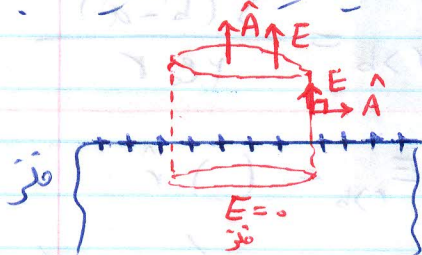
$$EA + EA + 0 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \quad \text{و} \quad \sigma = \frac{q_{in}}{A}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

اندازه میدان الکتریکی نایبی از یک صفحه نازک باردار به ضخامت δ و چگالی سطحی بار σ .

مثال ۸: صفحه نایبی به ضخامت δ و چگالی سطحی بار σ و دیردور. میدان E در ترکیب صفحه P .



حل: محاسبه سطح گاوسی: استوانه آریتبات مثل شکل در برود. (مستطیل نایب باردار را قطع کرده است)

قانون گاوس: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$

$$\int_{\text{در سطح بالا}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{قاعده پایین}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{بدنه جدار}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

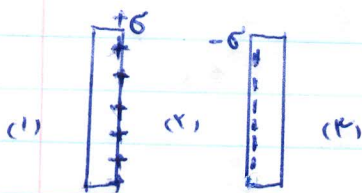
$$EA + 0 + 0 = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

(نکته: دو برابر میدان در اطراف نایب نازک است!)

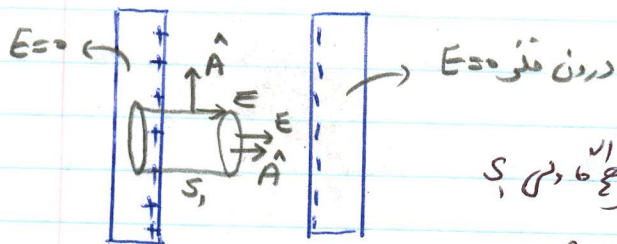
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

اندازه میدان در اطراف یک سطح نایب

شکل ۹: دو صفحه نازک متوازی بلند (به ضخامت) موازی و نزدیک به یکدیگر قرار دارند. این صفحه‌ها در وجه خارجی خود دارای بار سطحی اضافی $+ \sigma$ و $- \sigma$ هستند. میدان الکتریکی خالص را در ناحیه (۱)، (۲)، (۳)، (۴) بیابید.



حل: از سطح گاوسی استفاده می‌کنیم. اصل مشابه اصل قبل، انتخاب کنیم. و میدان را به دست می‌آوریم.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

قانون گاوس: روی سطح گاوسی

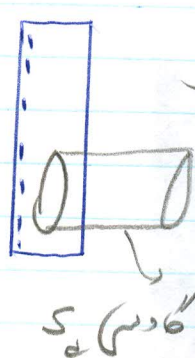
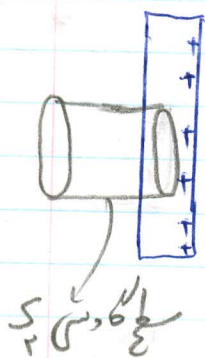
$$\int_{\text{پایه پایین}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{پایه بالا}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{پایه جانبی}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$0 + EA + 0 = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

($E_{\text{فر}} = 0$)

میدان الکتریکی در بین دو صفحه (در ناحیه ۲) جهت به سمت راست (در شکل نشان داده شده)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (۲)$$



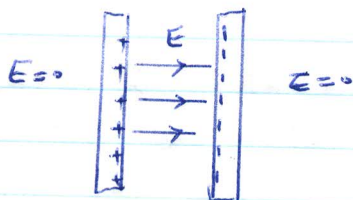
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

قانون گاوس در سطح گاوسی

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

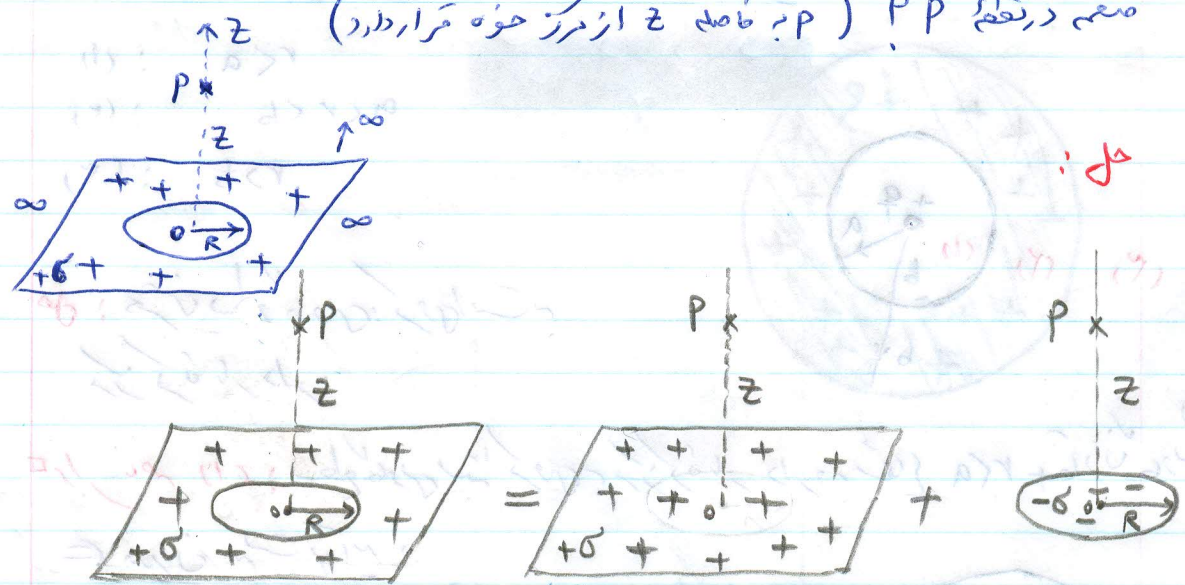
بر درون سطوح گاوسی وجود ندارد

$$\Rightarrow E_{(۱)} = 0 \text{ و } E_{(۳)} = 0$$



نکته: پس دو صفحه فلزی اصل صفحات خازن عمل می‌کنند.

صفحه نازکی تحت نامتناهی با چگالی سطحی یکنواخت $\sigma +$ ، حفره‌ای دایره‌ای به شعاع R در آن ایجاد شده است. محور z عمود بر صفحه در نقطه مرکزی حفره قرار می‌گیرد. میدان الکتریکی ناشی از این صفحه در نقطه P (به فاصله z از مرکز حفره) برآورد شود.



$\vec{E} = \vec{E}_{\text{نشی از صفحه نازک نامتناهی با چگالی $\sigma +$ }} + \vec{E}_{\text{نشی از قرص باردار با چگالی سطحی $-\sigma$ }}$
 (در این فصل از طریق قانون گاوس به دست می‌آید)

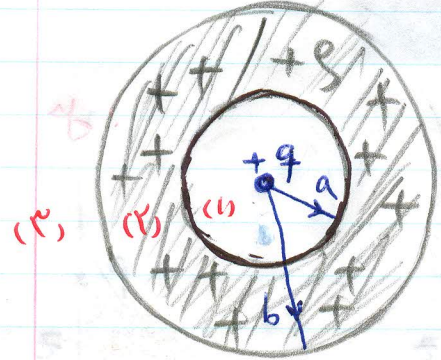
$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{z} + \left(\frac{+\sigma}{\epsilon_0} \right) \left[1 - \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] (-\hat{z})$$

$$= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right] \hat{z}$$

مثال ۱۱

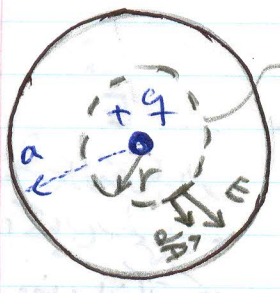
پوسته کروی نازک با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b با چگالی بار $+q$ داریم.
 بار نقطه $+q$ در مرکز آن قرار دارد. میدان الکتریکی را در نواحی (۱)، (۲)، (۳) بیابید.

- (۱) : $r < a$
- (۲) : $a < r < b$
- (۳) : $r > b$



حل: به ترتیب شعاع‌های کروی را می‌کشیم
 مرکز آن را در مرکز قرار می‌دهیم.

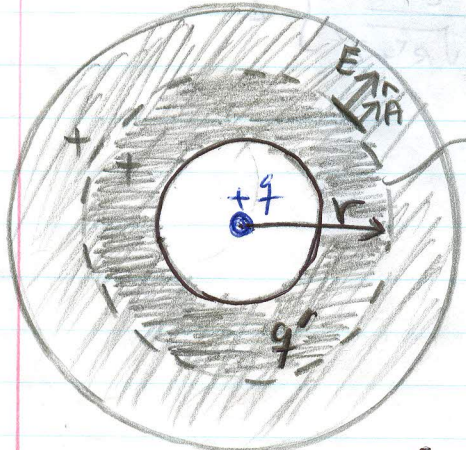
برای ناحیه (۱): شعاع کروی بسته که مرکز آن را در مرکز قرار می‌دهیم داریم شعاع $r < a$ + قانون گاوس را می‌توانیم استفاده کنیم.
 میدان به سمت بیرون است.



قانون گاوس: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$
 $\oint E dA = E \oint dA = E (4\pi r^2)$

$\Rightarrow E (4\pi r^2) = \frac{+q}{\epsilon_0} \rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}} \quad r < a$

برای ناحیه (۲): شعاع کروی که مرکز آن را در مرکز قرار می‌دهیم داریم $a < r < b$



شعاع کروی $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$
 $E \oint dA = \frac{+q + q'}{\epsilon_0}$

q' = جزیی از بار کروی که درون شعاع کروی افتاده است.

$q' = \rho \times V = \rho \times \left[\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3 \right]$
 $= \rho \left[r^3 - a^3 \right]$

$\Rightarrow E (4\pi r^2) = \frac{+q + \rho \left[\frac{4}{3}\pi (r^3 - a^3) \right]}{\epsilon_0}$
 $\rightarrow \boxed{\vec{E}_{a < r < b} = \frac{q + \frac{4}{3}\pi \rho (r^3 - a^3)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}}$

۱۸
بدر

ادام : شد ۱۱ :
بدر : (۲) : سطح بدر : $r > b$

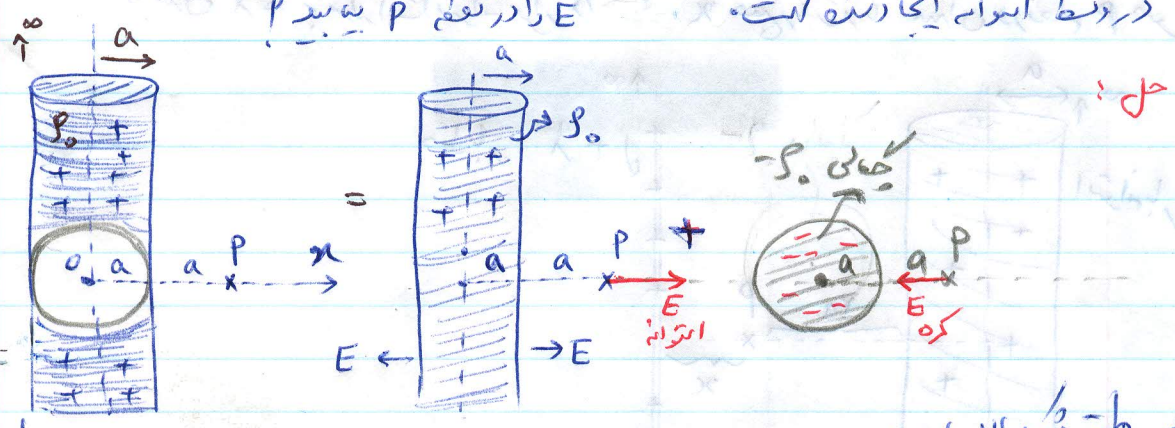
$$\oint_{S_c} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

شکل

$$E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q + 3 \times 10^{-6} \pi (b^3 - a^3)}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{q + 3 \times 10^{-6} \pi (b^3 - a^3)}{4\pi \epsilon_0 r^2} \hat{r}} \quad r > b$$

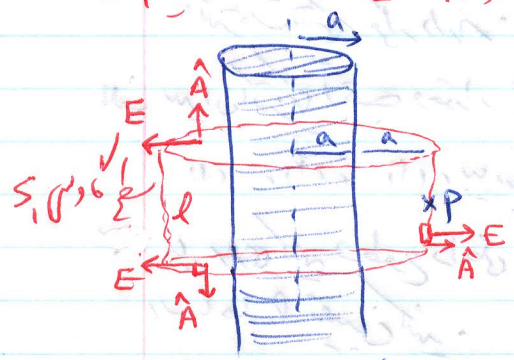
استوانه نارسانای طولی و سطح مقطع a با چگالی بار حجمی ρ + داریم یک حوضه کردیم سطح a در وسط استوانه ایجاد شده است. E را در نقطه P می بینیم



بر طبق شکل بالا باید،

- ۱: میدان ناشی از یک استوانه نارسانای طولی با چگالی بار حجمی ρ و ارتفاع P به سیم $(P$ در خارج استوانه)
 - ۲: میدان ناشی از یک کره نارسانای با چگالی بار ρ - را در نقطه P به سیم $(P$ خارج کره است)
- آنقدر جمع بردار این دو میدان می باشد آنگاه میدان خوانده شده ثابت می باشد.

برای ۱: سطح گادلی استوانه را، هم محور با محور استوانه و با بردار در سطح $r = r_a$ می زنیم



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

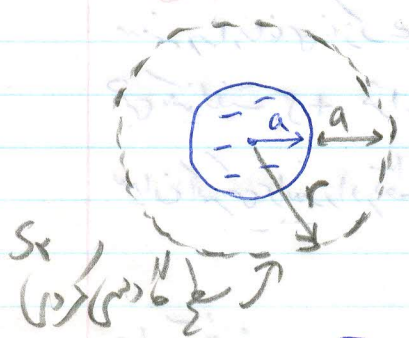
$$0 + 0 + E \int dA = E(2\pi r l) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$= \frac{8\pi a^2 l}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{8\pi a^2}{2\epsilon_0 r}$$

میدان استوانه نارسانای طولی با چگالی ρ در خارج استوانه

برابر ۲: کره ای بکره ای به شعاع $r = r_a$



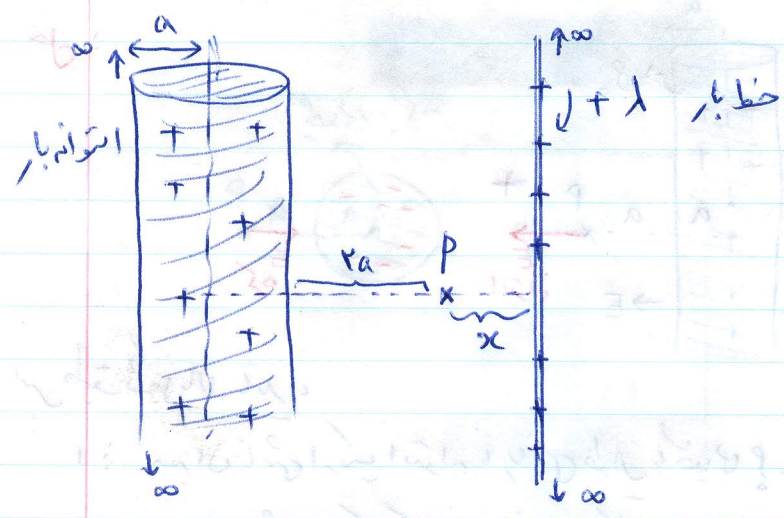
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow E(4\pi r^2) = \frac{\rho \times \frac{4}{3}\pi a^3}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho a^3}{3\epsilon_0 r^2}$$

= میدان ناشی از کره ای داده شده!

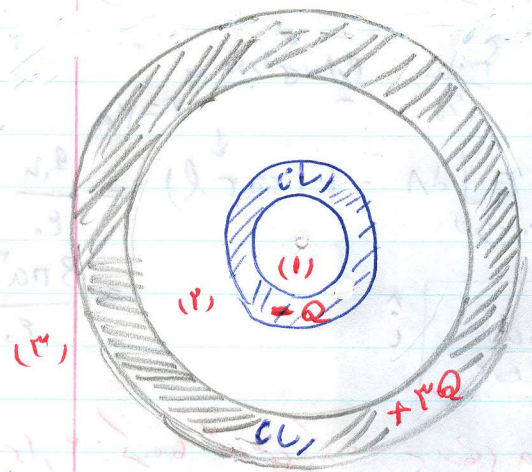
$$E_{net} = \frac{8\pi a^2}{2\epsilon_0 r} - \frac{8\pi a^2}{3\epsilon_0 r^2} \quad r = r_a \quad \vec{E}_{net} = \frac{8\pi a}{4\epsilon_0}$$

شکل ۱: استوانه طویل به شعاع a و چگالی حجمی یکنواخت ρ داریم. یک خط بار به نام λ به طول l به موازات استوانه قرار دارد. x فاصله را به سمت راست میانه در نقطه P میزنیم.



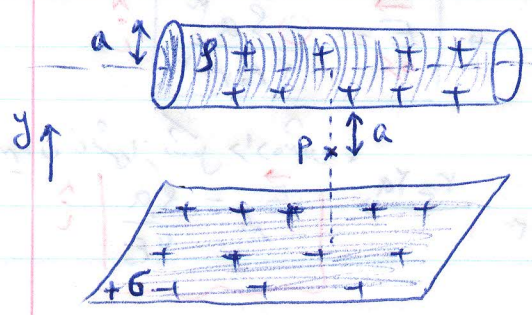
حکایت

شکل ۲: یک کره رسانای توخالی به شعاع R و بار کلی Q داریم. یک کره دایره‌ای با شعاع a و بار q به مرکز آن کره قرار داده شده است. الکتریسیته‌های قرار دارند.



الف) میدان الکتریکی (جهت و مقدار) E در نقاط (۱)، (۲)، (۳) و بی‌نهایت.
ب) بار روی کلبه سطوح داخلی و خارجی رساناها را تعیین کنید.

شکل ۳: صفحه نامتناهی نازک به ضخامت $2a$ و چگالی سطحی σ به موازات یک استوانه طویل با چگالی سطحی σ حجمی یکنواخت ρ قرار دارد. (مطلوبه شد).



میدان الکتریکی را در نقطه P بیابید؟

جواب آخر:
$$\vec{E} = \left(\frac{\rho a}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma R}{4\epsilon_0} \right) \hat{z}$$

برای $R > a$

جمع بندی :

- ۱- روش مستقیم (روش ایوان گری) (مضل قبل مضل میدان الکتریکی)
۲- روش قانون گاوس (مسئله باید تقارن داشته باشد)
- روش های محاسبه میدان الکتریکی

در روش قانون گاوس :

• قانون گاوس به روشی است که از یک سطح بسته گرفته رد، برابری با بار خالص داخل سطح به تقسیم بر ϵ_0

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

• برای محاسبه میدان الکتریکی در مسائلی که به اندازه کافی تقارن دارند، از قانون گاوس استفاده می شود.
این مسائل به سه دسته تقسیم می شوند

۱. سیم طولی، استوانه طولی، : سطح گاوسی : پوسته استوانه ای
۲. بار نقطه ای، کره باردار، پوسته کروی : ~ ~ : پوسته کروی
۳. صفحه باردار نامتناهی، صفحه تخت : استوانه کوپ

* میدان الکتریکی در اطراف:



■ کره‌ای با شعاع R و چگالی بار ρ :

$$\vec{E} = \frac{\rho r}{\epsilon_0} \hat{r} : (r < R) \quad \text{داخل کره}$$

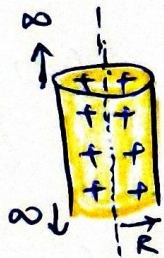
$$\vec{E} = \frac{\rho R^3}{\epsilon_0 r^2} \hat{r} : (r > R) \quad \text{خارج کره}$$



■ کره‌ای با شعاع R و بار Q:

$$\vec{E} = \frac{Q r}{4\pi \epsilon_0 R^2} \hat{r} : (r < R) \quad \text{داخل کره}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \hat{r} : (r > R) \quad \text{خارج کره}$$



■ استوانه طولی با شعاع R و چگالی حجمی بار ρ :

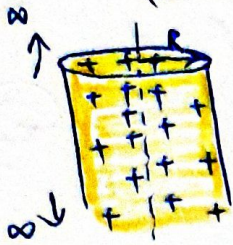
$$\vec{E} = \frac{\rho r}{\epsilon_0} \hat{r} : (r < R) \quad \text{داخل استوانه}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho R^2}{\epsilon_0 r} \hat{r} : (r > R) \quad \text{خارج استوانه}$$

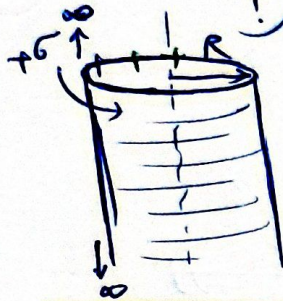
■ خط طولی با چگالی خطی بار λ :

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} \hat{r} : \text{میان فاصله } r \text{ از خط}$$

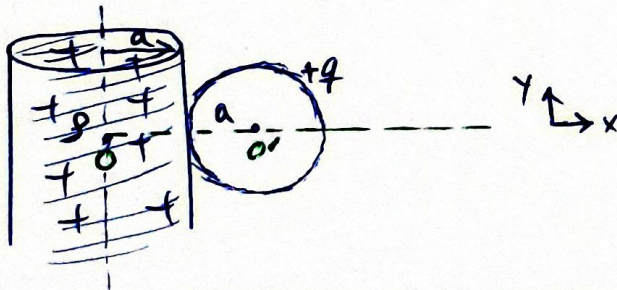
سوال ۴: یک استوانه نامرئی با ارتفاع h و سطح مقطع $S = \frac{A}{r^2}$ (متوسط) داریم. میدان الکتریکی در دلتا فضا به استوانه h و r (شعاع استوانه: R)



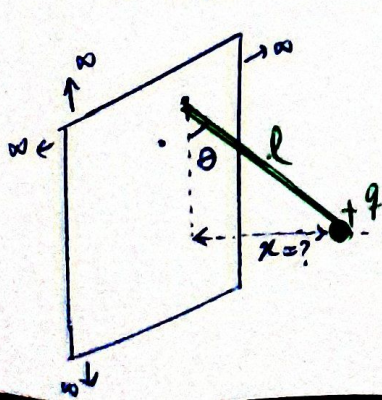
سوال ۵: یک استوانه نامرئی با سطح مقطع S و ارتفاع R داریم. میدان الکتریکی در دلتا فضا به استوانه h و r



سوال ۶: یک استوانه نامرئی با ارتفاع a و سطح مقطع S داریم. یک پشته کروی نامرئی با شعاع a و مرکز بر استوانه قرار دارد. بار $+q$ به صورت یکنواخت روی سطح پشته کروی توزیع شده است. محاسبه این که در الف: در نقطه O (وسط - روی محور استوانه) P ب: در نقطه O' (در مرکز پشته کروی) P



سوال ۷: یک کروی کروی کوچک به جرم m و بار $+q$ به وسیله نخ نامرئی به طول L به یک صفت نامرئی متناهی با سطح مقطع S و ارتفاع h متصل شده است. با فرض اینکه کروی در حال تعادل است،



الف: بزرگترین دلتا میدان الکتریکی نامرئی از صفت h و r در مکان کروی؟
ب: اگر h کوچک باشد ($L \gg h$)، فاصله میان افقی کروی (x)؟

فصل سوم

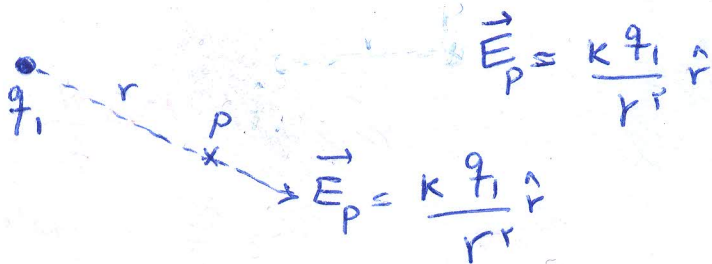
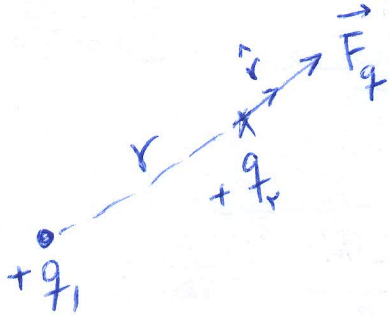
فصل: پتانسیل الکتریکی

هدف: یک روش دیگر برای بدست آوردن میدان الکتریکی با استفاده از پتانسیل برده "پتانسیل الکتریکی"

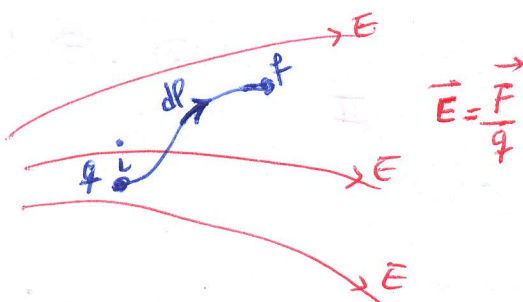
تاکنون آموختیم:

- نیروی الکتریکی بین دو بار: $\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$

- میدان الکتریکی ناشی از بار نقطه ای:



۱- اثرش پتانسیل الکتریکی:



کارانی که در حرکت یک جسم به اندازه $d\ell$ حرکت می‌شود: $dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell}$

حال: کارانی که توسط این نیروی $\vec{F}$ بر حرکت یک جسم از نقطه i به نقطه f

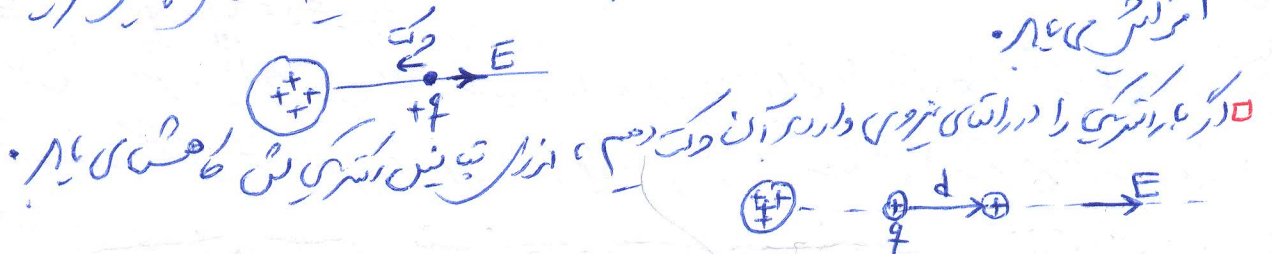
$$W_{i \rightarrow f} = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{\ell} \rightarrow \Delta u = -W_{i \rightarrow f} = - \int_i^f q \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (I)$$

میدان الکتریکی، نیروی الکتریکی بر یک بار است. پس در توقف کارانی که توسط نیروی $\vec{F}$ انجام می‌دهیم:

$$\Delta U_F = -W_F$$

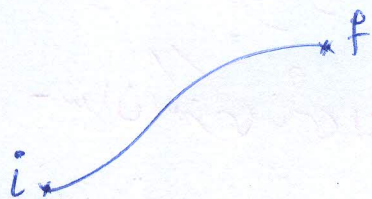
کار انجام شده توسط نیروی الکتریکی F بار را جابجا کردن بار q از i به f
($\Delta u = u_f - u_i$)

اگر بار الکتریکی را در هدف f می‌نویسید، آن وقت داریم، از i به f پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌دهیم.



۲- افتد پتیش الکتریکی :

اگرند u_f برتیب، انرژی پتیش الکتریکی بار نقطه‌ای q ، در نقطه f تا i در فرستد،
موتو عوف، افتد پتیش الکتریکی بین این دو نقطه i تا f ، از رابطه زیر بدست آید:



$$V_f - V_i = \frac{u_f - u_i}{q} \quad \text{یا} \quad (*)$$

به عبارتی: افتد پتیش الکتریکی = $\frac{\text{کار انرژی الکتریکی انجام شده بر بار جوی از بار } f \text{ تا } i}{\text{مقدار بار}}$ $\Delta V = \frac{W}{q}$
واحد: $\frac{\text{ژول}}{\text{کولن}} = \text{ولت}$ $\frac{J}{C} = V$

$$\Rightarrow V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{از } (*), (I) \quad (II)$$

اب سی‌تی رابطه مبصت پتیش الکتریکی است.
تعبیر روابط این فصل، تعبیر از رابطه موتو این

نکته: برابری پتیش الکتریکی، مربع پتیش بار در تو گرفت.

معمولاً در $r = \infty$ مربع پتیش الکتریکی را در تو می‌گیرند ($V_\infty = 0$)

ا چون معمولاً در بی‌نهایت: $E \rightarrow 0$ ، پس چون $V \propto E$ است پس $V \rightarrow 0$ ($V_\infty = 0$)

* پتیش الکتریکی، در نقطه‌ای q

$$V(r) = - \int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{e} = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (III)$$

کمای E : $[E] = \frac{V}{m} = \frac{N}{C}$

ا چون کار انرژی الکتریکی، به مسیر بگه ندارد، برار جایی که بار از ∞ تا r است
حجم نیست که لازم مسیر بود. که بخیر می‌سیر، مسیر مستقیم (تجاری است)

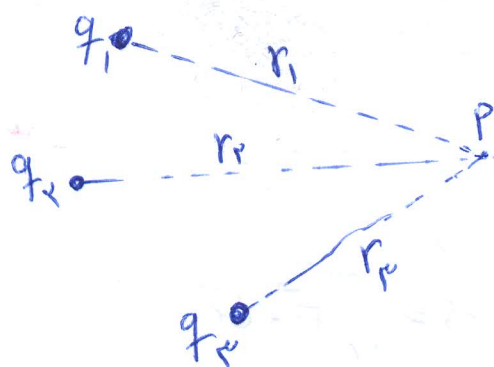
۳- محاسبه پتانسیل الکتریکی یک بار نقطه‌ای q در فاصله r از بار q ؟

$q \oplus$ --- $\xrightarrow{V(r)=?} \xrightarrow{E} \xrightarrow{dr}$
 $|E| = \frac{kq}{r^2}$

$$V_f \equiv V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty E dr \cos 0 = \int_r^\infty \frac{kq}{r^2} dr = kq \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_r^\infty$$

پتانسیل الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای $V(r) = \frac{kq}{r}$ (۴)

۴- پتانسیل الکتریکی ناشی از چند بار نقطه‌ای در یک نقطه P ؟



طبق اصل برهم‌تابی:

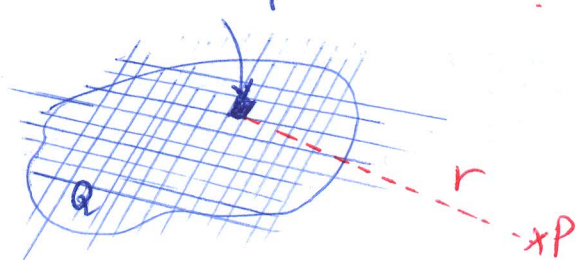
$$V_P = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

$$V_P = \sum_{i=1}^N V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i} \quad (۵)$$

N = تعداد بارها

پتانسیل ناشی از جوار را جداگانه حساب کرده و با هم جمع می‌کنیم.

۵- پتانسیل الکتریکی ناشی از توزیع بار الکتریکی چگونه است؟ $V(r) = ?$ dq

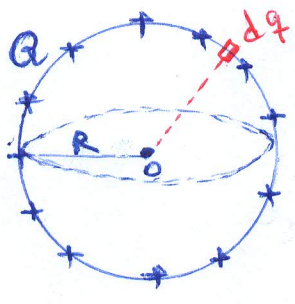


پتانسیل الکتریکی جزئی ناشی از این بار جزئی dq :

$$dV = k \frac{dq}{r}$$

$$\rightarrow V = \int_{\text{در کل بار } q} dV = \int k \frac{dq}{r} \quad (۶)$$

مثال: پویشی کروی با بار Q با شعاع R داریم. پتانسیل الکتریکی را در مرکز پویشی بیابید.
 $V_0 = ?$



حل:

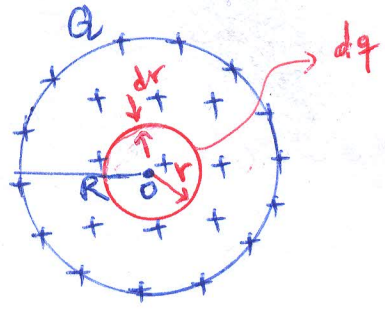
پتانسیل الکتریکی جزء ناشی از بار جزء dq در نقطه O :

$$dV_0 = k \frac{dq}{R}$$

طبق ④:

$$V_0 = \int dV_0 = \int k \frac{dq}{R} = \frac{k}{R} \int dq = \frac{kQ}{R}$$

مثال: در کروی به شعاع R ، بار Q درون حجم آن توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی در مرکز کره؟



حل: این جزء بار dq را به یک پویشی کروی به شعاع r و ضخامت dr (هم مرکز با کره بار) و حجم $dV = 4\pi r^2 dr$ در نظر بگیریم. پتانسیل الکتریکی ناشی از آن در مرکز O :

برابر پویشی بار) در مثال قبل داریم:

$$dV_0 = k \frac{dq}{r}$$

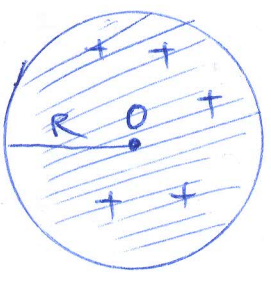
$$\rightarrow V_0 = \int_{r=0}^{r=R} dV_0 = \int k \frac{dq}{r} = \int k \frac{\rho 4\pi r^2 dr}{r}$$

که $\rho = \frac{Q}{V} = \frac{dq}{dV} = \frac{dq}{4\pi r^2 dr}$

$$= k \rho 4\pi \int_0^R r dr = 2k \rho \pi r^2 \Big|_0^R = 2k \rho \pi R^2$$

که $\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$\rightarrow V_0 = 2k \left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \right) \pi R^2 = \frac{3kQ}{2R}$$



راه دوم:

دایره III:

$$V(r=0) \equiv V_0 = \int_{r=0}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_R^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

داخل خارج

از فصل قانون گاوس داریم که میدان الکتریکی داخل یک کره باردار با چگالی یکنواخت ρ به صورت $\vec{E} = \frac{\rho r}{\epsilon_0} \hat{r}$ داخل و خارج یک کره باردار با چگالی ρ به صورت $\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$ خارج

$$\begin{aligned} \Rightarrow V_0 &= \int_0^R \frac{\rho r}{\epsilon_0} dr + \int_R^\infty \frac{kQ}{r^2} dr \\ &= \frac{1}{4} \frac{\rho}{\epsilon_0} r^2 \Big|_0^R + kQ \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_R^\infty \\ &= \frac{1}{4} \frac{\rho}{\epsilon_0} R^2 + \frac{kQ}{R} \quad , \quad \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \\ &= \frac{3Q}{8\pi\epsilon_0 R} = \frac{3kQ}{2R} \quad \text{همان جواب قبل} \end{aligned}$$

- ۱- روش المان گیری
- ۲- یک قانون گاوین، $\vec{E}$ به دست آوردن
- ۳- آید و با استفاده از رابطه III
- آنگاه $V(r)$ به دست می آید.
- تایید نتیجه و خدشه زد:
- الکتری دو روش وجود دارد:
- برای محاسبه

- ۶- رابطه بین میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی (مخاطبه میدان از روی پتانسیل):
- طبق رابطه III: $V(r) = - \int_\infty^r \vec{E} \cdot d\vec{r}$ ، با اشتقاق گیری از E ، تابع $V(r)$ به دست می آید.
- عکس این مطلب هم درست است:
- $$E_x = - \frac{\partial V}{\partial x}$$
- $$E_y = - \frac{\partial V}{\partial y}$$
- $$E_z = - \frac{\partial V}{\partial z}$$
- یا
- $$E = - \frac{dV}{dr}$$
- $$\vec{E} = - \frac{dV}{dr} \hat{r}$$

مثال: دو بار نقطه‌ای هم‌اندازه q و $-q$ در فاصله l از هم قرار دارند.
الف. پتانسیل الکتریکی را (نسبت به مرجع پتانسیل در ∞) در نقطه P (به مختصات r, θ) بیابید.
ب. با فرض $l \gg r$ ، پتانسیل در نقطه P ($V(r) \approx V_P$)

حل: پتانسیل در نقطه P :

$$V_P = V_1 + V_2$$

$$= \frac{kq}{r_1} + \frac{k(-q)}{r_2}$$

پتانسیل یک بار نقطه‌ای q : $\frac{kq}{r}$ (با دایره)

ب: اگر $l \gg r$: $r \sim r_1 \sim r_2$

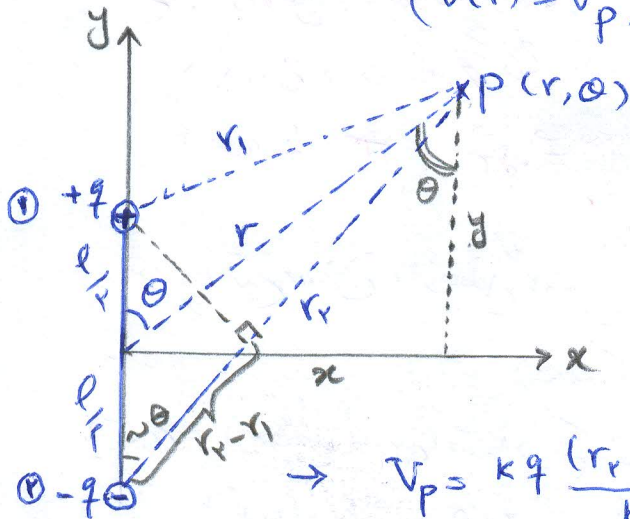
$$r_2 - r_1 \approx l \cos \theta$$

P : تصویر در قطب الکتریکی

ج. پتانسیل را بر حسب (x, y) بنویسید:

$$\rightarrow V(x, y) = \frac{kP}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

نکته: درست است: در $l \gg r$ ، تقریب در خط r_1 و r_2 می‌گیریم.



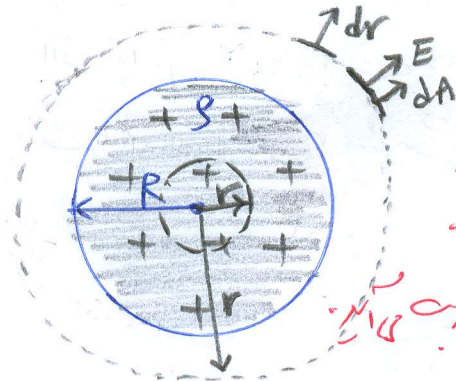
$$\rightarrow V_P = kq \frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}$$

$$r_1, r_2 \sim r^2$$

$$\Rightarrow V_P = \frac{kq l \cos \theta}{r^2} = \frac{kP \cos \theta}{r^2}$$

$$\cos \theta = \frac{y}{r}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

۵. مثال: پتانسیل الکتریکی نقطه‌ای درون کره نازک، با چگالی حجمی ρ و پتانسیل بی‌نهایت را بیابیم.



ب. پتانسیل را در خارج کره نازک بیابیم.

حل: از روش: میدان الکتریکی را از طریق قانون گاوس در

درون و در خارج کره بار مثبت ρ داریم + انتفا

از حد $r > R$: $V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$ و پتانسیل بی‌نهایت را

$$\begin{cases} E_{r < R} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \\ E_{r > R} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \end{cases}$$

برای یافتن میدان از فصل گاوس، داریم:

(محاسبه کنید)

یادآوری: (از سطح گاوسی انتفا را بگیریم)

(کره از سطح $r < R$ و نیز کره از سطح $r > R$)

(سطح گاوسی را در هر طرفی برداریم نقطه صفر)

III: $V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^R \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$ = حال با انتفا از ابع

داخل $r < R$ خارج $r > R$

$$= \int_r^R \frac{\rho r}{3\epsilon_0} dr + \int_R^\infty \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} dr =$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \times \frac{1}{2} r^2 \Big|_r^R + \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_R^\infty =$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{1}{2} [R^2 - r^2] + \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} \right] = \frac{\rho}{6\epsilon_0} [2R^2 - r^2]$$

← (پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای داخل کره بار از مرکز کره با فاصله r)

III: $V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} dr$

ب. بار خارج کره:

$$= \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_r^\infty = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$\Rightarrow \text{پس نتیجه} \quad V(r) = \begin{cases} \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \frac{1}{r} & : r > R \\ \frac{\rho}{6\epsilon_0} (2R^2 - r^2) & : r \leq R \end{cases}$$

نکته: طبق تعریف اختلاف پتانسیل در مسافت بین $\Delta V = V_B - V_A = \frac{-W_{A \rightarrow B}}{q} = \frac{\Delta U}{q}$ ؛
 که لازم برای جابجا کردن یک بار q از مکان A به پتانسیل الکتریکی A به مکان B پتانسیل
 الکتریکی B (به شرط آنکه q در ابتدا و انتها هیچ نیروی دیگری نباشد)؛

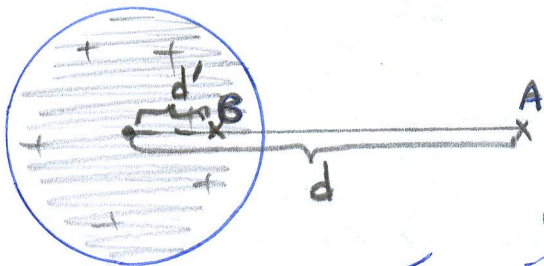
قضیه کار-انرژی جنبشی $\Delta K = W_{A \rightarrow B} = W_E + W_{ext} \rightarrow 0 = W_E + W_{ext}$

$\rightarrow W_{ext} = -W_E = +\Delta U$
 انرژی پتانسیل الکتریکی

$\rightarrow W_{ext} = q \Delta V = q(V_B - V_A)$

در شکل زیر: ج: بار نقطه‌ای q را از مکانی خارج از کره (به فاصله d از مرکز کره) به
 داخل کره، در فاصله d' از مرکز کره می‌بریم. کار لازم برای انجام
 این جابجایی، چقدر است؟ (به شرط آنکه در ابتدا و انتها هیچ نیروی دیگری نباشد)

$W_{A \rightarrow B} = q \Delta V = q(V_B - V_A)$



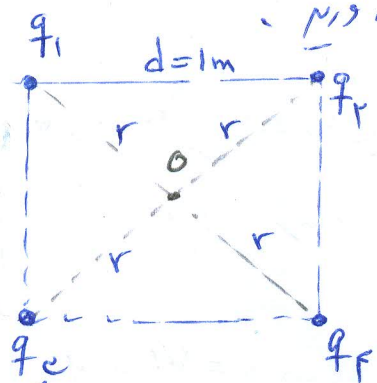
ساختار پتانسیل الکتریکی بین

دو نقطه A و B لازم داریم. که پتانسیل الکتریکی

در این دو نقطه، در سمت راست و چپ سوال آمده است.

$\rightarrow W_{A \rightarrow B} = q \times \left[\frac{q}{4\epsilon_0} \left(\frac{R^2}{r} - \frac{r^2}{R} \right) - \frac{qR^2}{4\epsilon_0} \frac{1}{r} \right]$ و $V_B = V(r)$ داخل
 و $V_A = V(r)$ خارج
 $= q \frac{q}{4\epsilon_0} \left[\frac{R^2}{r} - \frac{r^2}{R} - \frac{R^2}{d} \right]$ عددی
 (شکل)

مثال: در شکل زیر، پتانسیل الکتریکی را در مرکز مربع فرض کنید و محاسبه کنید.



$$q_1 = 1 \times 10^{-1} \text{ C}$$

$$q_2 = -2 \times 10^{-1} \text{ C}$$

$$q_3 = 2 \times 10^{-1} \text{ C}$$

$$q_4 = 1 \times 10^{-1} \text{ C}$$

$$V_0 = ?$$

جواب:

پتانسیل الکتریکی در مرکز O را می‌توانیم به کمک فرمول زیر محاسبه کنیم:

$$V_0 = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad \text{و} \quad k \frac{q}{r}$$

$$= k \frac{q_1}{r} + k \frac{q_2}{r} + k \frac{q_3}{r} + k \frac{q_4}{r}$$

$$= \frac{k}{r} [q_1 + q_2 + q_3 + q_4] = \frac{k}{\frac{\sqrt{2}}{2}} [1 + (-2) + 2 + 1] \times 10^{-1}$$

$$= k \times \frac{2}{\sqrt{2}} \times 10^{-1} = 9 \times 10^9 \times 10^{-1} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 500 \text{ V}$$

ب: کار لازم برای برداشتن یک بار از مرکز مربع چقدر است؟ $q_0 = 2 \mu\text{C}$

$$\Delta V = \frac{W}{q}$$

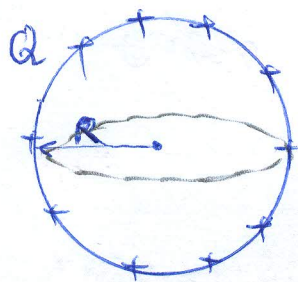
$$\rightarrow W_{\text{ext}} = q_0 \Delta V$$

$$= 2 \times 10^{-6} \text{ C} \times 500 \text{ V} = 10^{-3} \text{ J}$$

۱۰

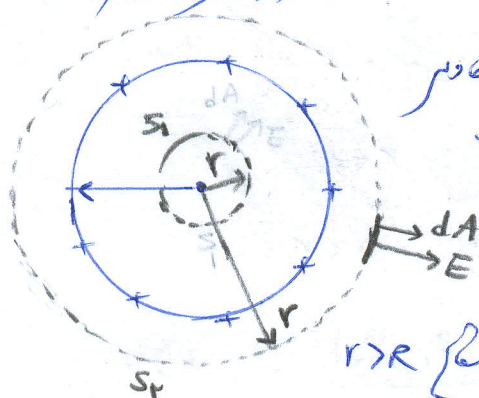
مثال: پتانسیل الکتریکی را در نقاط داخل و خارج یک کره باردار به دست آوریم.

(کره کره با شعاع R و بار Q)



حل: به کمک قانون گاوس می‌توان الکتریکی را در نقاط داخل و خارج کره به دست آورد. به کمک استفاده از رابطه III می‌توان پتانسیل به دست آورد.

برای یافتن میدان: سطح گاوس کروی فرضی به شعاع $r < R$ را در نظر بگیریم.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

قانون گاوس
(روی سطح S_r)

$$= 0 \Rightarrow \boxed{E = 0 \quad r < R}$$

میدان درون
کره صفر است

برای یافتن میدان در خارج کره باردار: سطح گاوس کروی فرضی به شعاع $r > R$ را در نظر بگیریم. در این حالت، تمام بار Q درون سطح قرار دارد.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

قانون گاوس
(روی سطح S_r)

$$\boxed{E_{r > R} = k \frac{Q}{r^2}}$$

میدان الکتریکی خارج کره باردار
با Q برابر است

$$\Rightarrow \begin{cases} E_{r < R} = 0 \\ E_{r > R} = k \frac{Q}{r^2} \end{cases}$$



حالت به پتانسیل پتانسیل الکتریکی

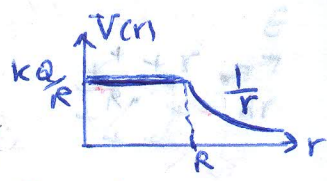
$$\text{III: } V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



$$V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^R \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

داخل $r < R$ خارج

$$= 0 + \int_R^\infty \frac{kQ}{r^2} dr = -\frac{kQ}{r} \Big|_R^\infty = \frac{kQ}{R}$$



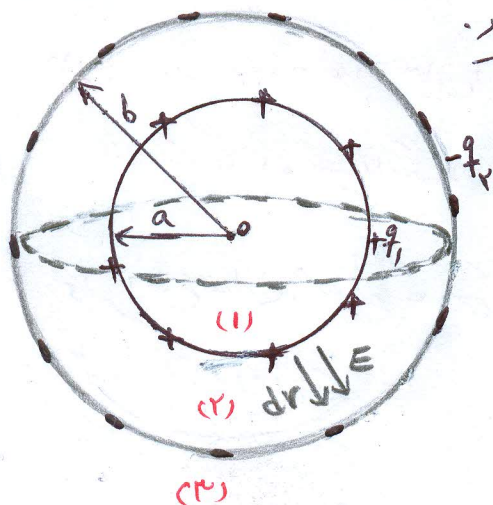
$$V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^\infty \frac{kQ}{r^2} dr = \frac{kQ}{r}$$

خارج $r > R$

برای خارج کره

مثال: سله ۱۲ فصل ۲۶ هودسون:

دو کره نرته A و B با بارهای $+q_1$ و $-q_2$ درون هم طبق شکل قرار دارند (نویسه کرده) نیایش الکتریکی را در ناحیه (۱)، (۲)، (۳) بیابید.



حل:

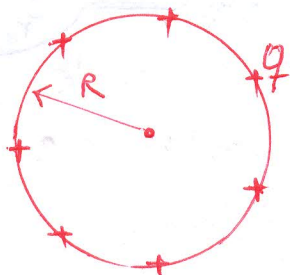
با استفاده از قانون گاوس، میدان الکتریکی را در نواحی (۱)، (۲)، (۳) جداگانه حساب میکنیم (حساب کنید). پس داریم

$$E = \begin{cases} E_{(1)} = 0 & : r < a \\ E_{(2)} = \frac{k q_1}{r^2} & : a < r < b \\ E_{(3)} = \frac{k (q_1 - q_2)}{r^2} & : r > b \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطه $V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$ ، نیایش درون ناحیه بیابید:

$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^a \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_b^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= 0 + \int_a^b \frac{k q_1}{r^2} dr + \int_b^\infty \frac{k (q_1 - q_2)}{r^2} dr \\ &= k q_1 \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_a^b + k (q_1 - q_2) \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_b^\infty \\ &= k q_1 \left(-\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right) + k (q_1 - q_2) \left(\frac{1}{b} \right) \\ &= \boxed{\frac{k q_1}{a} - \frac{k q_2}{b}} \end{aligned}$$

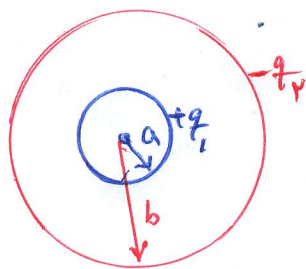
نکته: راه ۲: همان مثل مثال قبل، نیایش را فقط برای یک نویسه کره با بار $+q$ مکرر دو کره (بر سطح A) و داریم که نیایش در داخل و خارج یکسان:



$$\begin{cases} V(r) = \frac{k q}{R} & r < R \\ V(r) = \frac{k q}{r} & r > R \end{cases}$$

و آنگاه برای دو نویسه نیز جواب را داریم.

دریافته کردی



در این مثال:
- برین ترتیب: «نامی (۱)»، $r < a$ ، خاصیت:

$$V(r) = \frac{kq_1}{a} + \frac{-kq_2}{b}$$

که همین جواب بدست آمده است.

$$V(r) = \frac{kq_1}{r} + \frac{-kq_2}{b} \quad a < r < b$$

- و در نامی: $a < r < b$

$$V(r) = \frac{kq_1}{r} + \frac{k(-q_2)}{r} \quad r > b$$

- و در نامی: $r > b$

□ یابی توان از همین راه اول، محاسبات کامل را انجام داد:

$$\text{III: } V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_r^b \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_b^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad a < r < b$$

- مشابره نامی: $a < r < b$

$$= \int_r^b \frac{kq_1}{r^2} dr + \int_b^\infty \frac{k(q_1 - q_2)}{r^2} dr$$

$$= kq_1 \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_r^b + k(q_1 - q_2) \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_b^\infty$$

$$= kq_1 \left(-\frac{1}{b} + \frac{1}{r}\right) + k(q_1 - q_2) \left(\frac{1}{b}\right)$$

$$= \frac{kq_1}{r} - \frac{kq_2}{b}$$

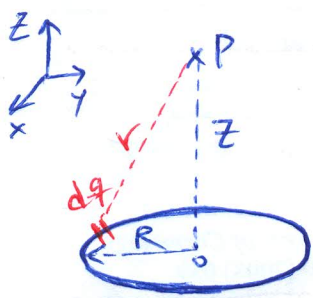
$$\text{III: } V(r) = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad r > b$$

- و در نامی: $r > b$

$$= \int_r^\infty \frac{k(q_1 - q_2)}{r^2} dr = k(q_1 - q_2) \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_r^\infty$$

$$= \frac{k(q_1 - q_2)}{r}$$

مثال: یک حلقه بار الکتریکی با بار q + شعاع R داریم. پتانسیل الکتریکی در نقطه P



حل: این جزه بار q ، پتانسیل جزه dV را در نقطه P تولید می‌کند:

$$dV = k \frac{dq}{r}$$

$$V = \int dV = \int k \frac{dq}{r} = \frac{k}{r} \int dq = \frac{kq}{r}$$

$$V_P = \frac{kq}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

حلقه بار: پتانسیل میدان الکتریکی در نقطه P :

$$E_y = 0, E_x = 0$$

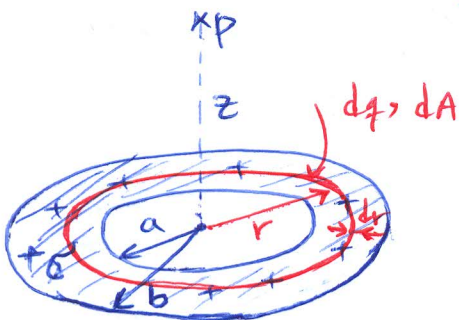
$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$= \frac{\frac{1}{r}(rz)(z^2 + R^2)^{-3/2} kq}{z^2 + R^2} = \frac{kqz}{(z^2 + R^2)^{3/2}} = E_z \rightarrow \vec{E} = (0) \hat{z}_P$$

که در فصل میدان الکتریکی هم، حساب می‌کردیم. برابر یک حلقه بار، یک حلقه بار است.

مثال: قرص نازک، با شعاع داخلی a ، شعاع خارجی b دارای چگالی بار سطحی σ است. پتانسیل الکتریکی در نقطه P بیابیم.

$$V_P = ?$$



حل: این جزه بار q ، یک حلقه بار q به شعاع r

و چگالی dq در طول dr داریم:

این حلقه بار q ، پتانسیل را در نقطه P تولید می‌کند. ما به آنرا می‌کنیم (که در بالا می‌دیدیم) برابر است با:

$$dV = k \frac{dq}{r}$$

$$dV = k \frac{dq}{\sqrt{r^2 + z^2}} \quad ; \quad \frac{dq}{dA} = \sigma \rightarrow dq = \sigma(r) r dr$$

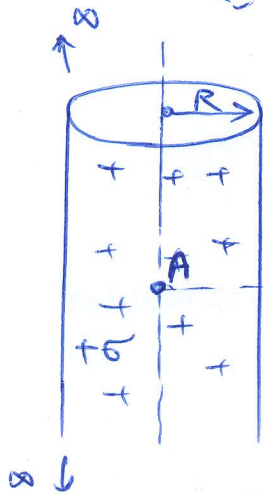
قرص را به حلقه‌ها تقسیم می‌کنیم:

$$V_P = \int dV = \int \frac{k dq}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \int_a^b k \frac{\sigma(r) r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} = k \sigma \int_a^b \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[\sqrt{z^2 + b^2} - \sqrt{z^2 + a^2} \right] = V_P$$

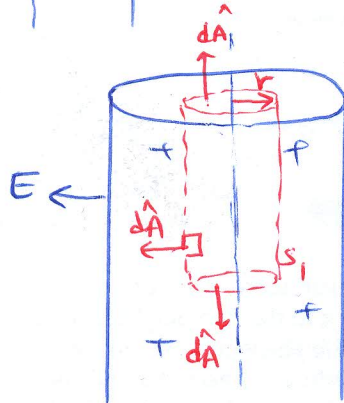
مثال: پشته ای استوانه ای بزرگ، جگه‌ای به سطحی σ + به سطح R در بریم.

الف - میدان الکتریکی را برای دلفر ضایع استوانه ای P

ب - اختلاف پتانسیل الکتریکی را بین نقطه A و B بیابید.



حل: برای محاسبه میدان الکتریکی، از قانون گاوس استفاده میکنیم.
- برای محاسبه میدان در $r < R$ (داخل): سطح گاوس استوانه ای به شعاع $r < R$ و طول l را هم محور استوانه ای را:



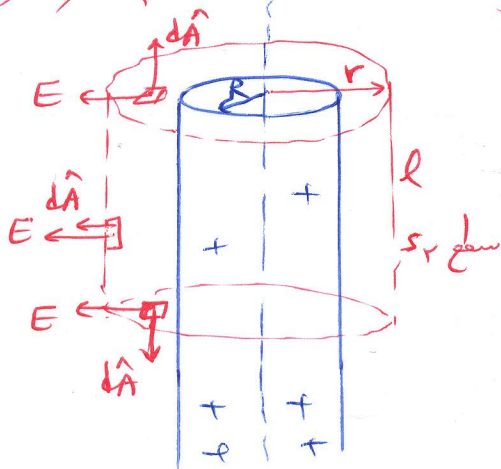
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

در سطح گاوس S_r

$$= \frac{0}{\epsilon_0} = 0$$

$$\rightarrow |E_{r < R}| = 0$$

- برای محاسبه میدان در $r > R$: سطح گاوس استوانه ای به شعاع $r > R$ و طول l را هم محور استوانه ای را.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} ; \frac{q_{enc}}{A} = \sigma$$

در سطح گاوس S_r

$$E + 0 + E \int dA = E(2\pi r l)$$

در سطح

$$E(2\pi r l) = \frac{\sigma(2\pi R l)}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E_{r > R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}} \quad \vec{E} = (1) \hat{r}$$

$$\rightarrow E = \begin{cases} 0 & : r < R \\ \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} & : r > R \end{cases}$$

- حال پتانسیل V را برای V_{II} می‌یابیم:

پارامتری چون بین دو نقطه A و B اختلاف پتانسیل داریم:

$$V(B) - V(A) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (V_{II} = \int_r^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r})$$

$$= - \int_A^R \vec{E} \cdot d\vec{r} - \int_R^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \dots$$

داخل خارج

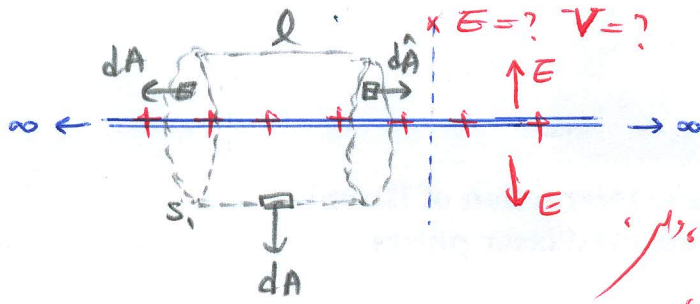
ادام شد :

$$V_B - V_A = -0 - \int_R^B \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} dr$$

$$= -\frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln r \Big|_R^B = -\frac{\sigma R}{\epsilon_0} [\ln B - \ln R]$$

$$= -\frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln \frac{B}{R} = -\frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln \frac{rR}{R} = -\frac{\sigma R}{\epsilon_0} \ln r$$

شکل: خط بار به نوبت با گویای به سلفیت $+ \lambda$ ، پهنای l و طول l در جابجایی
این خط بار به نوبت در فاصله r از خط حیدر است



ص: ابتدا میدان الکتریکی را از یک خط بار به نوبت λ ، با بلند از نوبت λ ، و به سیم ، سطح گویای استوانه از خط بار در فاصله r از خط بار قرار گرفته به سطح r طول l : $E=?$ ، $V=?$

$$\oint_{s_1} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} \rightarrow 0 + 0 + \int_{s_2} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

در این سطح سطح s_2

$$E (2\pi r l) = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}} \quad \text{انرژی}$$

$$V(r) - V_a = \int_r^a \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

در این سطح s_2 :

$$= \int_r^a \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln r \Big|_r^a =$$

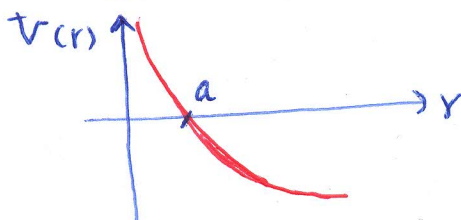
$$\boxed{V(r) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \frac{a}{r}} \quad \text{و} \quad \boxed{-\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \frac{r}{a}}$$

نکته: در $r=\infty$ و $r=a$ می توانیم مربع پهنای λ و V_{sa} بگیریم. برای

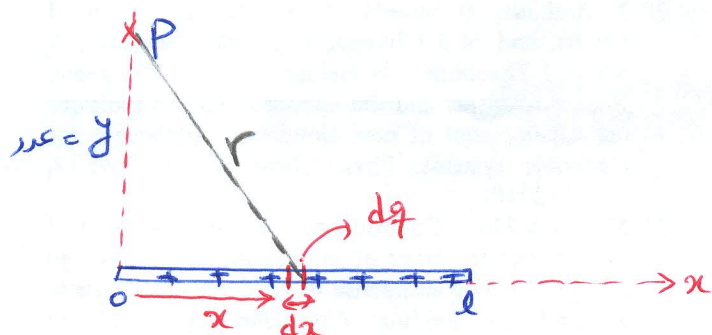
در دو حالت ، مدار ba ، ∞ باشد بر مربع V_{sa} در

یک مکان در اول خط بار ، $r=a$ ، در یک نقطه a ،

فاصله r از خط بار است.



مثال: میدان ناهمگن یک طول l را، هر Q به صورت یکسایز در افتد، داریم.
تپانسی الکتریکی را در نقطه P بسازید.



حل: از روی الکتریکی.

الکتریکی بار Q در نقطه P
تپانسی dV در Q تولید می‌کند.

$$dV = k \frac{dq}{r}$$

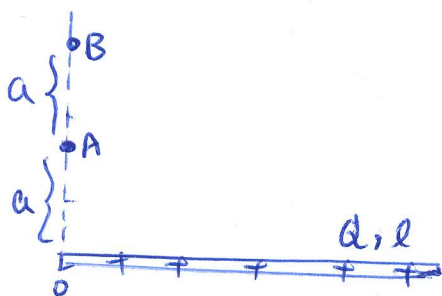
$$\Rightarrow V_P = \int dV = \int k \frac{dq}{r}, \quad \frac{Q}{l} = \lambda, \quad \frac{dq}{dx} = \lambda$$

$$= \int k \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = k\lambda \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = k\lambda \ln[x + \sqrt{y^2 + x^2}] \Big|_0^l$$

$$= k\lambda \ln[l + \sqrt{l^2 + y^2}] - k\lambda \ln y$$

$$= k(\lambda) \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + y^2}}{y} = k \frac{Q}{l} \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + y^2}}{y}$$

مثال: افتد تپانسی بین در نقطه A و B در یکسایز بسازید. (خط بار را طول l و Q)



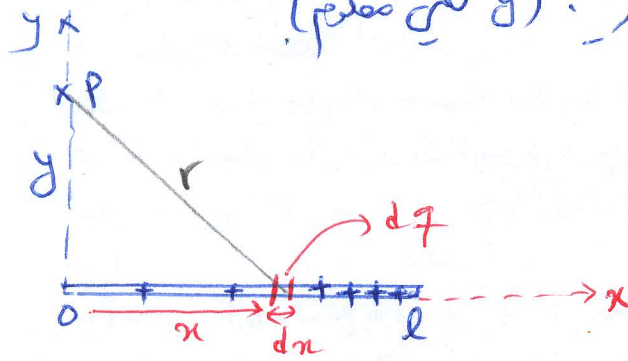
حل: طبق بالا ابتدا تپانسی ناهمگن خط بار را در نقطه P (شکل A) می‌سازیم. که در بالا جواب داریم.

$$V_A = k \frac{Q}{l} \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + a^2}}{a}$$

$$V_B = k \frac{Q}{l} \ln \frac{l + \sqrt{l^2 + (2a)^2}}{(2a)}$$

$$\rightarrow V_B - V_A = \dots$$

مثال: خطی بار طولی در صافی، مستقیم $\lambda = cx$ (c ثابت) داریم.
پتانسیل الکتریکی را در نقطه P بیابید. (k معین معلوم)



حل: در نظر بگیرید
اولاً جزء dq پتانسیل الکتریکی جزء dv
را در نقطه P تولید می‌کند:

$$dv = k \frac{dq}{r}$$

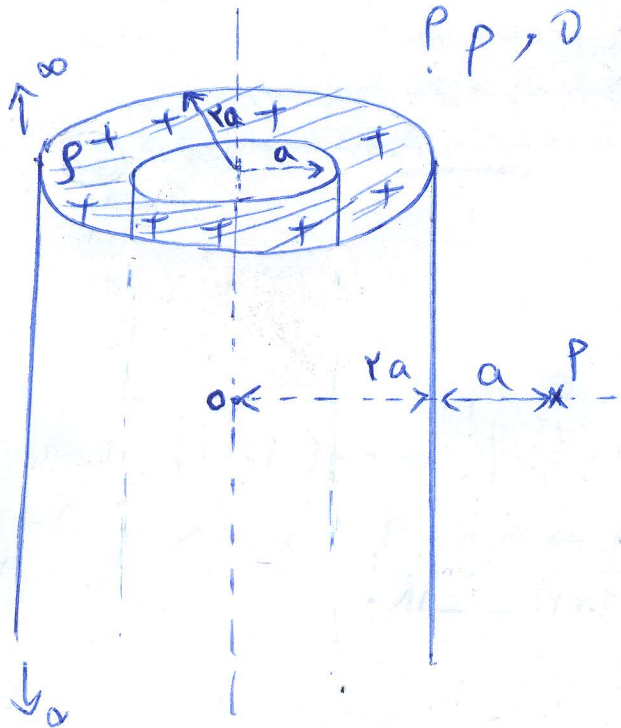
$$\rightarrow V_P = \int_{\text{جزء}} dv = \int k \frac{dq}{r} \quad , \quad \frac{dq}{dx} = \lambda \Rightarrow cx$$

$$\Rightarrow dq = cx dx$$

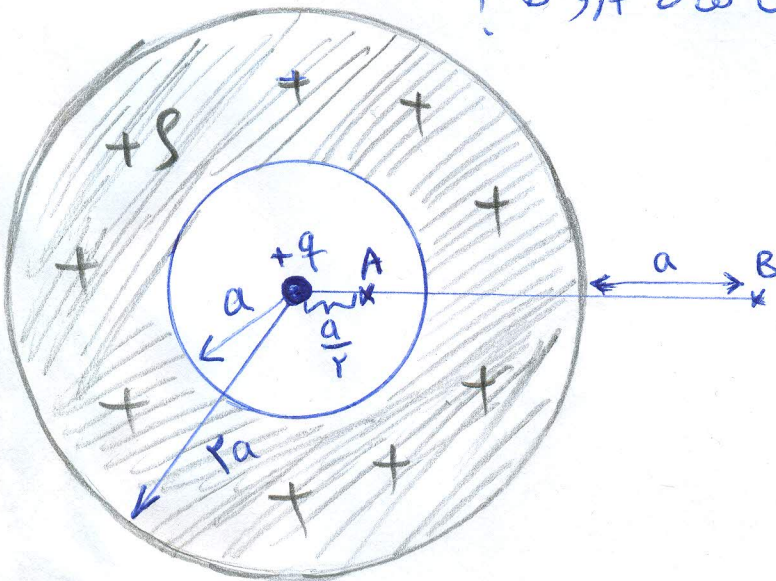
$$= k \int \frac{cx dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} = kc \int_0^l \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + y^2}} =$$

$$= kc (x^2 + y^2)^{1/2} \Big|_0^l = kc [\sqrt{l^2 + y^2} - y] \equiv V_P$$

مثال: بار الکتریکی مثبت با چگالی حجمی ρ در یک استوانه طولی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی $2a$ توزیع شده است. نقطه O روی محور استوانه است. نقطه P در فاصله a از سطح بیرونی است. اختلاف پتانسیل بین نقطه P و O را بیابید.



مثال: یک پشته کروی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی $b=2a$ دارای چگالی بار حجمی ρ است. اگر بار $+q$ در مرکز پشته قرار دارد. الف. میدان الکتریکی در $r < a$ ، $a < r < b$ ، و $r > b$ را بیابید. ب. اختلاف پتانسیل بین نقاط A و B را بیابید.

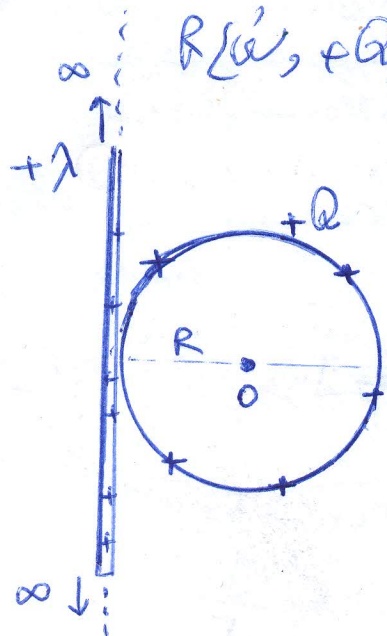


۲.

حل شده

مثال: یک خط باردار طولی با چگالی بار یکنواخت $+\lambda$ متوجه شود

که یک پوسته کروی نازک با چگالی یکنواخت $+Q$ و شعاع R قرار دارد.



الف. میدان الکتریکی ناشی از خط بار در نقطه P

ب. میدان الکتریکی پوسته کروی

باردار در نقطه O و نقطه P

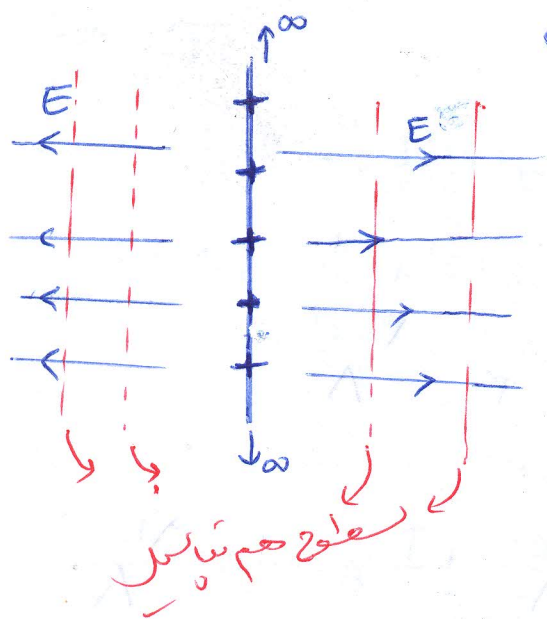
ج. اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه O و P

مثال:

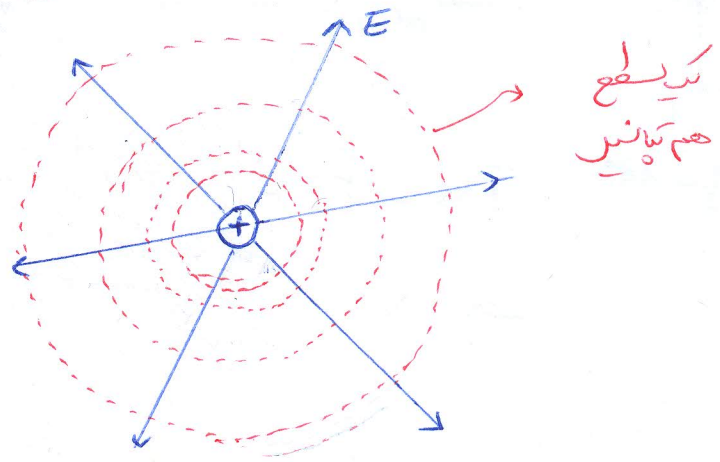
□ سطح هم پتانسیل : مکان هندسی تمام نقاطی که دارای پتانسیل الکتریکی یکسان هستند.

- این سطوح هم پتانسیل، عمود بر خطوط میدان الکتریکی اند. چرا؟ مطالعه آزار مثال کنی :

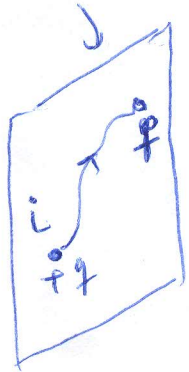
□ سطح هم پتانسیل در اطراف یک صفحه باردار به نوبت و با جوی $+q$ (موقع صفحه در شکل کشیده شد)



□ سطح هم پتانسیل در اطراف یک بار نقطه $+q$:



سطوح هم پتانسیل



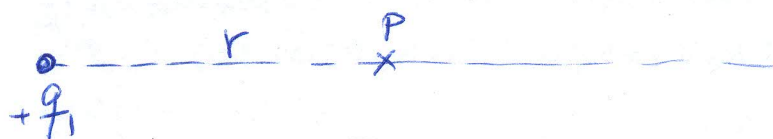
□ کارایی شده برابر جایی که در یک سطح هم پتانسیل می توانست.

$$W_{ext} = q \Delta V = q \times 0 = 0$$

$i \rightarrow f$

□ انرژی پتانسیل الکتریکی دستگاه از ذرات :

= بار q_1 در یک . پتانسیل الکتریکی تولید شده توسط آن که در مسافت r : $V(r) = k \frac{q_1}{r}$



= حل : بار q_r از ∞ به فاصله r از q_1 می آوریم . کار انجام شده ؟

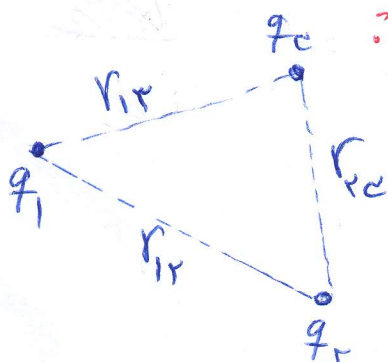
$$W_{ext} = q_r (V_P - V_{\infty}) = q_r V(r) = q_r \times \frac{k q_1}{r}$$

$$\rightarrow W_{ext} = k \frac{q_1 q_r}{r}$$

□ این کار انجام شده به صورت انرژی پتانسیل الکتریکی در سیستم دو ذره q_1 و q_r ذخیره می شود .

□ هرگاه دو بار q_1 و q_2 به فاصله r از هم قرار داشته باشند، انرژی پتانسیل الکتریکی این سیستم دو ذره است :

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r}$$



- حل اگر سیستمی از n ذره (بار) داشته باشیم :
انرژی پتانسیل الکتریکی در این سیستم به ذره i :

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23} + \dots \\ = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + k \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + k \frac{q_2 q_3}{r_{23}} + \dots$$

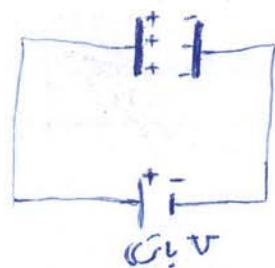
انتیروژل انرژی درون این سیستم ذخیره است .

فصل خازن - ظرفیت - انرژی در میدان الکتریکی



خازن: ذخیره کننده بار الکتریکی.
در واقع **انرژی الکتریکی** درون میدان الکتریکی که از دو صفحه رسانای نازک به موازات هم تشکیل شده ذخیره است.

تکامل از دو صفحه رسانای نازک (موازی) که بین آنها اختلاف پتانسیل وجود دارد.
دقیق دو قطب یک باتری، به دو صفحه خازن وصل شود، باتری، از صفحه منفی که به قطب + وصل است، الکترون گرفته و به قطب منفی باتری منتقل می کند و در صفحه رسانا، به ترتیب بار در $+q$ و $-q$ پیدا می کنند.



ما زمان به پیکردن خازن ایده می یابیم که ۵۷ خازن برابر ولتاژ باتری (۵۷) شود.

ظرفیت خازن: C : بنا به تعریف نسبت بار خازن (q) به اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن (۷)

$$C = \frac{q}{V} \quad \text{را گویند.}$$

در واقع ۵۷ است

آزمایش نشان می دهد که مقدار بار روی هر صفحه خازن، با اختلاف پتانسیل بین دو صفحه متناسب است:

$$q = V \times \text{دریافت}$$

$C \Rightarrow$ حاصل به عوامل هندسی صفحات و به طراحی خازن بستگی دارد.

(ویتر به جنس ماده بین دو صفحه خازن)

$$F = \frac{C}{V} \quad \text{کوبی ظرفیت: فاراد = کولن بر ولت}$$

افراد ظرفیت بزرگ است. معمولاً از μF و pF استفاده می شود.

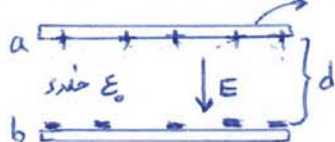
برای خازن هر تخت، کروی، استوانه ای، از رابطه ① ظرفیت خازن به دست می آید.

ولی برای خازن های غیر مستطیل، برای یافتن ظرفیت، از روش های آزمون می توان استفاده نمود.

- نکته: برای محاسبه میدان الکتریکی بین صفحات خازن، معمولاً از قانون گاوس، استفاده می‌شود.
- و پس برای محاسبه اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن از $V(r) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

۱- خازن تخت: محاسبه ظرفیت آن؟

مساحت صفحه: A ؛ ضخامت صفحه: d



$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

اثبات:

میدان بین دو صفحه $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q/A}{\epsilon_0} = \frac{q}{A\epsilon_0}$

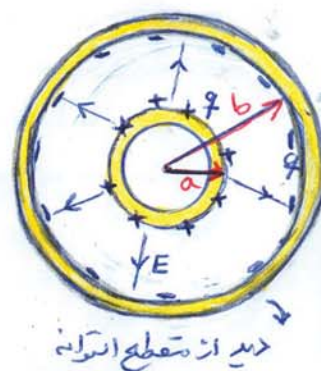
$$V = \Delta V = + \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = + \int_0^d E dr = Ed$$

$$|V| = Ed, \quad C = \frac{q}{|V|} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{\frac{q}{\epsilon_0 A} d} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

۲- خازن استوانه‌ای: از دو صفحه استوانه‌ای با شعاع a و b و طول L تشکیل شده است.

a : شعاع خارجی استوانه داخلی
 b : شعاع داخلی استوانه خارجی
 L : طول استوانه

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$



۳: برای محاسبه میدان الکتریکی، از قانون گاوس استفاده می‌کنیم.
 سطح گاوسی استوانه‌ای از جنس r به طول l به شعاع $a < r < b$ هم محورها، خازن استوانه‌ای؟

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

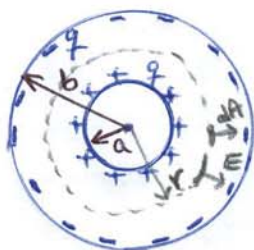
$$0 + 0 + E(2\pi r l) = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l r}$$

$$\text{III: } V_b - V_a = \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l r} dr = - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln r \Big|_a^b$$

$$= - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a} \rightarrow |V| = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a}$$

$$C = \frac{q}{|V|} = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a}} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \frac{b}{a}}$$

۳- خازن کروی: از دو پوسته نازک کروی هم مرکز با رادیوس a و b



$$C = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$$

اثبات: برای به میدان الکتریکی درون خازن، از قانون گاوس استفاده میکنیم. برای اینکار، سطح گاوسی کروی فرضی به شعاع $a < r < b$ و هم مرکز با خازن کروی را رسم می‌کنیم.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad a < r < b$$

$$\begin{aligned} \text{III: } V_b - V_a &= - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_a^b \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_a^b \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \end{aligned}$$

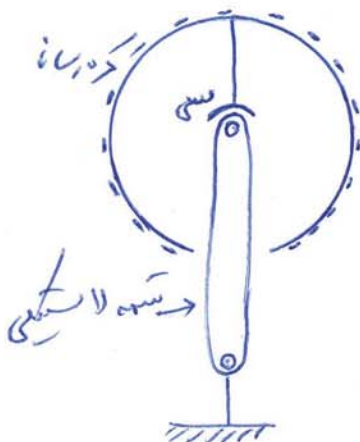
$$C = \frac{q}{|V|} = \frac{q}{\left| \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \right|} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b-a}$$

نکته: ظرفیت یک تک کره رادیوس a ؟

$$C = 4\pi\epsilon_0 a$$

حل: اگر $b \rightarrow \infty$ ، یک تک کره به شعاع a داریم:

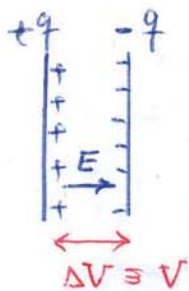
مثال آن: جوله راندوگراف:



$$b \rightarrow \infty: C = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b(1 - \frac{a}{b})} \approx 4\pi\epsilon_0 a$$

۴- انرژی ذخیره شده در میدان الکتریکی (در دو خازن) :

$$U_E = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} q V$$



اثبات: کار لازم برای بار کردن خازن تا q :



$$dw = dq \cdot V, \quad V = \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow W_p = \int dw = \int V \cdot dq = \int \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

در خازن ابتدا خالی است

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

۵- چگالی انرژی الکتریکی :

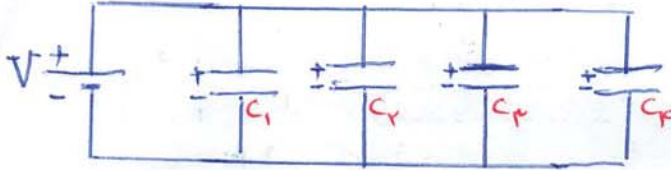
اثبات: برای یک خازن تخت الکتریکی :

$$u_E = \frac{U_E}{V_{\text{خازن}}} = \frac{U_E}{Ad} = \frac{\frac{1}{2} C V^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2} (\epsilon_0 \frac{A}{d}) V^2}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

نکته: مقدار E مورد استفاده در اینجا از فرمول دلدرد (از رابطه پواسن الکتریکی)

۶- ترکیب خازن ها :
 سری موازی

□ موازی کردن :



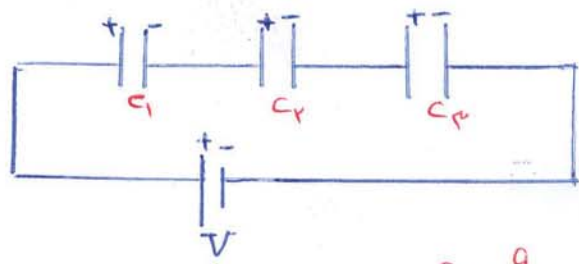
$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V$$

$$q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4$$

□ سری کردن :



$$q = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

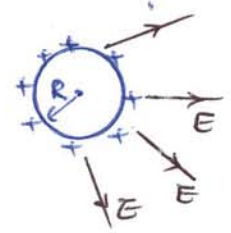
$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow \frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

مثال ۱ : بار الکتریکی روی یک کره رسانای متخلخل با شعاع $R = 9 \text{ cm}$ و $q = 1 \text{ nC}$.

الف- انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در میدان الکتریکی این رسانای باردار P

ب- جیالی انرژی الکتریکی در سطح کره رسانای P



حل : الف. $U_E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$; $C = 4\pi\epsilon_0 R$ ظرفیت کره خالی

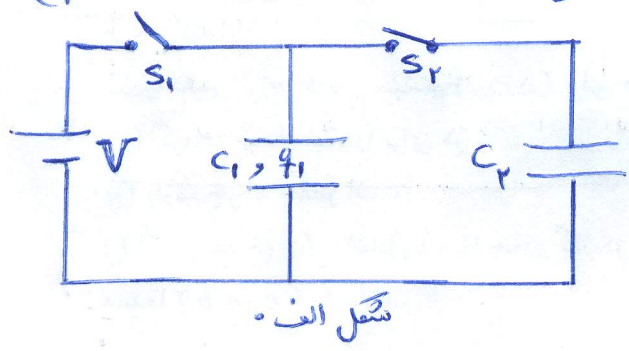
$$= \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R} = 1 \times 10^{-7} \text{ J} = 100 \text{ nJ}$$

جیالی انرژی الکتریکی $U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ ①

در سطح کره $E = \frac{kq}{r^2}$ $r=R$ $E = \frac{kq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$

① $\Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 q^2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} = 2.77 \times 10^{-7} \text{ J}$ $\frac{\text{J}}{\text{m}^2}$

مثال ۲: در شکل زیر، در حالتی که کلید S_1 را باز و کلید S_2 را بسته نگه داریم، بار خازن C_1 پر می‌شود. از آن موجود در سیستم خازن‌ها در این حالت Q (با C_1 و V معلوم)



حل الف:

$$\begin{cases} q_1 = C_1 V \\ q_2 = 0 \end{cases}$$

پس $U = U_1 + U_2 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1} + 0 = \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1}$

از این معادله

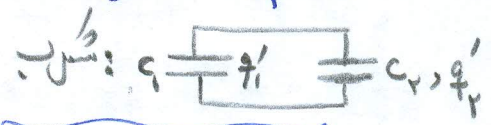
ب: اکنون کلید S_1 را قطع و کلید S_2 را باز می‌کنیم. در این حالت:
 ا. بار خازن C_1 - اختلاف پتانسیل دو سر خازن C_2 - از آن موجود در خازن‌ها Q

حل: در این حالت، آن قدر بار از C_1 به C_2 جابجا می‌شود تا (در خازن) هم پتانسیل شوند:

$$V_f = V' = V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2} \quad (1)$$

q'_1 و q'_2 : بار هر خازن در حالت جدید

$$\text{بقای بار الکتریکی} \quad q'_1 + q'_2 = q_1 \quad (2)$$



$$\Rightarrow \begin{cases} q'_1 = C_1 V' \\ q'_2 = C_2 V' \end{cases} \Rightarrow C_1 V' + C_2 V' = C_1 V \Rightarrow V' = \frac{C_1 V}{C_1 + C_2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q'_1 = C_1 V' = C_1 \frac{C_1 V}{C_1 + C_2} = \frac{C_1^2 V}{C_1 + C_2} \\ q'_2 = C_2 V' = C_2 \times \frac{C_1 V}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 C_2 V}{C_1 + C_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q'_1 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} q_1 \\ q'_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} q_1 \end{cases}$$

b: $q'_2 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} q_1$

پس در این حالت:

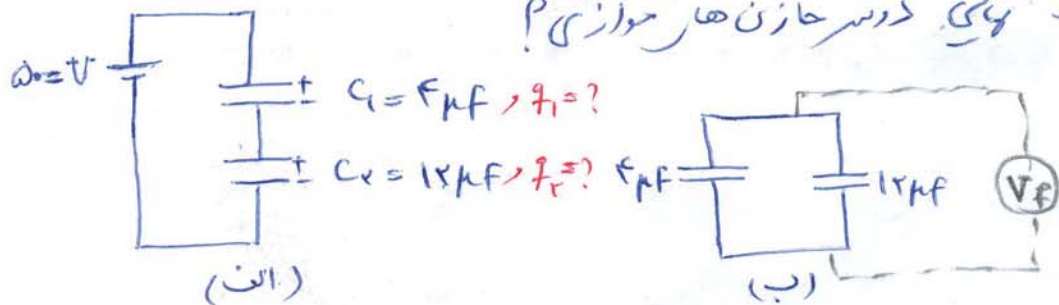
$$U' = U'_1 + U'_2 = \frac{1}{2} C_1 V_f'^2 + \frac{1}{2} C_2 V_f'^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V_f'^2 = C$$

$$= \frac{1}{2} \frac{C_1^2}{C_1 + C_2} V^2$$

معادل

$$\Delta U = U - U' = \frac{1}{2} \frac{q_1 q_2}{C_1 + C_2} V^2$$

شکل ۳: دو خازن $4\mu F$ و $12\mu F$ را به صورت سری به باتری 50 ولتی وصل می‌کنیم. پس از آنکه خازن‌ها پر شدند، آنها را از منبع بیانش (باتری) جدا می‌کنیم و مطابق شکل ب، آنها را به صورت موازی به هم وصل می‌کنیم. آن‌ها از منبع بیانش کمتر می‌آیند و به این دلیل در خازن‌ها ب، مقدار بیشتری در هر خازن‌ها می‌ماند؟



جواب: $q_1 = q_2 = q = C_{\text{مکاف}} V$; $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
 $= 3 \times 50$
 $= 150 \mu C$
 $= \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \frac{4}{\frac{1}{3}} = 3$

$C_{\text{مکاف}} = 3 \mu F$
 $\rightarrow q_1 = q_2 = 150 \mu C$

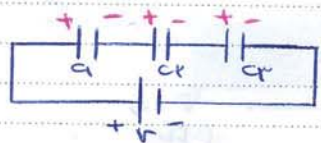
$\rightarrow U_{\text{مکاف}} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{150 \times 150}{3} = \frac{1}{2} \times 150 \times 100 = 7500$
 $U = U_1 + U_2 = \dots = 21.75 \times 10^{-3} \text{ جول}$

در موازی $C = C_1 + C_2 = 4 + 12 = 16 \mu F$; $\frac{q}{C} = \frac{q}{C}$

$U_f = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(150 + 150)^2}{16 \times 10^{-6}}$

$= 21.8 \times 10^{-3} \text{ جول !!}$

ب: $q_f = C_f V_f \rightarrow V_f = \frac{q}{C} = \frac{300 \mu C}{16 \mu F} = 18.75 \text{ V}$



$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$q_T = q_1 = q_2 = q_3$$

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3$$

ظرفیت اصل در حالت موازی یا سری از یک یک ظرفیت ها کمتر است.

ظرفیت حادی در الکتریک

در الکتریک، یک سلفه ای از مان این بارها

دره می شود اگر یک سلفه در الکتریک بین صفحات باردار یک خازن با صفحات موازی

قرار دهیم، متعلقه می کنیم ظرفیت خازن افزایش یافته و به سلفه (در خازن)

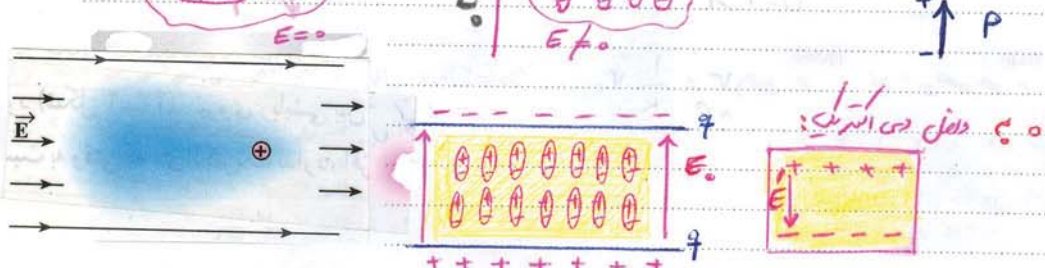
کاهش می یابد.

در الکتریک، در حضور میدان هم قطب هم غیر قطب اتم های یک قطب

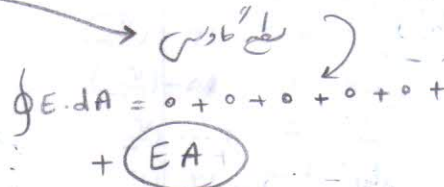
الف) - قطب و بین دارای یک بار دو قطب الکتریک دائمی اند.

ب) - غیر قطب، هیچ یک از دو قطب الکتریک دائمی ندارند (همه توزیع بار مثبت

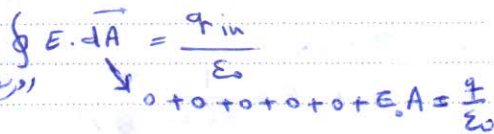
در سطح یک مولکول برهم منطبق اند).



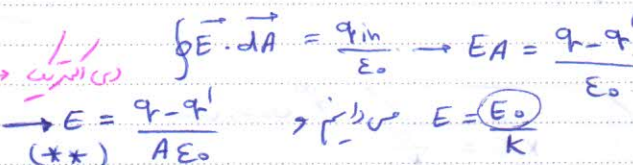
$$E' = \frac{E}{\epsilon}$$



۱- مانوں کا وزن (در حضور) (در التبرک)



$$\rightarrow E_0 = \frac{q}{A \epsilon_0}$$



$$\xrightarrow{(*)} E = \frac{q}{A \epsilon_0 K} \quad (***) \quad ** = *** \rightarrow q - q' = \frac{q}{K} \rightarrow q' = q \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

برای ایجاد $\frac{K}{2}$ بار از میان این تیر $\Rightarrow$ بار مفید
بر روی سطح $\Rightarrow$ بار آزاد

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0 k}$$

س قانون فافس بارس الترتيب ←

مقاله آزاد : جایگاه اینترنت

عالم زاد:

استقامت، یعنی الترتیب، $\max$ میانه که یک در الترتیب می تواند

تکمل کند بدون اینکه تحلیله اثری در آن احوال شود.

میدان داخل منتهی

صفو ایت

مس: ایندین استون

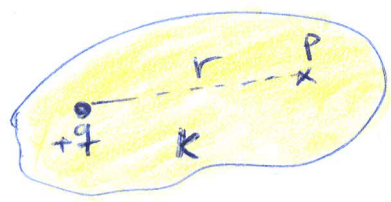
شہادت آیت اللہ قدوسی و سرتیپ وحید دستجردی (۱۳۶۰ھ.ش)

ی (۱۳۶۰ هـ ش) ← میں برای مقصد (چین درسی و انت) به بعض احوال میران و هاس کنده می روزه و مردم می روزه -

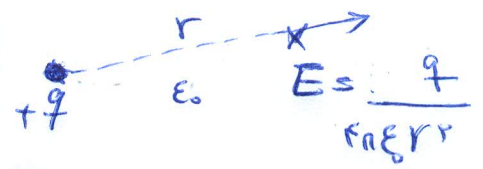
ساخته شده :

در حدی :

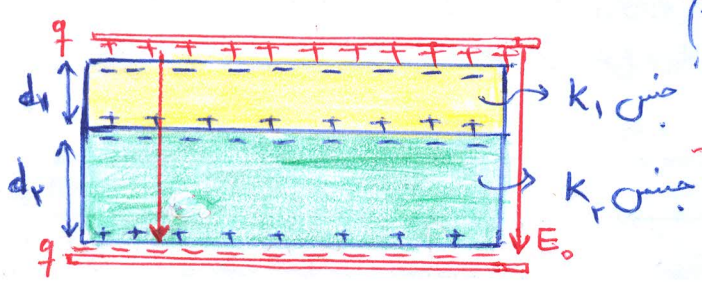
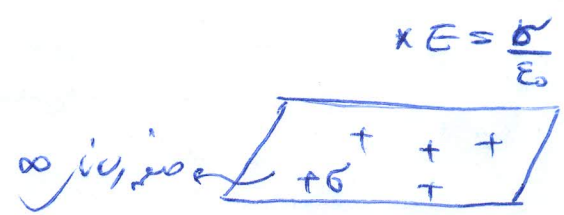
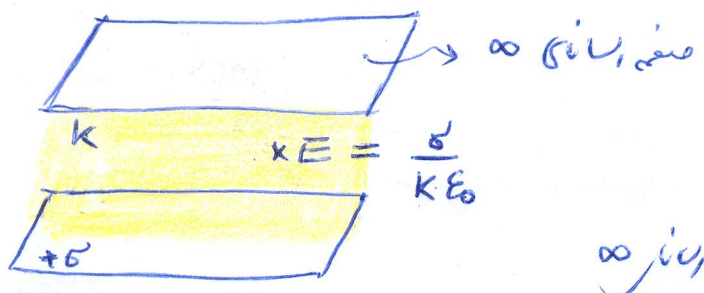
در دی استریک :



$$E = \frac{1}{P} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 k r^2}$$



$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



مثال ۴ : ظرفیت خازن دوپرو وکتی را بیابیم

حل : حل دو خازن متوالی هستند.

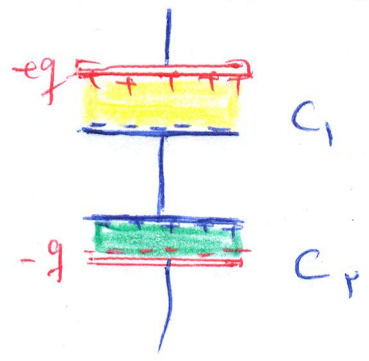
$$C_1 = k_1 \epsilon_0 \frac{A}{d_1}$$

$$C_2 = k_2 \epsilon_0 \frac{A}{d_2}$$

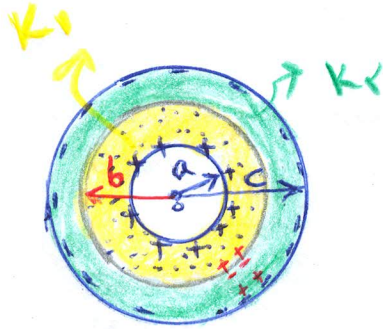
$$\rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow$$

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$= \epsilon_0 A \left(\frac{k_1 k_2}{k_2 d_1 + k_1 d_2} \right)$$



مثال ۵: خازن کروی به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b در اختیار داریم.
این خازن از دو ماده دی الکتریک متفاوت با ثابت دی الکتریک K_1 و K_2 پر شده است. ظرفیت خازن را بیابید.



(خازن از شعاع a تا b یا ماده دی الکتریک K_1 و از شعاع b تا c یا ماده دی الکتریک K_2 پر شده است)

q بار خازن

حل: هدف: $C = \frac{q}{|V|}$

پاسخ:

$$\begin{aligned} \Delta V = |V_c - V_a| &= \int_a^c \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} + \int_b^c \vec{E} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_a^b \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K_1 r^2} dr + \int_b^c \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K_2 r^2} dr \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K_2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 K_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 K_2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)}$$

$$\Rightarrow C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{K_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) + \frac{1}{K_2} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)}$$

راه ۲: میدان الکتریکی ناشی از بار $+q$ و $-q$ در صفحات خازن، E_0 ، E ، E_0 در ماده دی الکتریک K_1 و K_2 به خط عمود می کشد (در قطب الکتریکی کوچک می کشد). و این دو میدان در خازن متوازی عمل می کنند: (در خازن متوازی کروی)

ظرفیت خازن کروی به شعاع a و b : $C_1 = \frac{K_1 4\pi\epsilon_0 a b}{b - a}$

ظرفیت خازن کروی به شعاع b و c : $C_2 = \frac{K_2 4\pi\epsilon_0 b c}{c - b}$

$$\rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \dots$$

ادامه مثال ۵ :

ب: از زیر فرضیه‌ی خازن را به دست آورید.

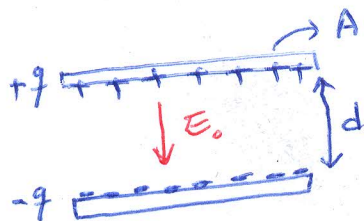
حل:
$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{\frac{1}{k_1(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})} + \frac{1}{k_2(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})}} = \frac{q^2}{2} \frac{1}{\frac{1}{k_1(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})} + \frac{1}{k_2(\frac{1}{b}-\frac{1}{c})}}$$

شکل: $4\pi\epsilon_0$

توجه: دانه‌ی زائف

مثال ۶: یک خازن تخت با مساحت سطحی A و فاصله‌ی جوی منفی d به باتری با پتانسیل V_0 متصل است.

الف: ظرفیت C خازن P بار آزاد در صفحات؟



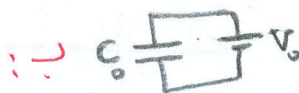
حل: الف:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

ب:

$$q = C_0 V_0$$

بار آزاد



پ: میدان الکتریکی در فضای خالی میان صفحات خازن P

حل:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{q/A}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

- حال باتری برداشته شود و یک دی الکتریک به ضخامت b و ثابت دی الکتریک K درون خازن قرار گیرد.

ت: میدان الکتریکی در فضای درون دی الکتریک جدید است P

حل:

قانون گاوس در محیط دی الکتریک

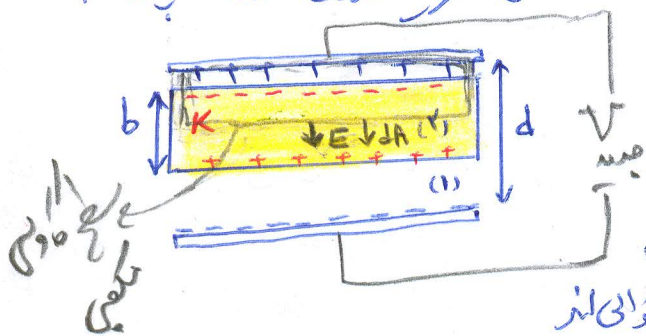
$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{آزاد}}}{\epsilon_0 K}$$

در سطح گاوسی مکعبی

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0 K}$$

$$E = \frac{q}{AK\epsilon_0} = \frac{E_0}{K}$$

ث: اختلاف پتانسیل دوسر خازن، بعد از قراردادن ماده دی الکتریک درون خازن، جدید است P



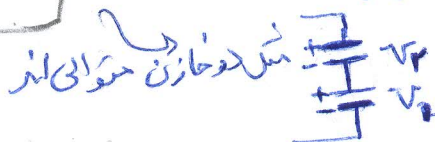
حل:

$$\Delta V = V = E d$$

در خازن تخت

$$\Delta V = V_1 + V_2$$

$$= E_0 (d-b) + E b$$



ادامه مثال ۶ :

ج: ظرفیت خازن در حضور دی الکتریک را به دست آورید!

حل: دقت شود که با اثر برداشته شده، دی الکتریک وارد خازن می شود. پس بار خازن ثابت است.

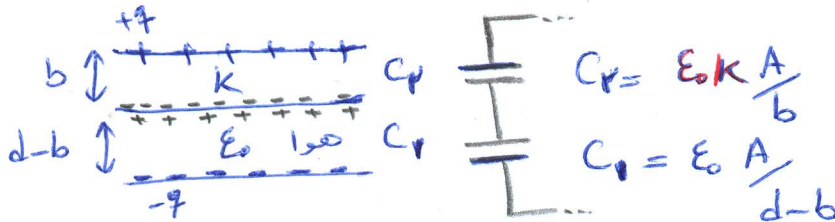
$$C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{q}{E_0(d-b) + E_b}$$

$$= \frac{q}{E_0(d-b) + \frac{E_0}{K} b} = \frac{q}{E_0(d-b + \frac{b}{K})}$$

$$= \frac{q}{E_0 d (1 - \frac{b}{d} + \frac{b}{Kd})} \quad ; \quad q = C_0 V_0$$

$$= \frac{C_0}{1 - \frac{b}{d} + \frac{b}{dK}}$$

ظرفیت خازن، برآورد



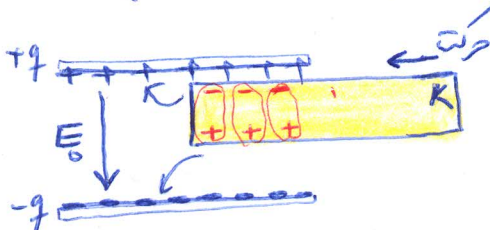
راه ۲ برای ج:

ج: وقتی دی الکتریک، به درون خازن وارد می شود، هیچ کار انجام نمی شود

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \rightarrow$$

ج: وقتی دی الکتریک، به درون خازن وارد می شود، هیچ کار انجام نمی شود



حل: شکل دربره، در حالت وارد شدن دی الکتریک K درون خازن را نشان می دهد.

نکته: دی الکتریک به درون خازن کشیده می شود!

$$U_i = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_0} \rightarrow W_{ext} = U_f - U_i$$

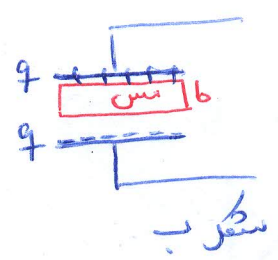
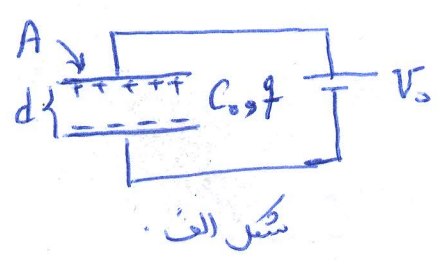
$$= \frac{1}{2} q^2 \left[\frac{1}{C_{\text{مید}}} - \frac{1}{C_0} \right]$$

$$= \frac{1}{2} q^2 \left[\frac{1 - \frac{K}{d}}{\frac{d}{K} C_0} \right] < 0$$

نکته: $W_E = -W_{ext} \rightarrow W_{\text{خازن}} > 0$

مثال ✓ : مسدود ۷۴ حالتی :

خازن تخت با مساحت صفحات A و فاصله مابین صفحات d ، به باتری با پتانسیل V_0 متصل است.
الف. ظرفیت خازن C ب. بار روی صفحات خازن Q ج. میدان الکتریکی E در فضای خالی میان صفحات خازن Q
حال : یک تکه مس به مسافت b طبق شکل وارد خازن می‌شود. (خازن ابتدا از باتری جدا می‌شود) (خازن متروقی) . د. ظرفیت خازن پس از استقرار تکه مس؟



$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

حل : الف :

ب : $Q = C_0 V_0$ بار روی صفحات خازن (بار آزار ناسیم می‌شود)

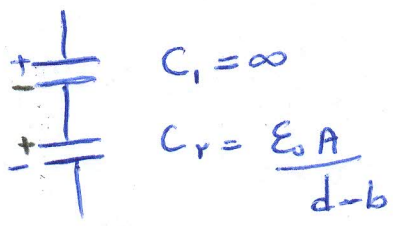
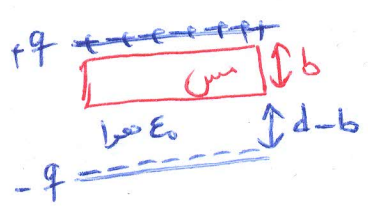
$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q/A}{\epsilon_0} = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

ج :

د : وقتی باتری جدا می‌شود، بار خازن پس از ثابت می‌ماند.

فکته ۲ : ظرفیت یک فلز، ∞ است. $(C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{0} = \infty)$ (یک فلز، یک سطح هم پتانسیل است)

و خازن در شکل ب : مثل دو خازن متوالی است :



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_1 = C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d-b}$$

راه ۲ :

ادامه شکل V :

راه ۲ :

اولیه : $C_0 = \frac{q}{V_0}$; $C_{\text{مجموعه}} = \frac{q}{V_{\text{مجموعه}}}$

در حالت $V = Ed$

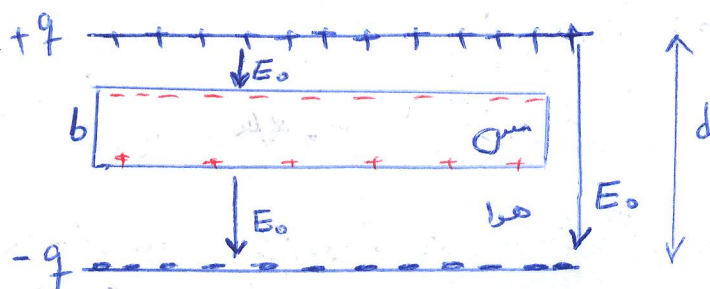
پس $V = \Delta V = V_1 + V_2 = 0 \times b + E_0(d-b)$

$\Rightarrow \left\{ C = \frac{q}{V} \right\} = \frac{q}{E_0(d-b)}$

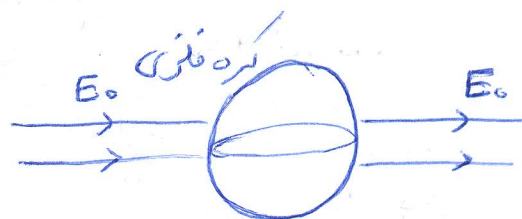
$= \frac{q}{E_0 d (1 - \frac{b}{d})} = \frac{C_0}{1 - \frac{b}{d}} = \frac{\epsilon_0 A/d}{1 - \frac{b}{d}}$

$C_{\text{مجموعه}} = \frac{\epsilon_0 A}{d-b}$

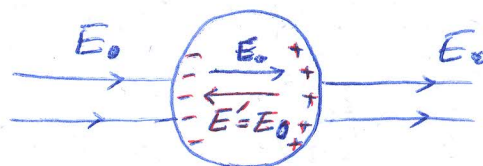
نکات :



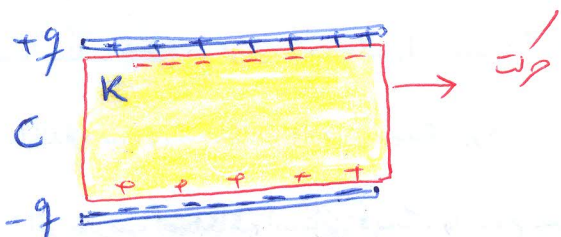
داخل مس : $E = 0$ است
 بر تکمیل خازن نمی دهد.



میزبان این



مثال ۸: یک خازن با ظرفیت C تا اضافه شدن بارش به $2C$ بار می شود. هر خازن متون در سورت (یعنی باتری می اید). درون خازن، مسک با ثابت دی الکتریک $k=5$ قرار دارد. الف: جدر کار لازم است تا تیغه ی مسک را از خازن بیرون بکشیم؟



حل: الف:

$$W_{ext} = U_f - U_i$$

$$U_i = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad (\text{مقدار خازن})$$

$$U_f = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_0}$$

$$\rightarrow W_{ext} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_0} - \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_0} - \frac{1}{2} \frac{q^2}{kC_0}$$

$$C = kC_0$$

$$= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C_0} \left(1 - \frac{1}{k}\right) > 0$$

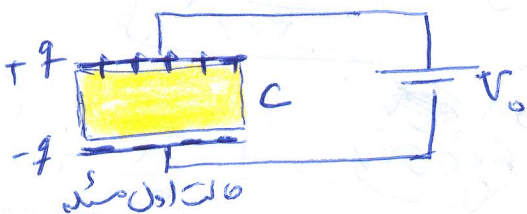
یعنی بار خارج کردن ساده دی الکتریک، باید کار انجام دهیم.

ب: اختلاف پتانسیل بین پله های دوسر خازن، پس از خارج کردن دی الکتریک؟

حل:

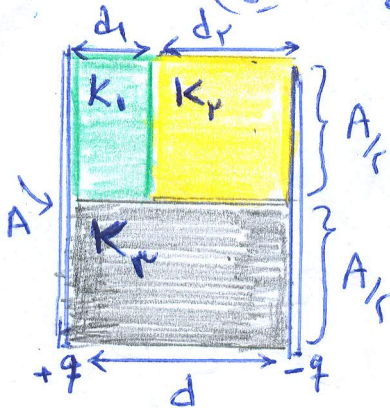
$$V_f = \frac{q}{C} = \frac{q}{C_0}, \quad q = CV_0$$

$$= \frac{q}{C/k} = \frac{kq}{C} = kV_0 = 5V_0$$

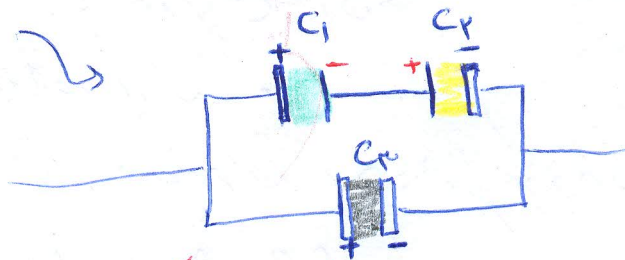


$$q = CV_0$$

شکل ۹: ظرفیت خازن دو پرده ای به سیم (مسند به قطر ۲۵ هانس)



حل: دو خازن داریم که ترکیب K_1 و K_2 متوالی اند
و با خازن داریم که ترکیب K_3 موازی اند.



از عبارت: خازن باردار q ، میدان الکتریکی E که کثیر کرده ولفی میدان، دی الکتریک خاص
فصلیه بکنند

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = \epsilon_0 K_1 \frac{A/2}{d_1} \\ C_2 = \epsilon_0 K_2 \frac{A/2}{d_2} \\ C_3 = \epsilon_0 K_3 \frac{A/2}{d} \end{cases}$$

$$\frac{1}{C_{\text{کل}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \rightarrow$$

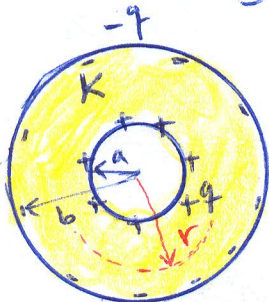
$$C_{\text{کل}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$\Rightarrow C_{\text{کل}} = C_{\text{کل}} + C_3 = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + C_3$$

$$= \dots + \dots$$

مثال ۱۰: م ۴۴ فصل ۲۷ هودین

یک خازن کروی با بار از دو پوسته کروی هم مرکز تشکیل شده. در پوسته درونی یک ماده دی الکتریک از هم جدا شده از پوسته بیرونی با فاصله a شعاع پوسته خارجی ط است. بار شعاع r که نصف از بار در آن دهنده شود، عبارتی بدست آورید.



حل: باید ابتدا ظرفیت یک خازن کروی را بدست آورد.

چگونه؟ $C = \frac{q}{V}$ ؟

$$V = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{III}$$

برای یافتن میدان داخل دی الکتریک: قانون گاوس در حضور دی الکتریک:

(شعاع گاوسی فرضی r که $a < r < b$)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{enc}}{\epsilon_0 K}$$

$$E (4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0 K} \rightarrow E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 K r^2} \quad a < r < b$$

$$\begin{aligned} \text{در IV} \rightarrow V &= V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_a^b E dr = - \\ &= - \int_a^b \frac{q}{4\pi \epsilon_0 K r^2} dr = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 K} \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_a^b \end{aligned}$$

$$|V| = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 K} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{q}{4\pi \epsilon_0 K} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)}$$

$$C = \frac{4\pi \epsilon_0 K ab}{b-a}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 K ab} \frac{b-a}{b-a}$$

انرژی خازن (از مرکز کل خازن داده شده)

$$C' = 4\pi \epsilon_0 K ar$$

ظرفیت خازن کروی با شعاع داخلی a و شعاع بیرونی r

$$U' = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C'} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 K ar} \frac{r-a}{r-a}$$

مقدار $U' = \frac{1}{2} U \rightarrow \dots \rightarrow r = \frac{2ab}{a+b}$ عدد

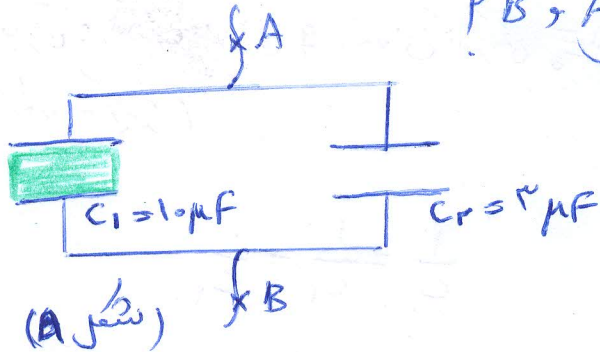
مرتب

مثال ۱۱: ۳ ۲۴ فصل ۲۷ هردون

دو خازن به صورت موازی طبق شکل به هم متصل شده اند. در خازن C_1 ولت ۱۵۰۰
تفاوت به یکی بودن دی الکتریک و یکی دارا دی الکتریک است. اختلاف پتانسیل ۱۵۰۰
به دو سر پادینه ها A و B متصل است. خازن ها بر چه ولته. الف. بار خازن ها؟

ب. انرژی کل خازن ها؟ ج. انرژی کل خازن ها؟
حال منبع پتانسیل را برآورد اعداد می شود.

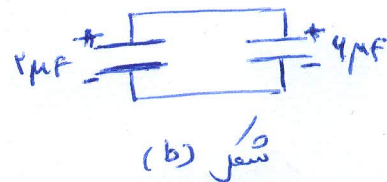
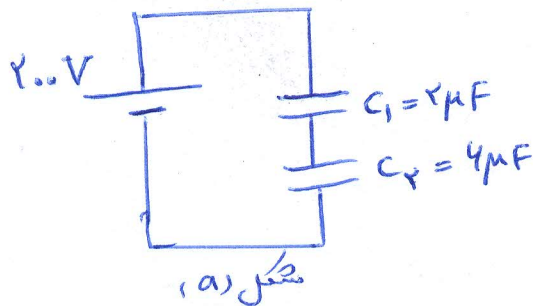
و حال اگر ماده دی الکتریک از C_1 خارج شود، د: انرژی کل خازن ها
ه: ولت پادینه ها در دو سر پادینه A و B؟



(شکل A)

مثال ۱۲: ۱۰۲ هدر و ۲۷ هدر کشید

- در مدار در و، الف: بار خازن را ثبت آورید؟ ب: افت ولت پیل خازن؟
 ج: لولر کل خازن ها؟
 حال باتر چهارم بسوزد، و خازن ها به صورت سری ایستاده + به هم دیارند -
 به هم متصل می شوند. د: بار خازن؟ ه: افت ولت پیل جدید خازن؟
 و: لولر کل خازن ها؟ ز: اگر زمانی که باتر چهارم سوزد، سرحا + به منفی
 سرحا منفی به مثبت وصل می شود، چه اتفاقی می افتد؟



فصل ۵

۱

فصل جریان الکتریکی و مقاومت های الکتریکی ، از مباحث استانی است

جریان الکتریکی ، بارهای در حال حرکت

اگر از هر مقطع سیم در dt ثانیه بار dq عبور کند طبق تعریف ، $I = \frac{dq}{dt}$

مقدار ، اگر $I = I(t)$ آنگاه ، $q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt$

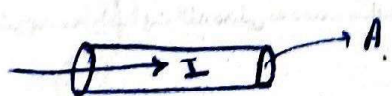
لحاظ : $Q = \frac{C}{K}$ بار عبوری از هر مقطع سیم از زمان t_1 تا t_2 ، جریانی باید ، باند ثبت زمان تغییر نمی کند

چگالی جریانی ، جریانی عبوری از واحد سطح برسانا

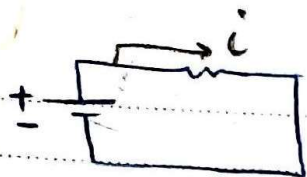
பிரமா										பிரமம்									
பிரமா										பிரமம்									
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்
பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா	பிரமம்	பிரமா</			

اگر I به صورت یکنواخت روی سطح مقطع A توزیع شده باشد ، $J = \frac{I}{A}$

$$J = \frac{dI}{dA} \rightarrow I = \int_{\text{سطح}} \vec{J} \cdot d\vec{A}$$



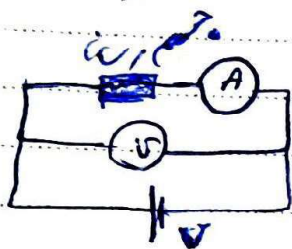
جهت چگالی جریان همواره با جریان است



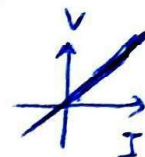
□ قرار دار : لا حرجان سے حریند / بارہا سی نسبت

$$R = \frac{V}{I}$$

مزار احسن $\equiv$ صائب



برای مقاصد های اصلی حقوق می بند و نه برای منافع های
و دور ها .



۱۰ در صورتی که، با اعتدال کبیر ۷۷ اعلیٰ باشیم و چون عبور از سطح مطلق ص ۱ انداز کبیر را کنیم

توان استریلی

$$d\omega = v dq_r$$

دو جابجایی در dp جابجایی در du انجام داد $\Rightarrow du$ انرژی مصرف شده است

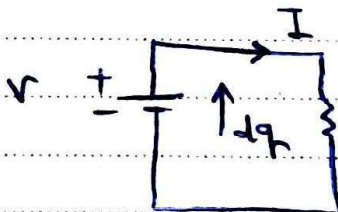
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{V dq}{dt} = V I$$

$$P = VI$$

توان تولیم از رزق آسمانی

$$P = RI^r = \frac{V^r}{R}$$

کتابت فیض عارفانہ



با کمال احترام
۱۶
در خدمت شما

I، جریان نه از مقاومت عبور می کند

۱۸. فصل ۲۹ حواسون ؟ مدارهای DC و

□ جریں مثلاً دریں جهت حرکت می کنند ← "جریان" DC □

□ حرف فصل : مطالعه آن دسته از مدارهای الکتریکی که

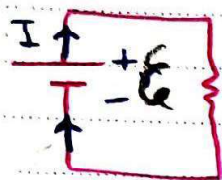
۳۔ من مقاومیت و پائری حکمہ

۱- عیب کردن بارها : برای آنکه حریف به طور مداوم در پی

مدار الکتریک برقرار باشد به یک یک مدار داریم

3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

چنین وسیله‌ای را مولد نیروی محرکه الکتریکی (emf) و غارت آن $\mathcal{E}$ است.



مثال: دستگاه مولد برق - سلول خورشیدی - باتری - پیل هانسون
ترانزاکور

(وسایلی است برای هل دادن بار الکتریکی و ایجاد جریان الکتریکی)

□ **اگر انجام شده $d\omega$ توسط emf روی عنصر بار dq :**
 $d\omega = \mathcal{E} dq$

$$\mathcal{E} = \frac{d\omega}{dq}$$

تعریف نیروی محرکه الکتریکی
 $unit \equiv \frac{J}{C} \equiv V$

$$\rho = \frac{d\omega}{dt}$$

□ **وسایلی آرایش emf :** وسیله‌ای است که در جایی (داخلی بار از یک پایانه به پایانه دیگر) هیچ مقاومت داخلی از خود نشان نمی‌دهد یعنی
 $\mathcal{E} = \mathcal{V}$

□ **وسایلی ولقی emf :** مانند هر باتری ولقی، در برابر حرکت داخلی بار، از خود مقاومت داخلی نشان می‌دهد. یعنی
 $\mathcal{E} \neq \mathcal{V}$

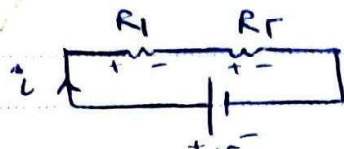
اختلاف پتانسیل بین پایانه‌ها

از خود نشان می‌دهد

ادامی فصل ۲۹ هورسون : مدارهای DC :

مجموعه مستقیم مقاومت ها :

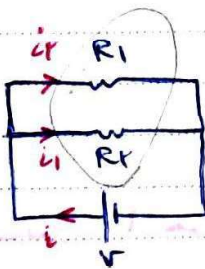
سری (متوالی) :



$$V_1 = R_1 i, \quad V_2 = R_2 i \quad \rightarrow \quad V = V_1 + V_2 \quad \rightarrow \quad R_{eff} = R_1 + R_2$$

$$i_1 = i_2 = i$$

موازی :



$$V = V_1 = V_2$$

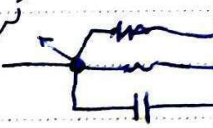
$$i = i_1 + i_2 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{V}{R_{eff}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$

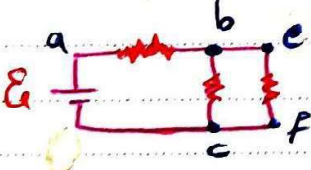
قوانین مدارهای و قوانین پیرامون :

هدف : برای بدست آوردن جریان و ولتاژ (مدارهای مختلف) چند اصطلاح در رابطه با مدارها :

۱- گره : در مدار جایی است که دو یا چند شاخه به هم متصل شده باشند و یا سه یا تعداد بیشتری رسانا به هم وصل شده باشند. (صل اتصال بین از دو شاخه) گره



۲- شاخه : یکی از مسیرهای متغیر بین دو گره است. $befc$, bc , $befcb$, $abca$

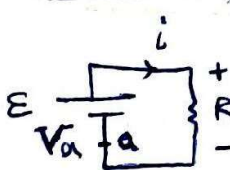


۳- حلقه : مسیر رسانای بسته : مثل $befcb$, $abca$

قانون گره : $\sum I_i = 0$ در یک گره
 مجموع تمام جریان های ورودی به یک گره باید با مجموع تمام جریان های خروجی از آن گره برابر باشد.
 قانون پایستگی بار است.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰

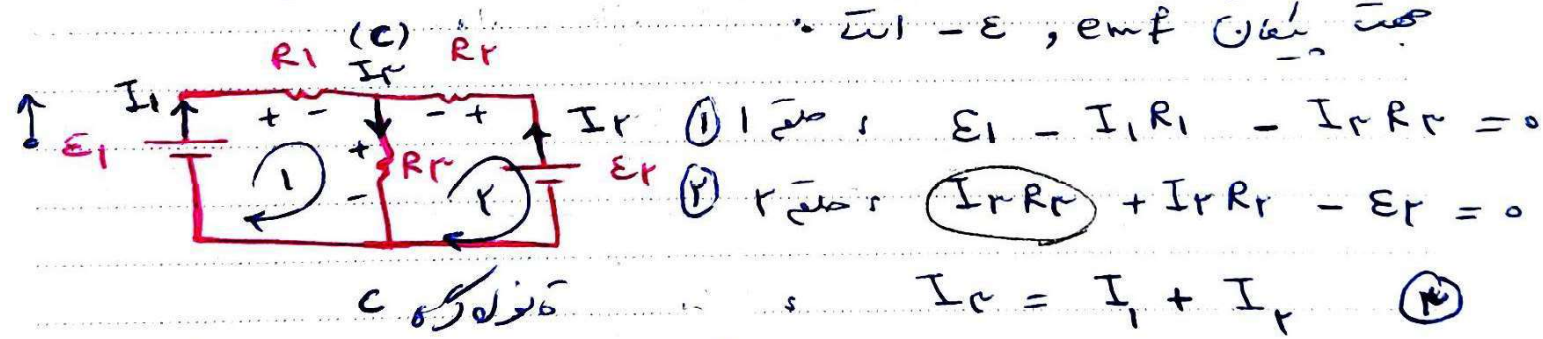
قانون حلقه : $\sum V_i = 0$ در یک حلقه
 مجموع افت های پتانسیل و کاهش ولتاژها در یک حلقه صفر است.
 قانون پایستگی انرژی است.



$$V_a + E - iR = V_a \quad \rightarrow \quad E - iR = 0 \quad \rightarrow \quad i = \frac{E}{R}$$

- ۱- قانون استوار از این توانی ؟
- ۲- قانون حلقه کیرخف : kvl
- ۳- قانون جریان کیرخف : kcl
- ۴- قطبیت و منبع مشخص شود (با علامت + و -)
- ۵- جهت جریان فرضی انتخاب شود (برای محاسبه)
- ۶- جهت را برای همون به دور حلقه انتخاب می کنیم (را بگردانیم)
- ۷- از این نقطه مناسبت شروع می کنیم و حلقه را در جهت حرکت انتخاب شده دور میزنیم
- ۸- قانون حلقه

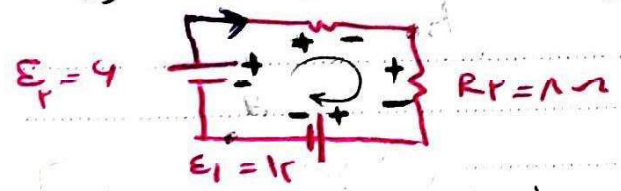
- ۹- طبق جهت فرضی شده برای جریان ، سرمدامت که جریان به آن وارد می شود را مثبت و سرمدش را با منفی بر حسب بزنند
- ۱۰- تغییر پتانسیل در عبور از یک مقاومت
- در جهت جریان : $-iR$
- در خلاف جهت جریان : $+iR$
- ۱۱- تغییر پتانسیل در عبور از یک منبع emf ، در جهت پیکان emf برابر $+E$ و در خلاف جهت پیکان emf ، $-E$ است



در رابطه به همون ؟ I_1, I_2, I_3

روش هالیدی و راس ۱۰

۱- مسئله ۱ هالیدی فصل مدارهای DC (۲۷ هالیدی)



مثال : در مدار اوپرو ؟

الف - جریان مدار را بدست آورید

قانون حلقه (جهت حرکت را بگردانیم) kvl

$$+4 - I R_1 - I R_2 - 12 = 0$$

$$I = \frac{E_2 - E_1}{R_1 + R_2} = \frac{4 - 12}{4 + 8} = -\frac{4}{12} = -0.33 A$$

منی جهت فرضی در توی تخته شده ، خلاف جهت واقعی است

یعنی جهت جریان درست ، درون حلقه ، یارن بگردانست

توان ←

ب) - آخنت (آساف انرژی) در مقاومت های R_1 و R_2 را بدست آورید.

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= R_1 I^2 = 4 \times (1/5)^2 = 1 \text{ W} \\ P_2 &= R_2 I^2 = 8 \times (1/5)^2 = 2 \text{ W} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{در مقاومت ها انرژی} \\ \text{تلف می شود} \end{array}$$

(علامت آن را مثبت می نذاریم تا نشان دهیم توان تلف می شود)

ج) - آخنت انتقال انرژی در باتری های $\mathcal{E}_1$ و $\mathcal{E}_2$ را بدست آورید.
در واقع $\mathcal{E}_2$ چون ضعیف تر از $\mathcal{E}_1$ است توان معرّفی پیدا می کند

$$\begin{aligned} \text{باتری ۱:} \quad P_1 &= I \mathcal{E}_1 = 1/5 \times 12 = 6 \text{ W} \quad \text{انرژی توانی کرده} \\ \text{باتری ۲:} \quad P_2 &= -I \mathcal{E}_2 = -1/5 \times 4 = -3 \text{ W} \quad \text{انرژی مصرف می کند} \end{aligned}$$

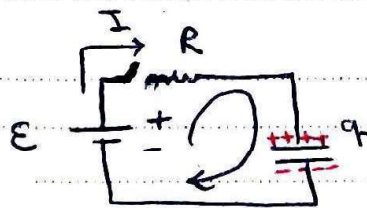
در واقع تاخون بقای انرژی برقرار است ← توان معرّفی مقاومت ها ← $P = -3 \text{ W}$

$$\sum_{i=1}^n P_i = 6 - 3 = 3 \text{ W} \quad \text{توان تولیدی در باتری ها}$$

$$\sum_{i=1}^n P_i = 3 - 3 = 0$$

هدف: بار دار کردن و تخلیه کردن خازن از طریق مقاومت ها (آرکب متوالی C, R):

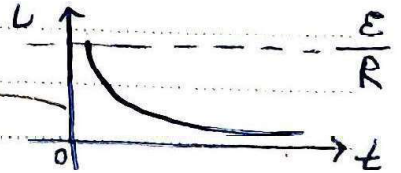
مدار باردار کننده خازن



بار دار کردن خازن



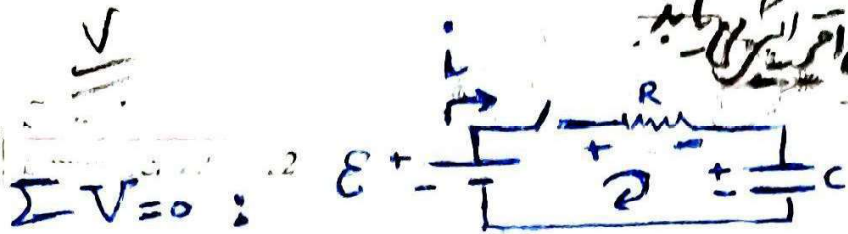
بار خازن یک رفته $q = CE$ می شود
یکه به تدریج به آن مقدار می رسد



در واقع اگر به جایی مقاومت یک لایه بود، لایه اول با برنور است و بعد کم کم نورش کم می شود و حاضرش می شود.

فرض: در $t=0$ خازن خالی است

بازن یکپارچه بار q خازن به طرز آهسته آهسته بار می‌شود



$$\Sigma V = 0 :$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$\varepsilon - iR - \frac{q}{C} = 0 \rightarrow R \text{ بر سر } \frac{dq}{dt}$$

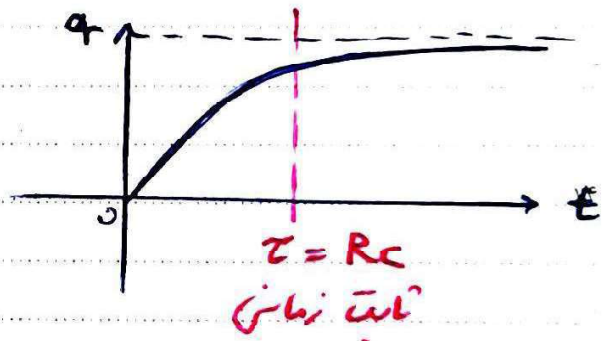
$$\frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} - \frac{dq}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} \rightarrow \frac{dq}{q - \varepsilon C} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - \varepsilon C} = \int_0^t -\frac{dt}{RC} \rightarrow \ln \left(\frac{q - \varepsilon C}{-\varepsilon C} \right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{q - \varepsilon C}{-\varepsilon C} = e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow$$

$$q_{(t)} = C\varepsilon \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$\begin{cases} t=0 \rightarrow q=0 \\ t=\infty \rightarrow q_0 = C\varepsilon \rightarrow \text{ظرف کامل} \\ t=RC \rightarrow q = C\varepsilon (1 - e^{-1}) \end{cases}$$



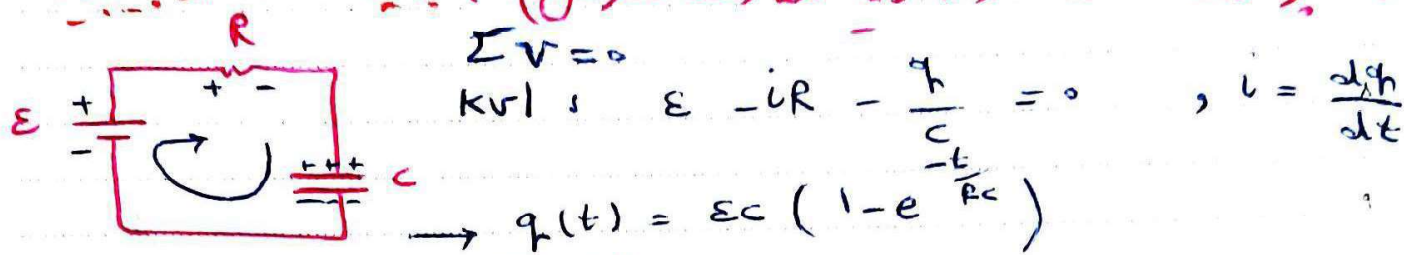
$$q = q_0 \left(1 - \frac{1}{e} \right)$$

③ : زمانی است که بار خازن به $(1 - \frac{1}{e})$ بار کل خازن برسد

یعنی اگر مقاومت خیلی بزرگ باشد خازن خیلی دیر می‌رسد

۲/۴
۱۱

ادامه بر سرک خازن (از طریق مقاومت متوالی) : چنان در هر لحظه را ببینید :



$q(t) = \varepsilon C (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

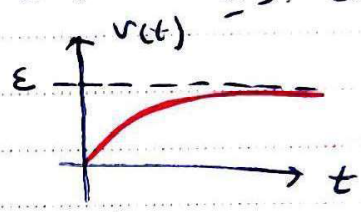
مشتق $\rightarrow i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

$\begin{cases} t=0 \rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} \checkmark \\ t=\infty \rightarrow i = 0 \checkmark \end{cases}$

یعنی زمانیکه خازن پر شده، اندک جریان مدار منقضی شود و در نهایت به صفر میرسد.

$v(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

اختلاف پتانسیل لفظی دوسر خازن

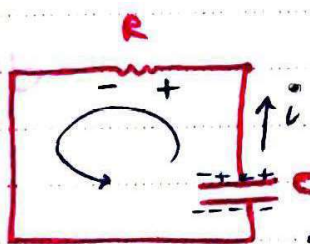


سوال ۱۴: چرا اختلاف پتانسیل دوسر خازن در لحظه ε می شود مگر با مقاومت متوالی نیست ؟

چون $i = 0$ می شود پس مقاومت ظرف می شود چون در واقع جریانی نیست که از آن بگذرد.
 $(V = \frac{i}{R})$

باید تحلیل بر سرک خازن (از طریق مقاومت متوالی)

خازن در لحظه اولی (t=0) پر است ؟ $q(t) = ?$



مثل منبع تغذیه

چون q در حال کم شدن است.

عمل می کند و به R جریان می دهد و زنده رفته خالی می شود.

$\Sigma V = 0$
 $+\frac{q}{C} - iR = 0$
 $i = -\frac{dq}{dt}$

$\frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} \cdot R = 0 \rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$

جدول ضرب

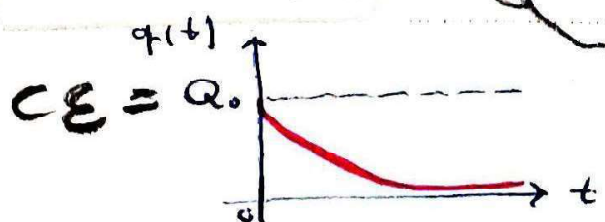
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۲۰	۲۱	

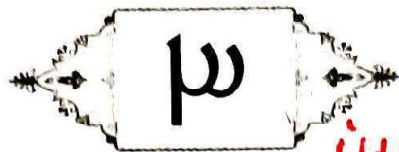
$\int \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int dt \rightarrow \ln \frac{q}{Q_0} = -\frac{1}{RC} t$

$Q_0 = \text{بار خازن} = \text{بار خازن}$

$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

$\begin{cases} t=0 \quad q = Q_0 \\ t \rightarrow \infty \quad q = 0 \end{cases}$





جریان اولیه

جریان مدار در لحظه $i(t)$!

$$i = -\frac{dq}{dt} \rightarrow i(t) = \frac{Q_0}{Rc} e^{-\frac{t}{Rc}} \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0 \rightarrow i = \frac{Q_0}{Rc} = \frac{\epsilon}{R} = I_0 \\ t=\infty \rightarrow i = 0 \end{array} \right.$$

$I_0 = \frac{\epsilon}{R}$, $Q_0 = C\epsilon$ دست خازن پر شده است

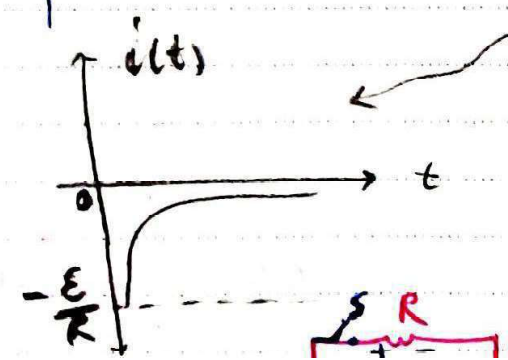
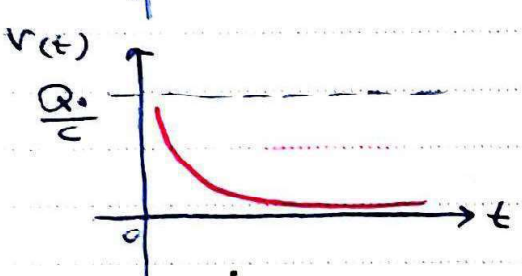
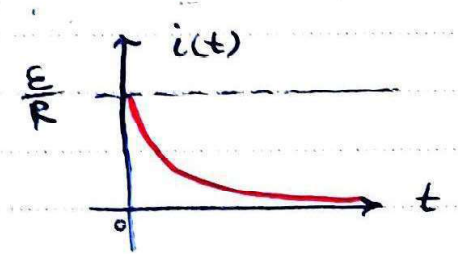
جریان مدار در لحظه: $i(t) = \frac{\epsilon}{R} e^{-\frac{t}{Rc}}$

$v(t) = \frac{q(t)}{c} = \frac{Q_0}{c} e^{-\frac{t}{Rc}}$

اصولاً فیتنس دو سر خازن است $\rightarrow$ نت جواب $\left\{ \begin{array}{l} t \rightarrow 0: V = \frac{Q_0}{c} \\ t \rightarrow \infty: V = 0 \end{array} \right.$

کتاب اینطوری کشیده است:

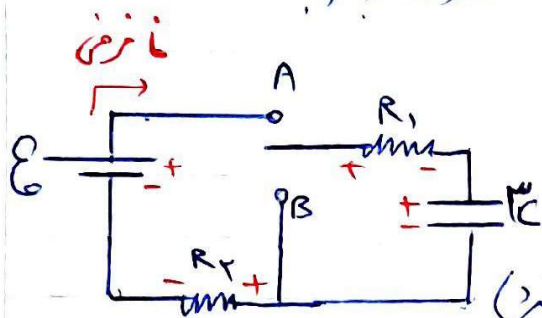
در حین تخلیه ی خازن، جریان معکوس است



مثال ۱: سئوال: یه خازن داره مدار DC در مدار زیر و نقطه A وصل به سئوال شده. خازن ۱ میکروفاراد داره در مدار و نقطه B به زمین وصل شده. الف: بار خازن در لحظه $t=0$ چقدره؟ ب: جریان مدار در لحظه $t=0$ چقدره؟ ج: ولتاژ مدار بار داره چقدره؟ د: ولتاژ مدار بار داره چقدره؟ ه: مدت حال چقدره تا ولتاژ خازن به ۰.۵ ولت برسه؟

$$C = 1 \mu F \quad R_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$E = 20 \text{ V} \quad R_2 = 5 \text{ k}\Omega$$



قانون ولتاژ (حالت پویا): $\sum V = 0$: $E - iR_1 - \frac{q}{C} - iR_2 = 0$

که $i = \frac{dq}{dt}$

$$\rightarrow E - i(R_1 + R_2) - \frac{q(t)}{C} = 0 \rightarrow E - \frac{dq}{dt}(R_1 + R_2) - \frac{q}{C} = 0$$

$$\rightarrow q(t) = C E \left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \right) \quad \text{الف}$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{E}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \quad \text{ب}$$

$$\tau = (R_1 + R_2)C = 1 \text{ ms} \quad \text{ج}$$

$$q(t) = C V(t) \rightarrow V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \right) \quad \text{د}$$

$$i(t \rightarrow 0) = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{20}{10 \times 10^3 + 5 \times 10^3} = \frac{1}{3} \times 10^{-3} \text{ A} \quad \text{ه}$$

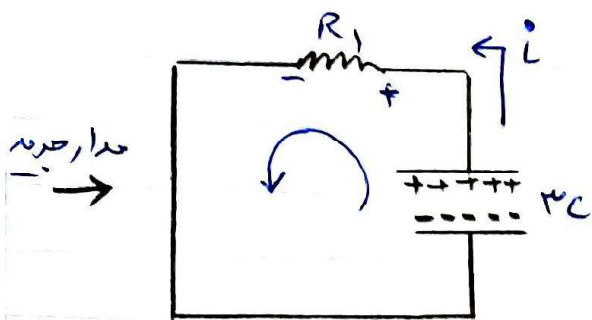
$$0.5 = E \left(1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}} \right) \quad E = 20 \rightarrow t = ?$$

$$\frac{0.5}{20} = e^{-\frac{t}{1 \times 10^{-3}}} \rightarrow \ln \frac{1}{40} = -\frac{t}{1 \times 10^{-3}} \rightarrow t = 1.1 \text{ ms}$$

ارزش نهایی بار خازن چقدره؟ $q(\infty) = C E = 1 \mu F \times 20 \text{ V} = 20 \mu C$

$$U(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{(20 \times 10^{-6})^2}{1 \times 10^{-6}} = 200 \text{ nJ}$$

مثال ۲: در ادامه مثال ۱،
 سه از این خازن که مدار برشده، کلیه را در وضع B قرار می‌دهیم. (مدار تخلیه)
 ج: بار خازن در هر لحظه؟ ط: جریان مدار در هر لحظه؟ ی: ثابت زمانی مدار تخلیه؟



ک: جریان قصه اولیه (t=0) چیست رابت؟
 د: انرژی تلف شده کل در مدار است R1؟

ج:

مدارم طبقه:

$$\frac{q}{C} - iR_1 = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + R_1 \frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$$

از $i = -\frac{dq}{dt}$ و در حال کم شدن است

$$\int_{Q_0}^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow$$

$$\ln \frac{q}{Q_0} = -\frac{1}{RC} t \Rightarrow \boxed{q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$$

بار خازن در هر لحظه (در مدار تخلیه)

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}}$$

جریان مدار در هر لحظه

ی: $\tau = RC = 2 \times 10^{-6} \text{ K} \Omega \times 4 \times 10^{-7} = 2 \times 10^{-13} \text{ sec}$

ثابت زمانی مدار تخلیه

ک: منی در هر لحظه اولیه که کلیه B وصل می‌شود، (t=0) خازن شروع به تخلیه می‌کند، I0؟

از بالا: $I_0 = \frac{Q_0}{RC} = \frac{V_0 \cdot C}{RC} = \frac{V_0}{R}$

جریان ماکزیمم اولیه

از $Q_0 = CE$ از قبل $\rightarrow I_0 = \frac{E}{R}$

د:

انرژی تلف شده کل در مدار است R1

$$P_{\text{instant}} = R_1 i^2, \quad P = \frac{dU}{dt} \rightarrow dU = P dt$$

$$U = \int dU = \int P dt = \int R_1 i^2 dt$$

از زمان t=0 تا t=∞

$$= \int_0^{\infty} R_1 \frac{Q_0^2}{R_1^2 C^2} e^{-\frac{2t}{RC}} dt = \frac{Q_0^2}{4 R_1 C^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{RC}} dt$$

نیمه کلیه B وصل می‌شود

12

$$= \frac{Q_0 \tau}{\tau R_1 C} \left(-\frac{\tau R_1 C}{\tau} \right) e^{-\frac{\tau t}{\tau R_1 C}} \Big|_0^\infty$$

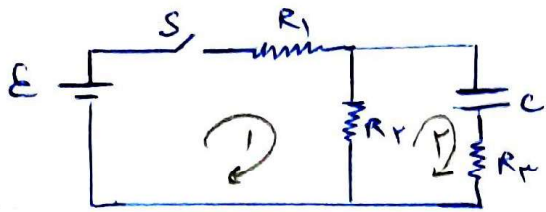
$$U_{R_1 \rightarrow \text{th}} = 0 + \frac{Q_0 \tau}{\tau C}$$

الاجابة مثله

المطلوب: $\int e^{\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha x}$

مسئله ۱۳ : سئو ۱۱-۲۹ (درین سئو)

در مدار رو برانرض کنید کی برابرت طولانی سئو است. و طارن کاسر سئو است.

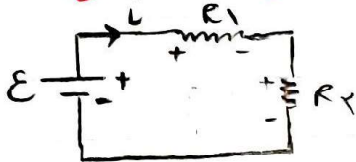


$$R_1 = 12 \text{ k}\Omega \quad C = 10 \mu\text{F}$$

$$R_2 = 15 \text{ k}\Omega \quad E = 9 \text{ V}$$

$$R_3 = 4 \text{ k}\Omega$$

حل الف : درین سئو طارن کز سئو و طارن سئو ، در سئو ۲ ، جین دریم :



$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{9}{12 + 15} = \frac{9}{27 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{3} \text{ mA}$$

ب : افتد سئو در سئو سئو

$$V_3 = I R_3 = 0, \quad V_1 = R_1 I = R_1 \frac{E}{R_1 + R_2} = 1.2 \text{ V}$$

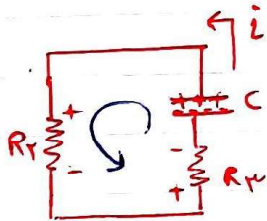
$$V_2 = R_2 I = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2} = 1.5 \text{ V}$$

ج : بار Q در طارن

$$Q = C V = C V_{R_2} = C (I R_2)$$

$$= 10 \mu\text{F} \times \frac{1}{3} \text{ mA} \times 15 \text{ k}\Omega = 50 \mu\text{C}$$

د : اکنون سئو را بطور سئو (در $t=0$) جین سئو از مدار درو سئو $i(t)$ (جین سئو از R_2) (مدار سئو)



خازن کاسر است :

در $t=0$ خازن کاسر است ، سئو سئو سئو .
 (سئو سئو سئو) - مدار حالت سئو خازن :

$$\sum V = 0 : \frac{q}{C} - i R_2 - i R_3 = 0, \quad i = - \frac{dq}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{q}{C} - i (R_2 + R_3) = 0 \rightarrow \frac{q}{C} + \frac{dq}{dt} (R_2 + R_3) = 0$$

$$\rightarrow \frac{dq}{q} = - \frac{dt}{C(R_2 + R_3)} \rightarrow \int_{Q_0}^q \frac{dq}{q} = - \frac{1}{C(R_2 + R_3)} \int_0^t dt$$

$$\rightarrow \ln \frac{q}{Q_0} = - \frac{t}{C(R_2 + R_3)} \rightarrow$$

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{C(R_2 + R_3)}}$$

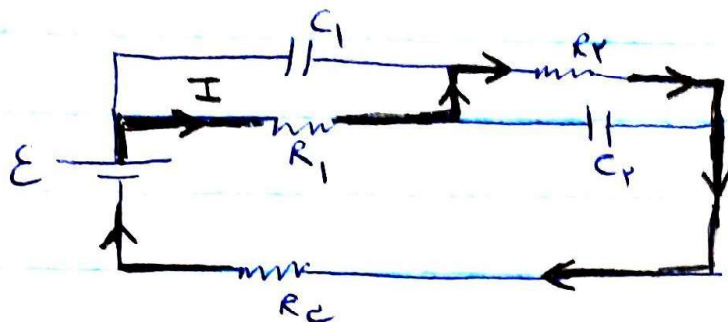
$$\rightarrow \left\{ \begin{aligned} i(t) &= \frac{dq}{dt} = \frac{Q_0}{C(R_2 + R_3)} e^{-\frac{t}{C(R_2 + R_3)}} \\ I_0 &\equiv I_{\text{max}} \end{aligned} \right.$$

$$\tau = C(R_2 + R_3)$$

جین سئو درو سئو
جین سئو از R_2 و R_3 سئو

۱۴ م ۸۰ هادی فصل مدارهای DC در اجزای ۱۰ (م ۹۴ و اجزای ۸)

در شکل زیر یک باتری آکسایشی است (مقدار دین ندارد). با فرض اینکه مدار در حالت پایدار است،



از انرژی ذخیره شده در خازن‌ها

دیت $\epsilon = 20$
 $R_1 = 5 \Omega$
 $R_2 = 10 \Omega$
 $R_3 = 15 \Omega$
 $C_2 = 10 \mu F$
 $C_1 = 8 \mu F$
 حل :

حالت پایدار یعنی جریان ثابتی به زنانه ندارد یا خازن‌ها کاملاً پر شده اند.

در وقت خازن کاملاً پر شود یعنی جریانی از C_1 و C_2 نمی‌گذرد (یعنی جریانی در مدار در جهت

نشان داده در شکل هر شود (یعنی به مقدار R_1, R_2, R_3 به صورت متوالی اند)
 نشان می‌دهد

$$\Rightarrow \left| I = \frac{\epsilon}{R_1 + R_2 + R_3} \right| = \frac{2}{3} A$$

$$\boxed{V_{C_1} \equiv V_{R_1} = R_1 I} \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_{C_1}^2 = \dots \text{ژول}$$

انرژی ذخیره شده در خازن C_1

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-6} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\boxed{V_{C_2} \equiv V_{R_2} = R_2 I} \Rightarrow U_2 = \frac{1}{2} C_2 V_{C_2}^2 = \dots \text{ژول}$$

انرژی ذخیره شده در خازن C_2

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-6} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\rightarrow U = U_1 + U_2 = \dots \text{ژول}$$

انرژی کل ذخیره شده در خازن‌ها

(سید)

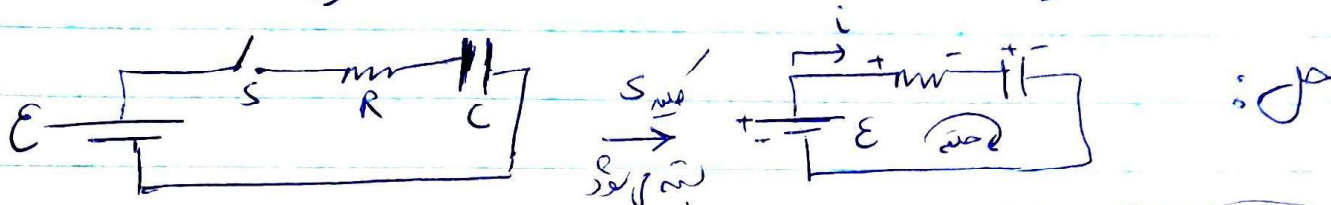
الف. ۱. خازن در لحظه t

ب۔ جو کہ حد درجہ نظم

2. از ریشه شکر در خان P

۵: از هر توله ۵۰ توله ۲۰

۳: از هر توله به نطفه ۱۲ (از اشکال گریه مستقیم) (Kridt)



$$\sum V = 0 \quad E - iR - \frac{q}{C} = 0 \rightarrow \dots \rightarrow \boxed{q(t) = CE(1 - e^{-t/RC})}$$

در انتهای کابل بار خود

$$\rightarrow i(t) = \frac{dq}{dt} \rightarrow \boxed{i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC}}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = q_0 = C \mathcal{E}$$
 (حکم مرتبه صفر (الان بی نهایت))

$$\rightarrow \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} \frac{q_r}{C} = \frac{1}{r} \frac{q_0}{C} = \frac{1}{r} \frac{(CE)^r}{C} = \frac{1}{r} CE^r$$

$$U = \int_0^{\infty} p \, dt = \int_0^{\infty} (i\mathcal{E}) \, dt = \int_0^{\infty} \mathcal{E} \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/\tau_c} \, dt = C\mathcal{E}^2$$

$$W_E = q_0 V = q_0 E = (CE) E = CE^2$$

[illegible]

در لحظه $P = i\varepsilon$ توان بدست آمده از آنتن در لحظه $P = \frac{dW}{dt} = \frac{dU}{dt}$

$$\rightarrow dU = p dt$$

توان متوسط $U = \int dU = \int p dt = \int_{t=0}^{t \rightarrow \infty} i\varepsilon dt$

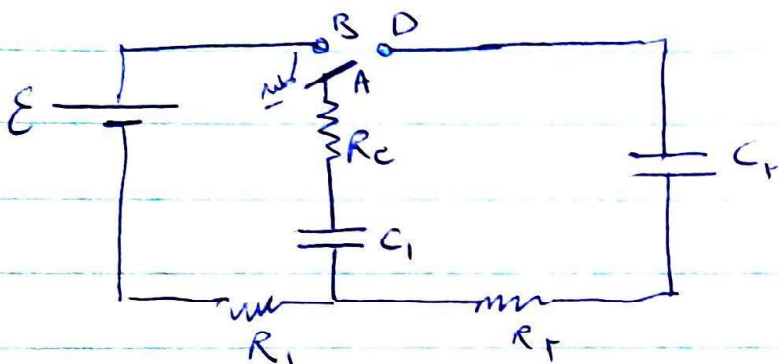
در لحظه $P = Ri^2$ ، $P = \frac{dU}{dt}$

$\rightarrow U = \int p dt$
توان متوسط در مدار

$$U = \int Ri^2 dt$$

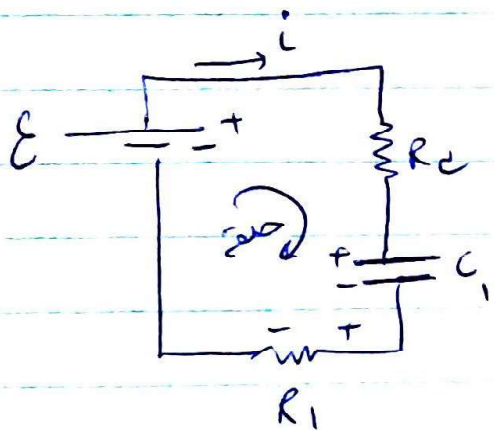
در مدار

در مدار زیر، دو سلفی خارجی از یکدیگر جدا شده اند. A به B از یک سو و در هنگام قطع هر یک از سلفی ها، $C = 1.0 \mu F$ برآورد می شود. سلفی در وضع D قرار گرفته و به سلفی مستقیم $\int e i^2 dt$ قرار گرفته است.
 ۲. اثر گرما را در R_1 با سلفی انتقال کلیه B به سلفی R_1 و اثر انتقال کلیه D به سلفی R_1 را برآورد.
 اثر گرما را برآورد و در R_1 و R_2 ؟



الف: بار در سلفی خارجی C در لحظه P
ب: جریان مدار را برآورد و در لحظه P

حله: وقتی سلفی از A به B و در لحظه P، سلفی C شروع به بار شدن می کند:



$$\sum V = 0 : \varepsilon - i R_1 - \frac{q_1}{C_1} - i R_2 = 0$$

$$\left\{ i(t) = \frac{dq_1}{dt} \right.$$

$$\Rightarrow q_1(t) = \varepsilon C_1 \left[1 - e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C_1}} \right] \quad (1)$$

$$\Rightarrow i(t) = \frac{dq_1}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{\varepsilon}{(R_1 + R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C_1}} \quad (2)$$

$P_{R_1} = R_1 i^2 \Rightarrow U_{R_1} = \int P dt = \int R_1 i^2 dt = \int R_1 \left[\frac{\varepsilon^2}{(R_1 + R_2)^2} e^{-\frac{2t}{(R_1 + R_2)C_1}} \right] dt$

$$= \frac{R_1 \varepsilon^2}{(R_1 + R_2)^2} \left[-\frac{(R_1 + R_2)C_1}{2} e^{-\frac{2t}{(R_1 + R_2)C_1}} \right] \Big|_{t=0}^{t=\infty} = \frac{R_1 \varepsilon^2}{(R_1 + R_2)} \left(\frac{1}{2} C_1 \right)$$

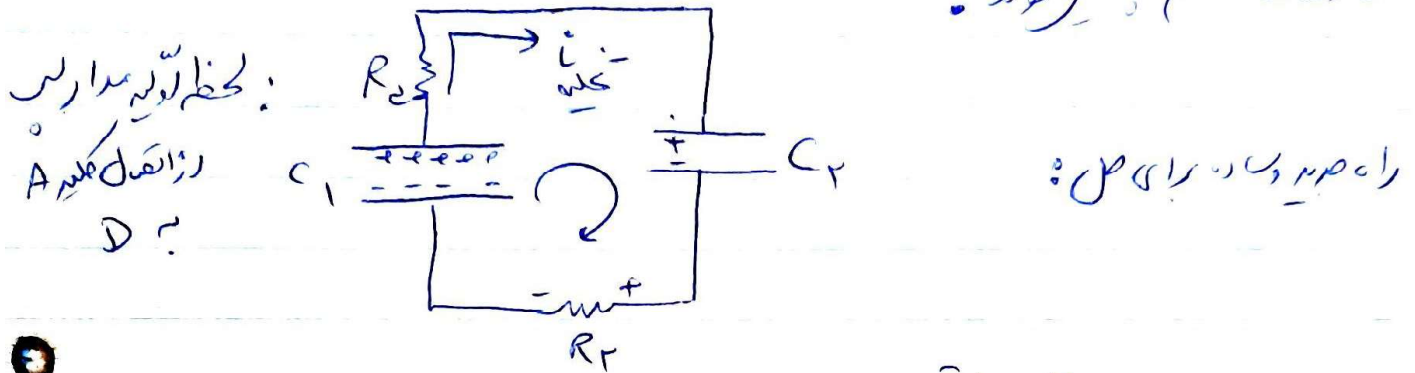
حل در زیر:

۱۸

حکام آزار

اراد برال بنیم صد ۱۱ فصل ۲۹ هجری

وقتی کلید D زده شود خازن C_1 مثل بار عمل کند و در آن بار شدن کند
در C_2 بار شدن کند و بارها در دو خازن آنگاه بارها را بکنند
خازن ها هم با هم میزنند:



در رابطه (۱) منفی قبل
درست الف مسئله وقتی خازن C_1 کامل بار می شود: $q_0 = C_1 E$

حال درست q_1 و q_2 : بارها به هم وصل می شود خازن C_1 و C_2 : $(q_1' \text{ و } q_2')$

قانون دگس : $q_0 = q_1' + q_2' \rightarrow C_1 E = C_1 V + C_2 V \Rightarrow$

لحظه اولیه در خازن C_1 و C_2

$$V = \frac{C_1 E}{C_1 + C_2}$$

و قانون دگس از اول

$$U_1 = U_1' + U_2' + U_{R_1 + R_2}$$

از اول آینه سیم
(در وقت در لحظه زدن کلید D)
(فقط خازن C_1 و برای بارها)

از اول خازن C_1
(پس از بار شدن)
(تساوی)
($+\infty$)

از اول خازن C_2
(پس از بار شدن)
(تساوی)
($+\infty$)

تولید کند در R_1 و R_2

$$\frac{1}{2} C_1 E^2 = \frac{1}{2} C_1 V^2 + \frac{1}{2} C_2 V^2 + U_{R_1 + R_2}$$

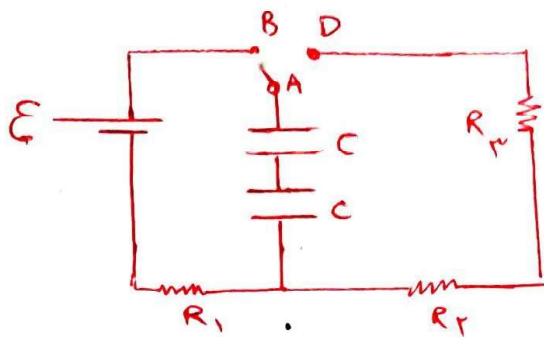
?

$$\Rightarrow U_{R_1 + R_2} = \frac{1}{2} C_1 E^2 - \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2$$

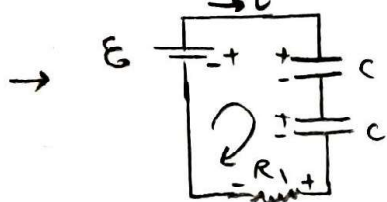
از اول فکر کردیم تولد
سود در R_1 و R_2

$$= \frac{1}{2} C_1 E^2 - \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \left(\frac{C_1 E}{C_1 + C_2} \right)^2 = \dots$$

end



مثال ۷: شبیه سیم ۱۱ عضو ۲۹ عددی
 خازن ها خالی هستند و کلید از A به B زده می شود.
 الف. بار خازن ها در لحظه t
 ب. جریان مدار در " "
 ج. اختلاف پتانسیل در دو خازن در " "



مدار برش خازن ها: $\sum V = 0 \Rightarrow E - \frac{q}{C} - \frac{q}{C} - iR_1 = 0$
 $\left\{ \begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \end{aligned} \right.$

$$\rightarrow E - \frac{2q}{C} - \frac{dq}{dt} R_1 = 0 \rightarrow \frac{dq}{2q - CE} = - \frac{dt}{CR_1}$$

$$\rightarrow \int_0^q \frac{dq}{2q - CE} = - \frac{1}{CR_1} \int_0^t dt \rightarrow \frac{1}{2} \ln(2q - CE) \Big|_0^q = - \frac{1}{CR_1} t$$

$$\frac{1}{2} \ln \frac{2q - CE}{-CE} = - \frac{1}{CR_1} t \rightarrow e^{-\frac{2t}{R_1 C}} = \frac{2q - CE}{-CE}$$

$$q(t) = \frac{CE}{2} \left[1 - e^{-\frac{2t}{R_1 C}} \right]$$

بار خازن در لحظه t

خازن ها: $\left\{ \begin{aligned} t=0 &\rightarrow q=0 \\ t \rightarrow \infty &\rightarrow q = \frac{CE}{2} \end{aligned} \right.$ نت جواب

د. بار نهی خازن (خازن کاشته بر روی)

ب: $\tau = \frac{R_1 C}{2}$ ثابت زمان مدار

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{CE}{2} \left(\frac{2}{R_1 C} \right) e^{-\frac{t}{R_1 C/2}} \rightarrow i(t) = \left(\frac{E}{R_1} \right) e^{-\frac{t}{R_1 C/2}}$$

$I_0 = I_{max}$
 اولیه

$$V_c = \frac{q(t)}{C} = \left(\frac{E}{2} \right) \left[1 - e^{-\frac{2t}{R_1 C}} \right]$$

V_{max} در سر خازن کاشته بر روی

د: انرژی درون خازن ها پس از $t \rightarrow \infty$ ؟ انرژی ذخیره شده درون کل دو خازن پس از $t \rightarrow \infty$ ؟

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{E}{2} \right)^2 = \frac{1}{8} C E^2$$

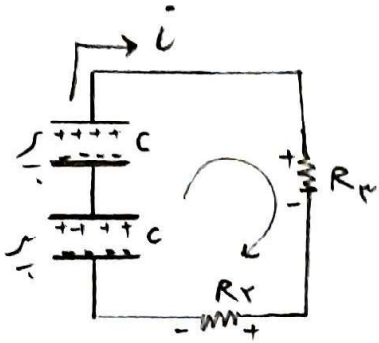
انرژی درون خازن ها

$$U = 2 \times \frac{1}{8} C E^2 = \frac{1}{4} C E^2 \quad \text{①} \quad U_{\text{مدار}} = \frac{1}{2} \left(\frac{E}{2} \right) E^2 = \frac{1}{4} C E^2$$

انرژی درون کل خازن ها

ظرفیت مدار دکر

۲۰
اردم مثال ۱
حالتی که از A به D وصل می‌کنیم. بار خازن‌ها در جریان مدار در لحظه t
خازن‌ها شروع به تخلیه شدن می‌کنند (مثلاً بار تخلیه می‌کنند)



$$\text{قانون حلقه: } \frac{q}{C} + \frac{q}{C} - iR_r - iR_l = 0$$

$$\begin{cases} \frac{2q}{C} = i(R_r + R_l) \\ i = -\frac{dq}{dt} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{2q}{C} = -\frac{dq}{dt}(R_r + R_l) \rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{2 dt}{C(R_r + R_l)} \rightarrow$$

$$\int_{Q_0}^q \frac{dq}{q} = \int_0^t \frac{-2}{C(R_r + R_l)} dt \rightarrow \ln \frac{q}{Q_0} = \frac{-2t}{C(R_r + R_l)}$$

$$\rightarrow \boxed{q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{C_r(R_r + R_l)}}$$

بار خازن در لحظه t

$$\text{نتیجه: } \begin{cases} t=0 \rightarrow q=Q_0 \\ t \rightarrow \infty \rightarrow q=0 \end{cases}$$

$$Q_0 = \frac{CE}{2} \quad \text{که از مسئله قبل داریم}$$

$$\rightarrow i(t) = -\frac{dq}{dt} \rightarrow \boxed{i(t) = \frac{Q_0}{C_r(R_r + R_l)} e^{-\frac{t}{C_r(R_r + R_l)}}$$

جریان مدار لحظه

و این را انتقال کنیم: D از زیر کوی را به حالتی در R_r ظاهر می‌شود ببینیم

$$P = R_r i^2 \quad \text{توان در R_r تلف می‌شود در لحظه } P = \frac{dw}{dt} \rightarrow dw = p dt$$

$$R_r \text{ تلف می‌شود در لحظه } U_{\pi} = \int dw = \int_0^{t \rightarrow \infty} p dt = \int R_r i^2 dt$$

$$= \int_0^{t \rightarrow \infty} R_r \times \frac{Q_0^2}{C_r^2 (R_r + R_l)^2} e^{-\frac{2t}{C_r(R_r + R_l)}} dt$$

$$= \frac{R_r Q_0^2}{C_r^2 (R_r + R_l)^2} \int_0^{t \rightarrow \infty} e^{-\frac{2t}{C_r(R_r + R_l)}} dt =$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

۲۱

$$= \frac{R_p Q_0^2}{C^2 (R_p + R_s)^2} \left(-\frac{C(R_p + R_s)}{F} \right) e^{\frac{-F t}{C(R_p + R_s)}} \Bigg|_{t=0}^{t \rightarrow \infty} : \checkmark \text{ ارده مثال}$$

$$= 0 - \left(-\frac{R_p Q_0^2}{C(R_p + R_s)} \right) = \frac{R_p Q_0^2}{C(R_p + R_s)} \quad \text{کابل}$$

ز: انرژی گرمایی را که بخانت (مقدار) در R_s ظاهر می‌شود، بسبب (پس از اتصال) مصرف P

$$U_{Th} = \int_0^{t \rightarrow \infty} P dt = \int_0^{t \rightarrow \infty} R_s i^2 dt = \dots$$

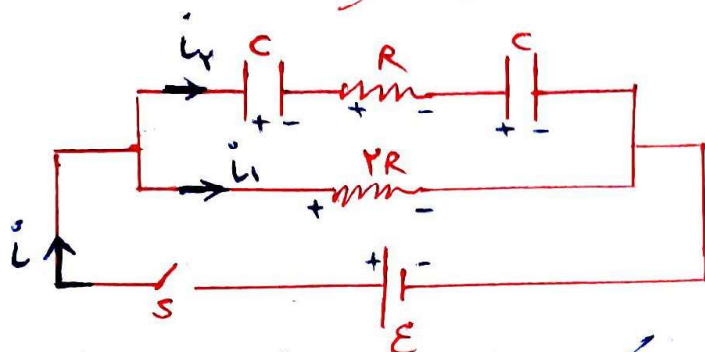
$$= \frac{R_p Q_0^2}{C(R_p + R_s)}$$

ج: انرژی گرمایی که در کابل می‌شود P (در مقاومت ها)

$$U_{Th} = U_{Th_{R_s}} = \frac{Q_0^2}{C}, \quad Q_0 = \frac{CE}{2}$$

$$= \frac{1}{F} CE^2$$

مثال ۸: پس از بسته شدن کلید، الف: جریان مشترک در دو مقاومت در لحظه $t=0$ را



حل:

① $(I_1 \text{ ثابت است})$: جریانی عبورکننده از مقاومت $2R$: $i_1 = I_1 = \frac{E}{2R}$

برگردن خازن:

② $\sum V = 0$: معادله کیرشهوف : $E - \frac{q}{C} - i_2 R - \frac{q}{C} = 0$
 $\begin{cases} i_2 = \frac{dq}{dt} \end{cases}$

$$E - \frac{2q}{C} - R \frac{dq}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} - \frac{2q}{RC}$$

$$\frac{dq}{2q - EC} = - \frac{dt}{RC} \rightarrow \int_0^q \frac{dq}{2q - EC} = - \frac{1}{RC} \int_0^t dt$$

تغییر خازن ها خالی از

$$\frac{1}{2} \ln \frac{(2q - EC)}{-EC} = - \frac{t}{RC}$$

③ $q(t) = \frac{EC}{2} [1 - e^{-t/RC/2}]$, $i_2 = \frac{dq}{dt}$

$\rightarrow i_2 = \frac{EC}{2} \left(\frac{2}{RC} \right) e^{-t/RC/2} = \frac{E}{R} e^{-t/RC/2}$

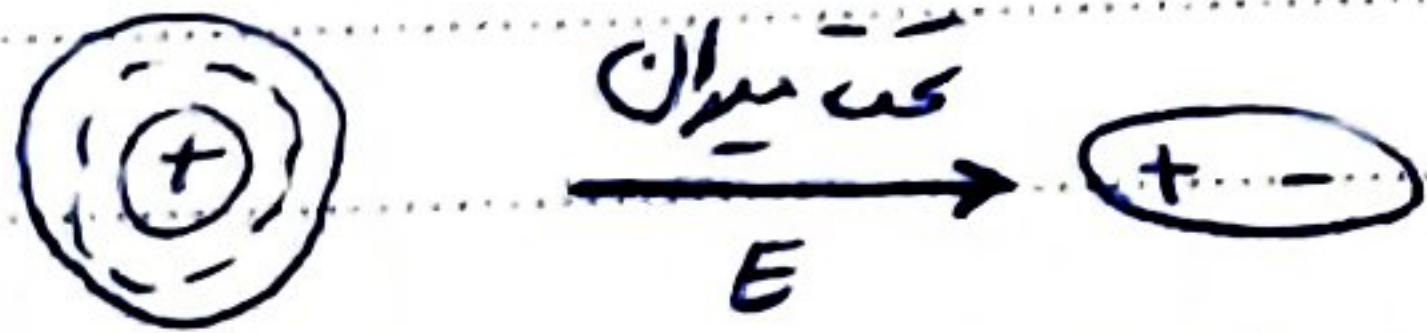
جریان عبوری از مقاومت R

ب: پس از گذشت زمان طولانی از بسته شدن کلید، از زیر ذخیره شده در دو خازن

④ از $t \rightarrow \infty$: $Q = \frac{EC}{2} \rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{E^2 C^2}{4C}$
 از زیر ذخیره شده در خازن
 $= \frac{1}{4} C E^2$

که برابر از زیر ذخیره شده در خازن دیگری است.

بسیار ساده و آسان

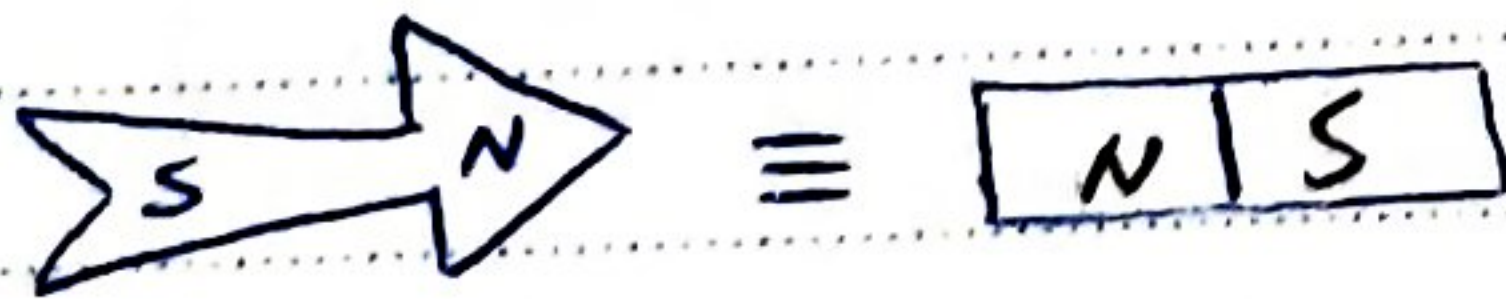


فصل ۱۴: جاذبه و دافعه

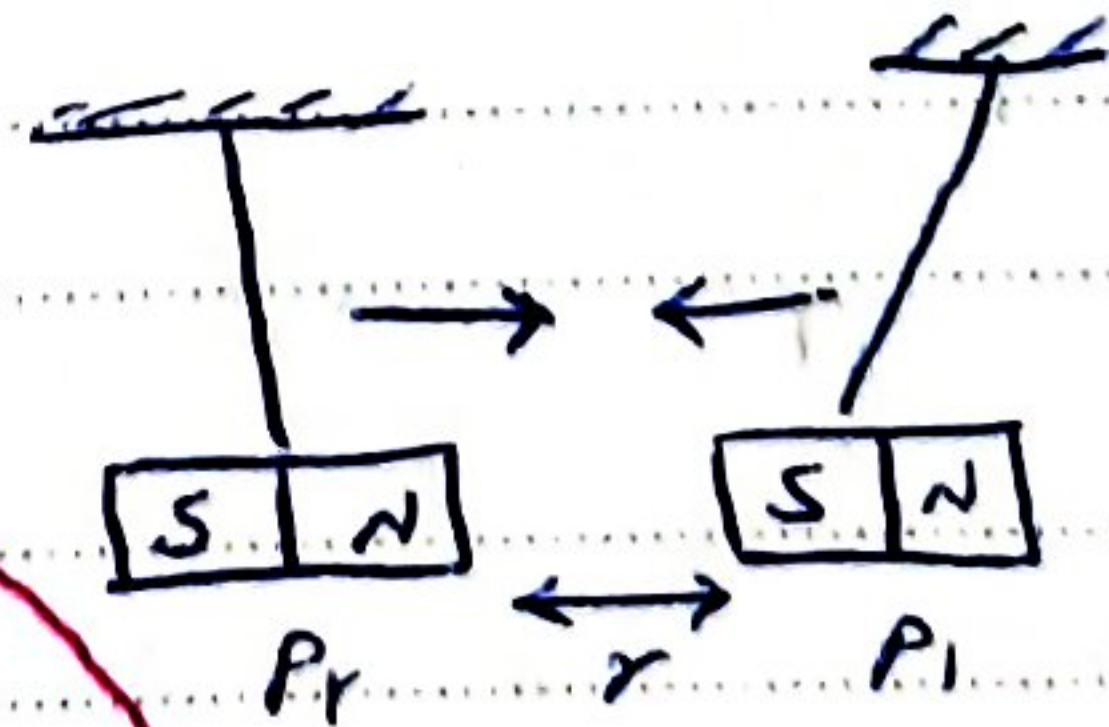
میدان مغناطیسی

منبع میدان مغناطیسی

حرکت بار الکتریکی درون میدان مغناطیسی



دو قطب مغناطیسی = آهنربا = قطبها



$$F \propto \frac{P_1 P_2}{r^2}$$

روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ
۱	۱۳۹۷	۲	۱۳۹۷	۳	۱۳۹۷	۴	۱۳۹۷
۵	۱۳۹۷	۶	۱۳۹۷	۷	۱۳۹۷	۸	۱۳۹۷
۹	۱۳۹۷	۱۰	۱۳۹۷	۱۱	۱۳۹۷	۱۲	۱۳۹۷
۱۳	۱۳۹۷	۱۴	۱۳۹۷	۱۵	۱۳۹۷	۱۶	۱۳۹۷
۱۷	۱۳۹۷	۱۸	۱۳۹۷	۱۹	۱۳۹۷	۲۰	۱۳۹۷
۲۱	۱۳۹۷	۲۲	۱۳۹۷	۲۳	۱۳۹۷	۲۴	۱۳۹۷
۲۵	۱۳۹۷	۲۶	۱۳۹۷	۲۷	۱۳۹۷	۲۸	۱۳۹۷
۲۹	۱۳۹۷	۳۰	۱۳۹۷				

منبع میدان مغناطیسی
حرکت e حالت

تفاوت عدوی الکتریسیته و مغناطیسی این است که در الکتریسیته می توان بار متوز داشت ولی

میدان مغناطیسی زمین $B = \frac{1}{100000} T$
اسب باری $\equiv 10^{-5} G$

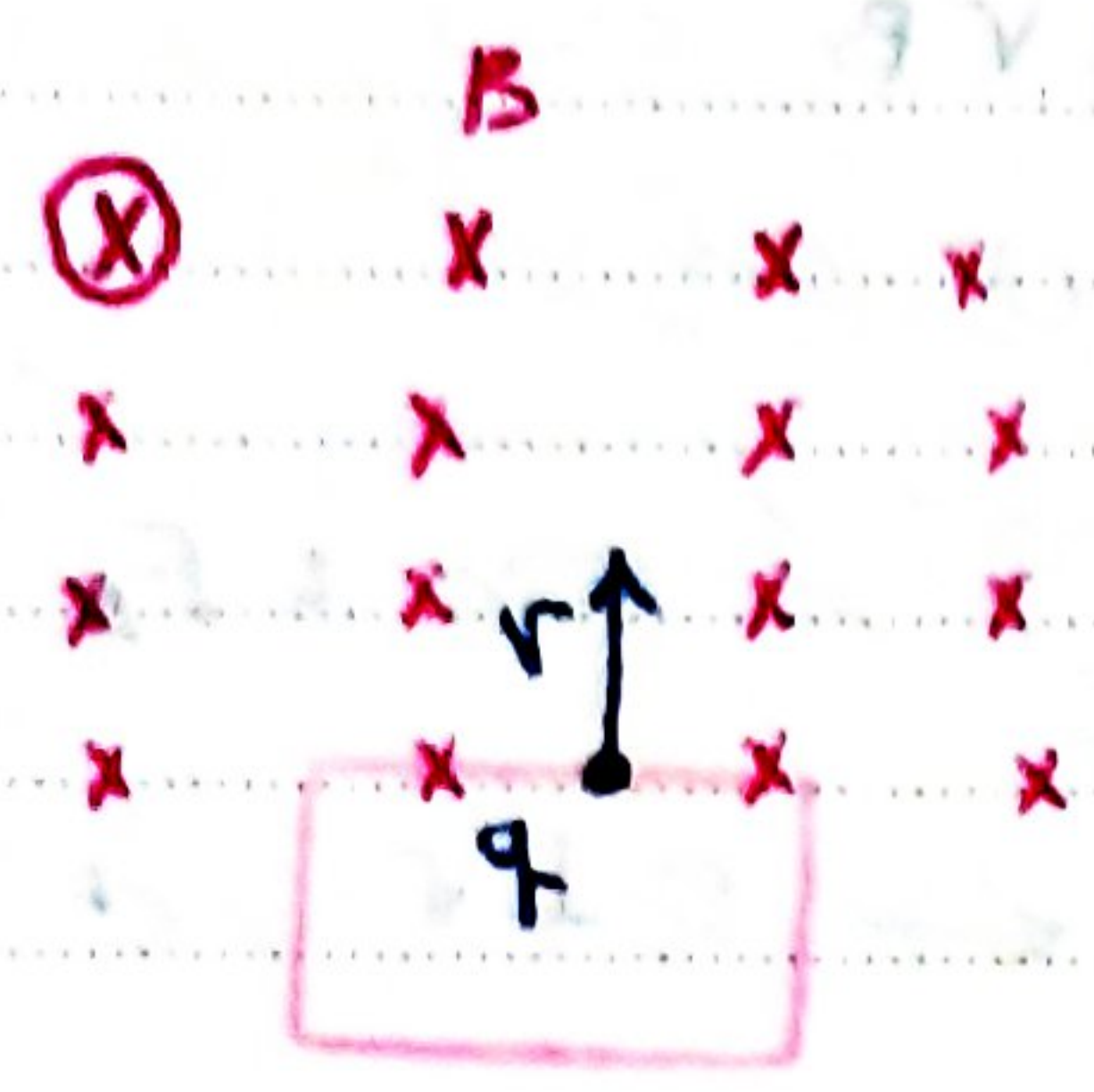


Tuesday
October 2 2012

روز شنبه
۱۵ ذی القعدة ۱۳۹۱

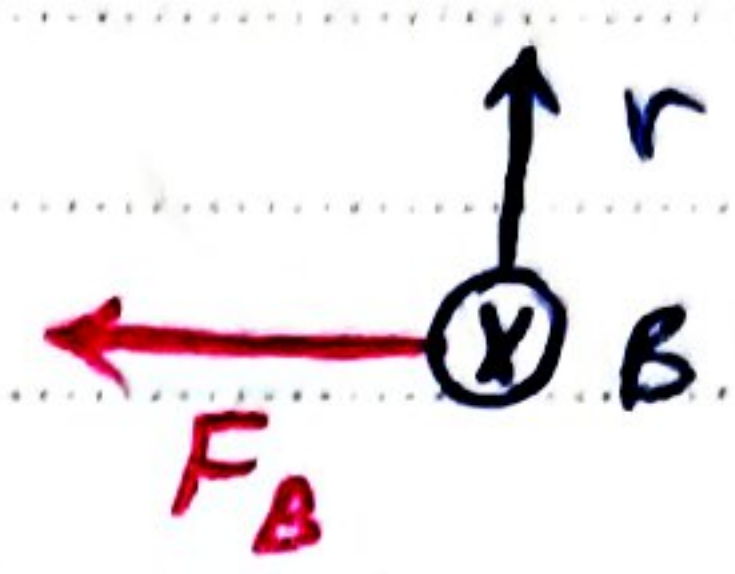
در مغناطیس نمی توان قطب متضاد داشت و یک قطب مغناطیس وجود ندارد

بار الکتریکی متحرک (درین میدان مغناطیسی)



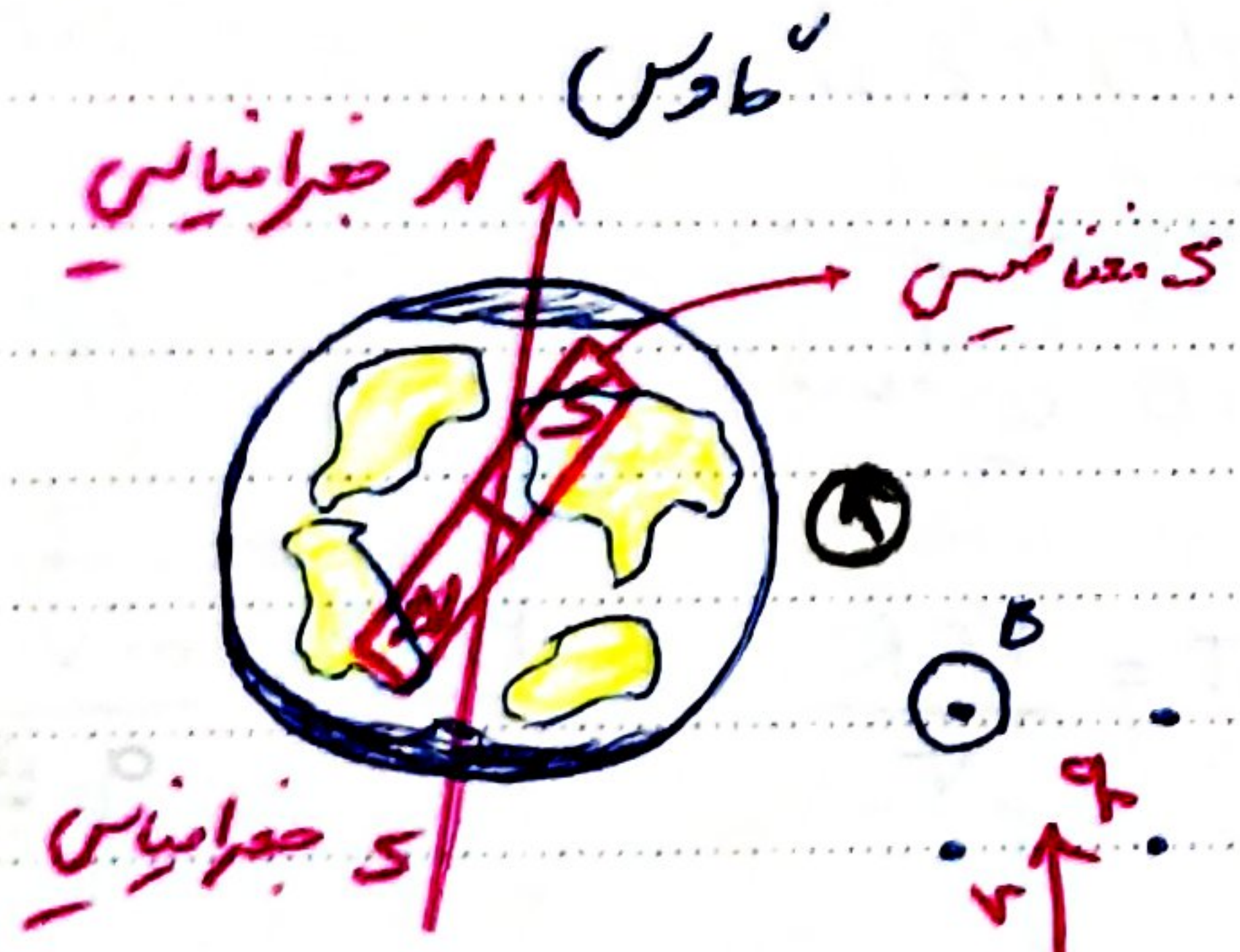
$$F_B = q \vec{v} \times \vec{B} = q v B \sin \theta$$

نیروی وارد بر بار
متحرک ناشی از
میدان B



$$\text{unit} = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} = \frac{N}{(\frac{C}{s}) \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m} \equiv T$$

$$1 T = 10^4 G \quad \text{other unit}$$



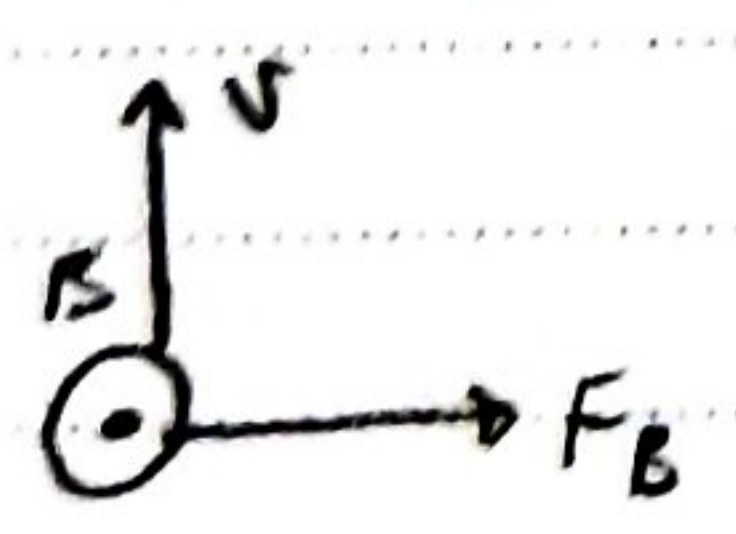
زاویه بین شمال ج $\equiv$ زاویه بین میدان مغناطیسی $\equiv \theta$
در جنوب م

مثال ۱۴

برقش با انرژی جنبشی $1.68 \times 10^{-12} J$

طبق شکل وارد میدان $B = 1.2 mT$

من شود چه نیرویی به یوتون حلقه وارد B دارد می شود



$$|F| = |q \vec{v} \times \vec{B}| = q v B = q \sqrt{\frac{2K}{m_p}} B$$

$$= (1.6 \times 10^{-19}) \times \sqrt{\frac{2 \times 1.68 \times 10^{-12}}{1.67 \times 10^{-27} kg}} \times 1.2 \times 10^{-3} = 7.1 \times 10^{-15} N$$

روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ
۱	۲۹	۲	۳۰	۳	۳۱
۴	۱	۵	۲	۶	۳
۷	۴	۸	۵	۹	۶
۱۰	۷	۱۱	۸	۱۲	۹
۱۳	۱۰	۱۴	۱۱	۱۵	۱۲
۱۶	۱۳	۱۷	۱۴	۱۸	۱۵
۲۱	۱۶	۲۲	۱۷	۲۳	۱۸
۲۴	۱۹	۲۵	۲۰	۲۶	۲۱
۲۸	۲۲	۲۹	۲۳	۳۰	۲۴

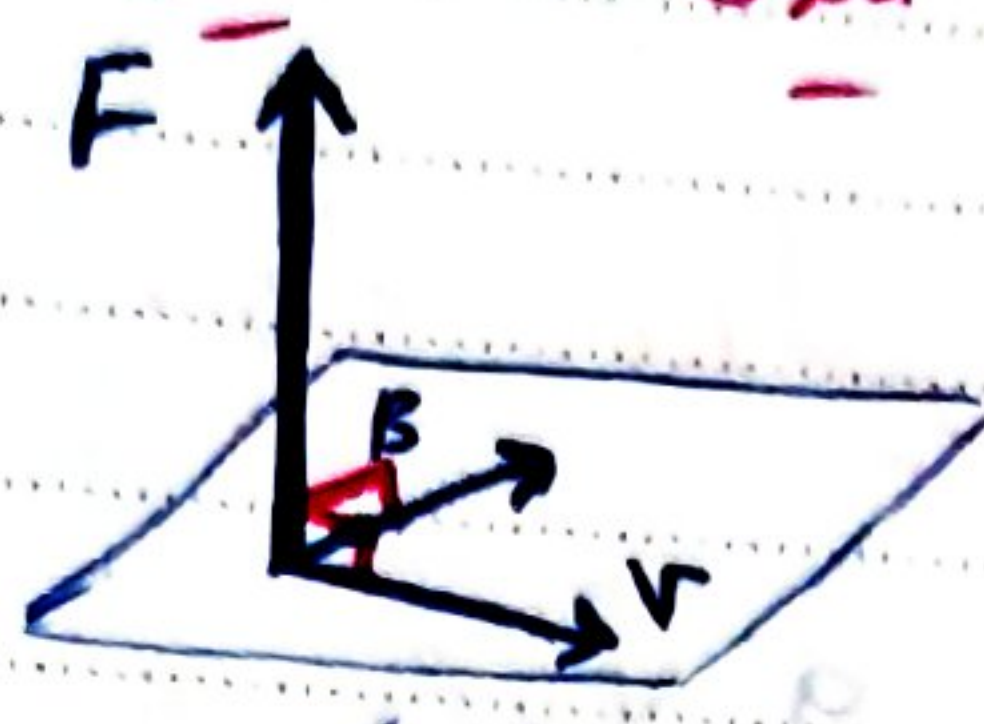
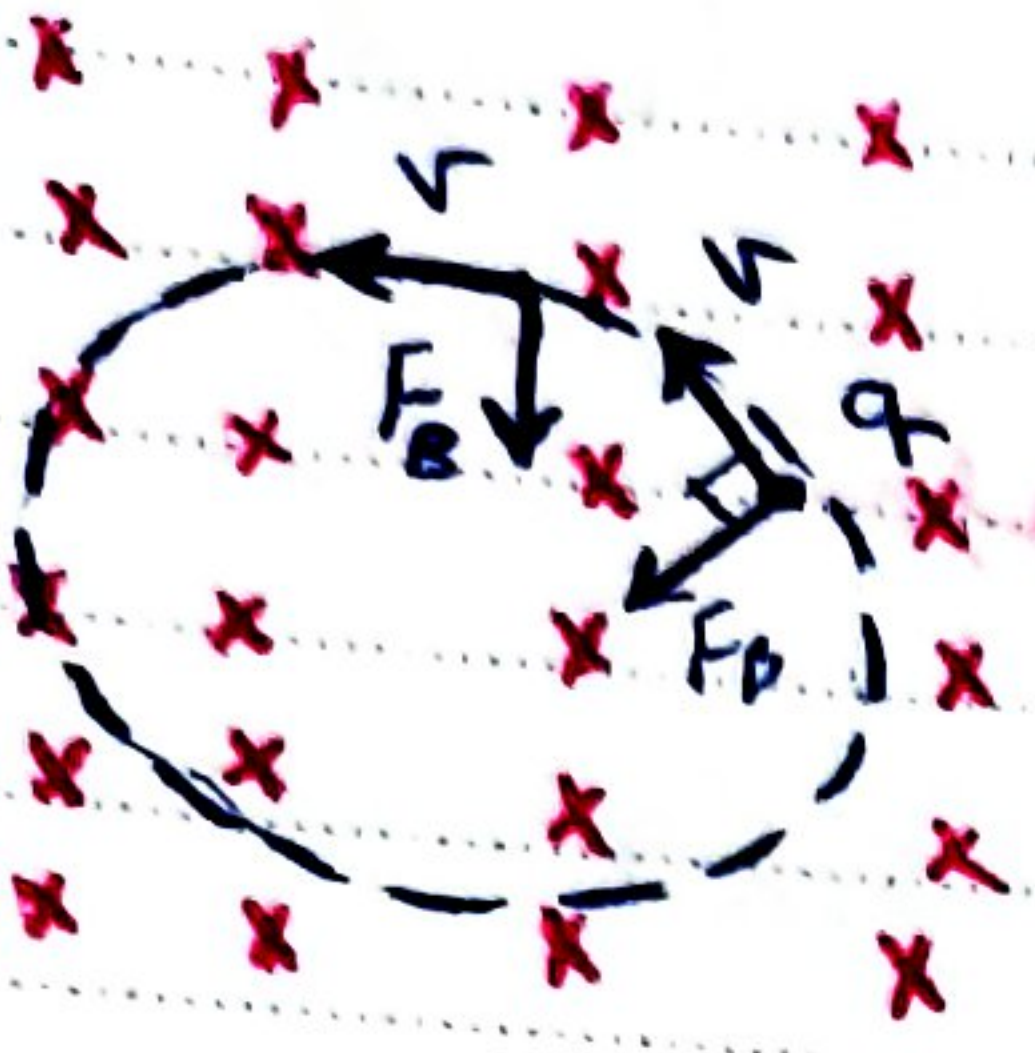
$$\rightarrow a = \frac{F}{m_p} = \frac{7.1 \times 10^{-15}}{1.67 \times 10^{-27}} = 4.2 \times 10^{12} m/s^2$$

فوق العاده زیاد است !!

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

انرژی جنبشی

ادامه حرکت بار الکتریکی (درمان میدان مغناطیسی)



$F_B = qvB$ و $\sin \theta$
که زاویه بین v و B

F_B نیروی مرکزگرا می شود و بار را متقابل می کند.

۱ اگر $B \perp v$ ← حرکت ذره ی باردار، حرکت دایره ای یکنواخت است.
 $\omega_B = F_B \cdot d = 0$

چون $F \perp$ حرکت

$F = ma$

$F = qvB = \frac{mv^2}{R}$

نیروی مرکزگرا

$R = \frac{mv^2}{qB}$

شعاع دایره ای که ذره ی باردار q با سرعت ثابت v تحت تأثیر میدان مغناطیسی B روی آن حرکت می کند.

شعاع سیکلوترونی

Cyclotron

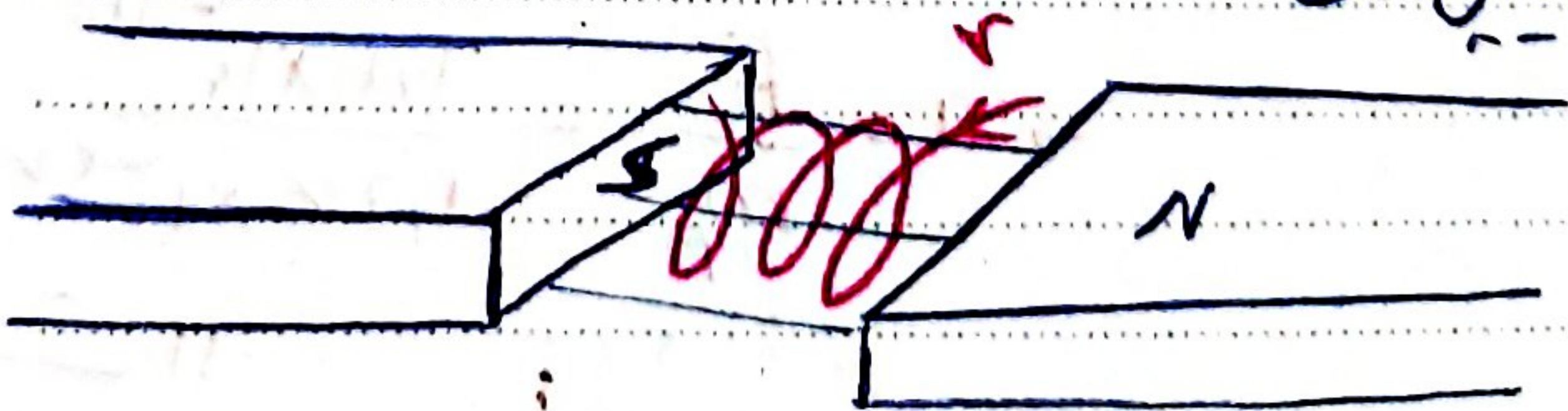
$f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv^2}{qB}$

$f = \frac{qB}{2\pi m}$

فرکانس سیکلوترونی

۲ * سوال ؟ اگر $B \nparallel v$ و ذره باردار با سرعت v و با زاویه ای دایره ای در میدان B شود مسیر حرکت ذره چگونه است ؟ (B یکنواخت است)

حرکت مارپیچی است.



مهر	مهر	مهر	مهر	مهر	مهر	مهر
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰					

۱۱ v (موازی) ، تعیین کننده ی مقدار گام است.

$v_{\perp}$ ، شعاع مارپیچی را تعیین می کند که به جای v در روابط بالا جایگزین می شود.

$\vec{b}^v \equiv$ دوتنه $\vec{b}^v$ دوتنه
 دوتنه

$$\rho = v_{||} T$$

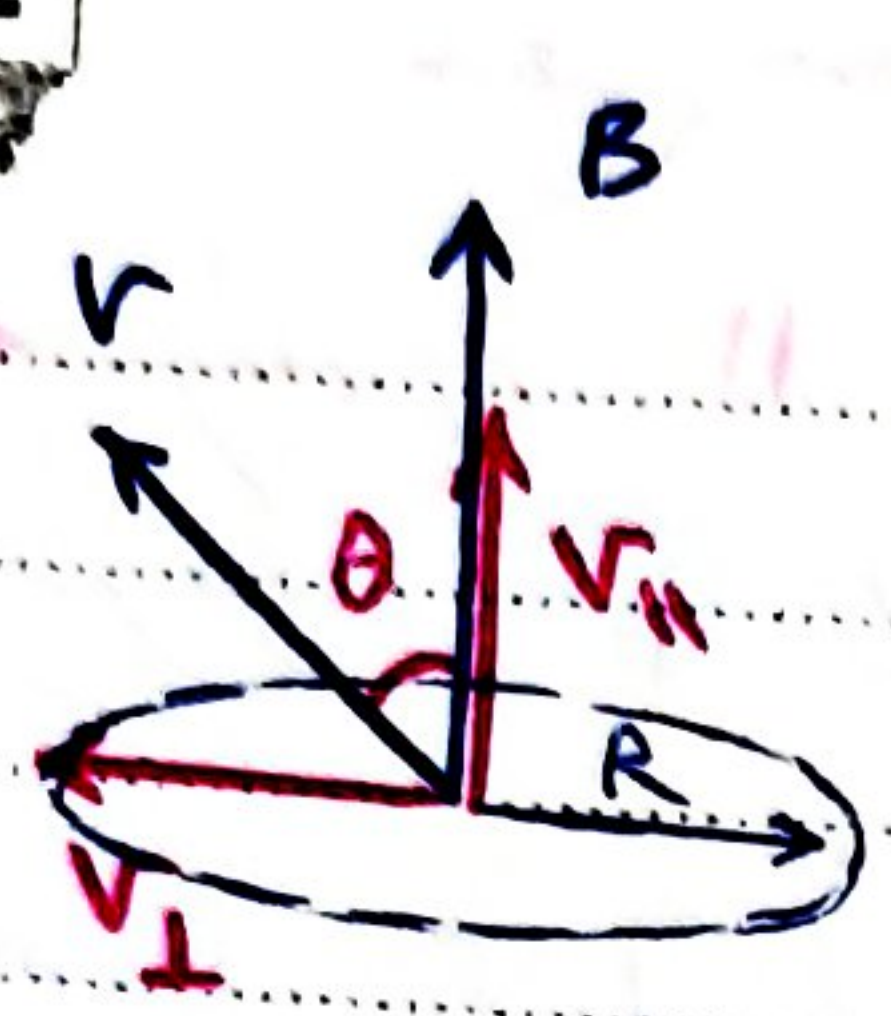
دوتنه

(2)

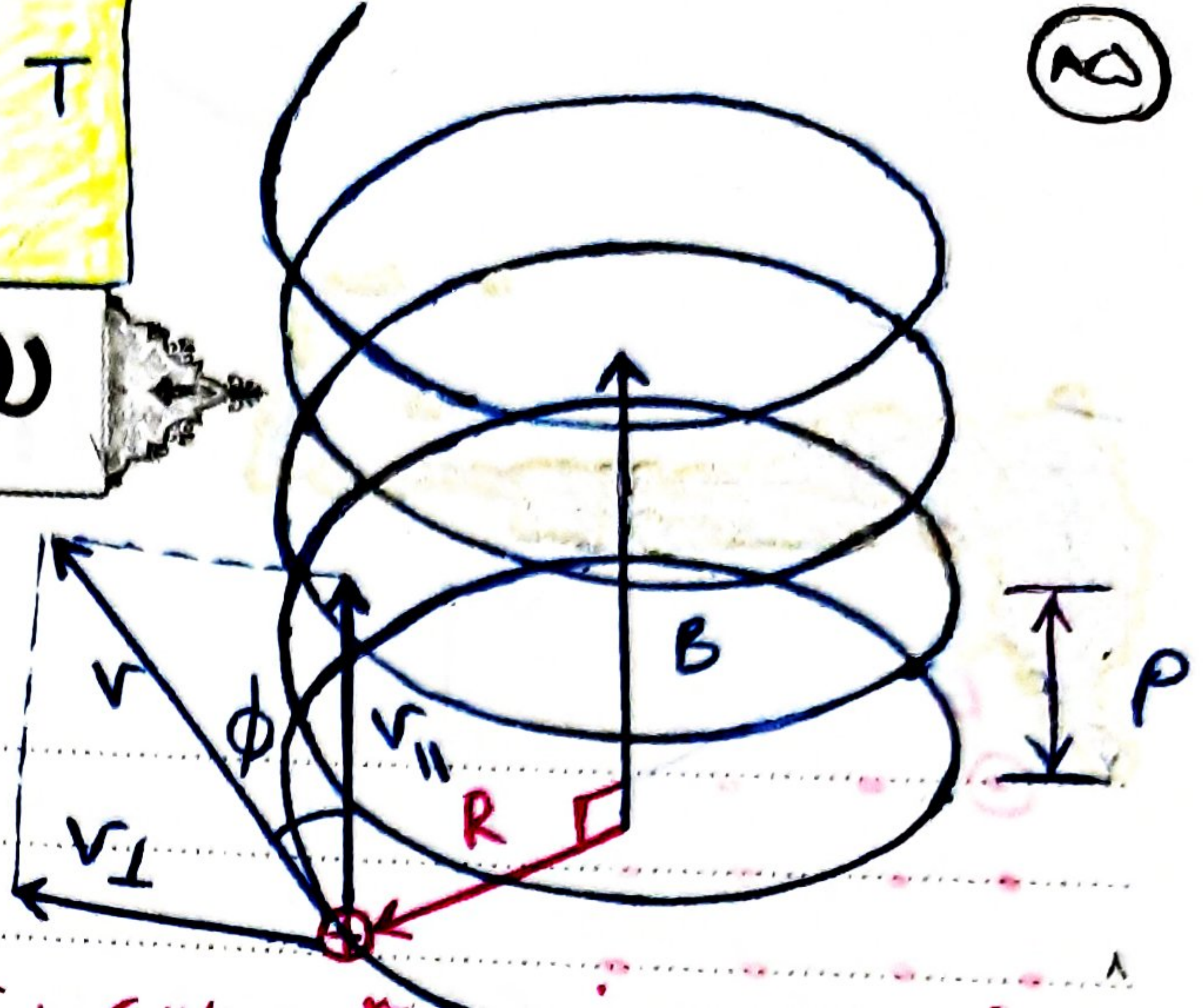
Thursday

October 4 2012

13



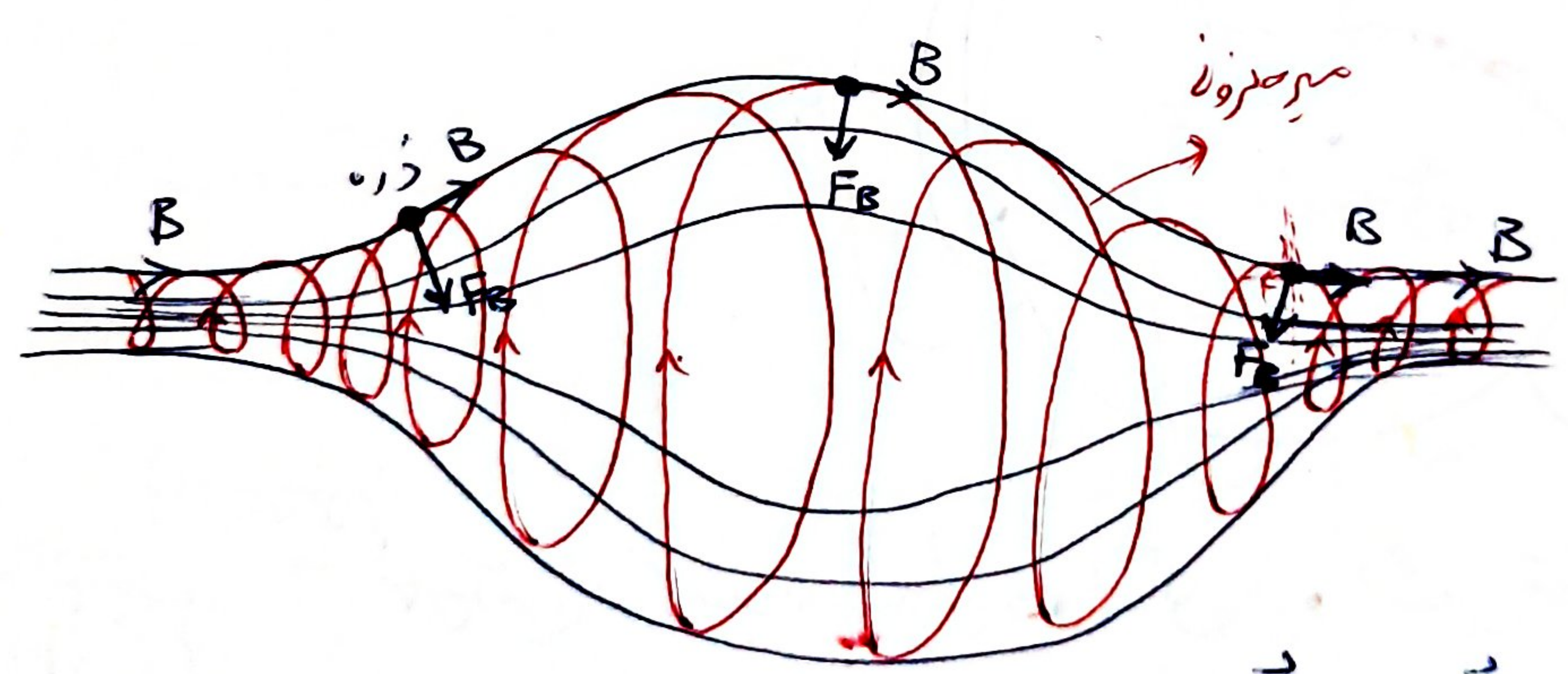
$$\begin{cases} v_{||} = v \cos \phi \\ v_{\perp} = v \sin \phi \end{cases}$$



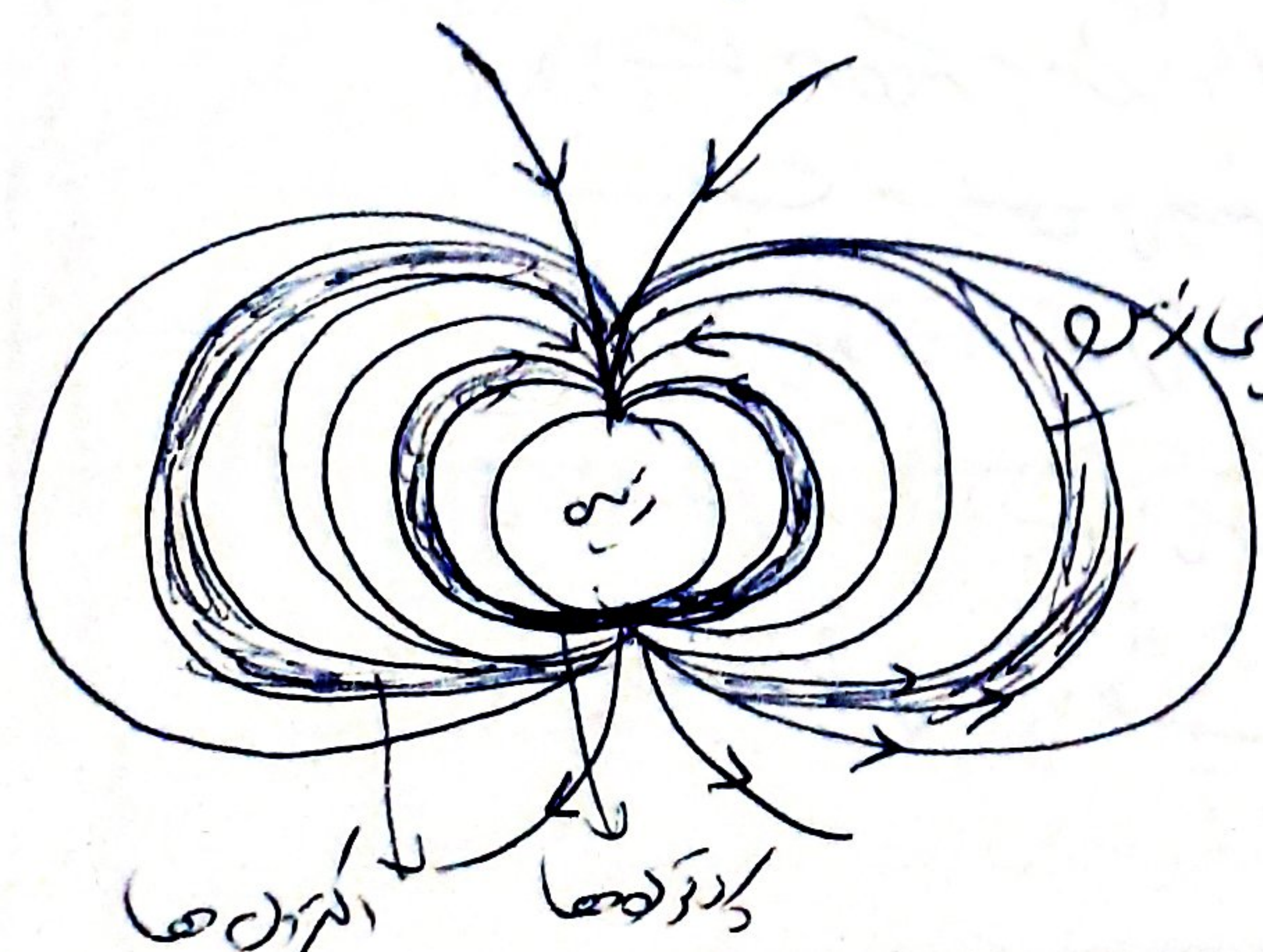
نکته: پس ذرات باردار در یک میدان غیر یکنواخت چگونه حرکت می کنند؟
 پاسخ: حال، مثال ما را در نظر بگیرید و تصور کنید که در آن حالت
 (حرکت هارمونی) :

یک میدان مقناطیسی یکنواخت با یک میدان گرانشی وجود دارد. میدان در دانه‌های قوی که
 از شامیه میانی است. ذرات باردار در این میدان غیر یکنواخت، حرکت حلقه‌ای خواهند داشت.
 به عبارتی، ذرات باردار که در یک مسیر صاف به سمت راست حرکت می کنند، وقتی به یک انتهای میدان می رسند، نیروی F
 وارد می شود که در آن یک سوئله افقی است. این سوئله، ذرات را منفرجه می کند و به حلقه میانی میانی
 باز می گردانند.

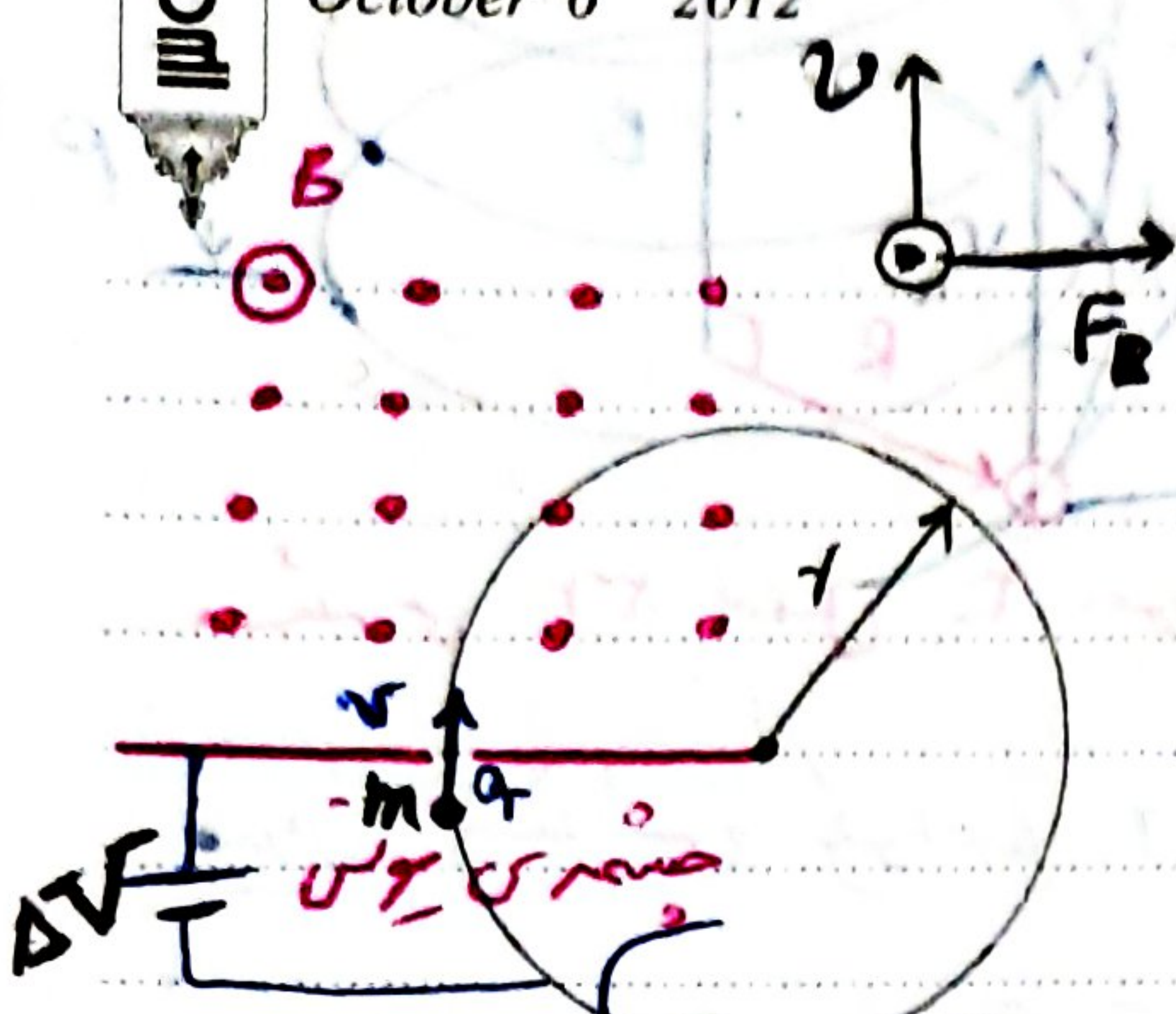
به زبان ساده تر، ذرات در دانه‌های میدان به اندازه کافی قوی است، باز می گردانند و می شود.
 این میسر می شود به "تجربیه مقناطیسی" گویند زیرا می توانست ذرات باردار را طوری که در مسیرهای
 صاف به سمت راست حرکت می کنند، به حلقه میانی برگردانند، (در یک شامیه محدود به دام اندازد).
 (گویند ذرات در تجوی مقناطیسی به دام افتاد)



توضیح کن: چگونه می توانست ذرات باردار در دانه‌ها
 به یک طرح مقناطیسی برگردانند با یک شامیه؟
 آنها را به دام اندازد.



مثال: اگر دانه‌ها و پرده‌ها به هم می رسیدند در میدان مقناطیسی
 به دام می افتاد. همین ذرات به دام افتاده هستند
 که می بینید و شبیه "ان آله" به شکل می دهند
 در انتهای لبه "زیر جویس" این عیب حلقه‌ای

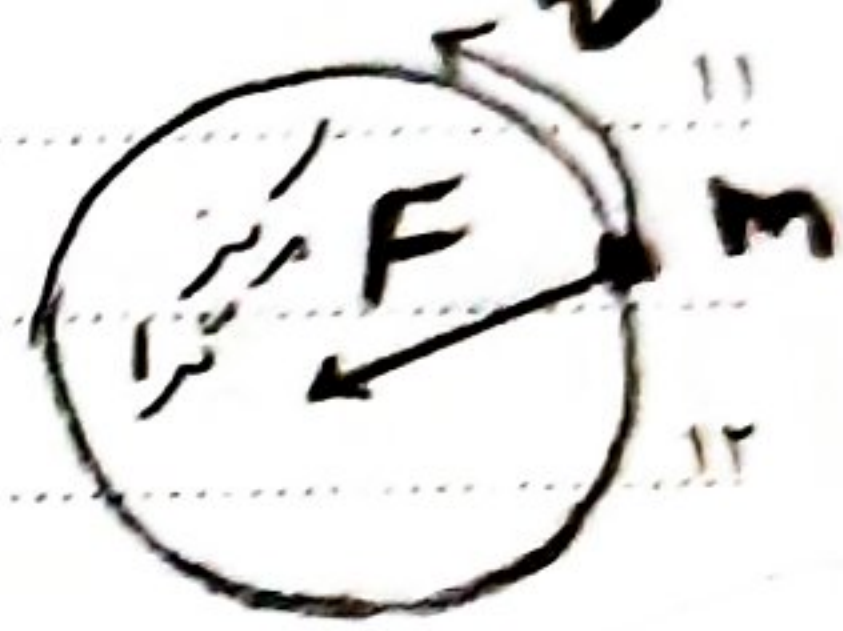


چندین مسیر
مستقیم یا خمیده
سیر حرکت q را نشان دهید

چون $v \perp B$ حرکت دایره‌ای یکسافت را شود

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

ب-۱- رابطه بین r و m و q و B و ΔV را بدست آورید



$$|F_B| = q v B \sin \theta = m v^2 / r, \quad \vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow \sin \theta = 1$$

$$r = \frac{m v}{q B} \quad K = \frac{1}{2} m v^2 = q \Delta V$$

تایم از حرکت نسبی ذره با بار را بر حسب تغییر می‌شود

$$r = \frac{m}{q B} \times \sqrt{\frac{2 K}{m}} = \frac{m}{q B} \times \sqrt{\frac{2 q \Delta V}{m}} \rightarrow \boxed{r = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2 m \Delta V}{q}}}$$

کاربرد: مثلاً برای تشخیص ^{238}U از ^{235}U با توجه به اینکه جرم این دو متفاوت است، انحراف متفاوتی خواهند داشت. پس با دستگاه آشکار کننده این دو از دوتای به هم تکیه از هم تشخیص داده.

ج-۱- در همان ناحیه‌ای که میدان B وجود دارد می‌خواهیم یک میدان الکتریکی

E را چنان برقرار کنیم که ذره‌ی باردار متوقف نشود و به حرکت مستقیم خود ادامه دهد و برزنی میدان E را بدست آوریم

روز	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	شنبه	یکشنبه
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰					

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$|F_E| = |F_B|$$

$$F_E = q E, \quad F_B = q v B$$

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B$$

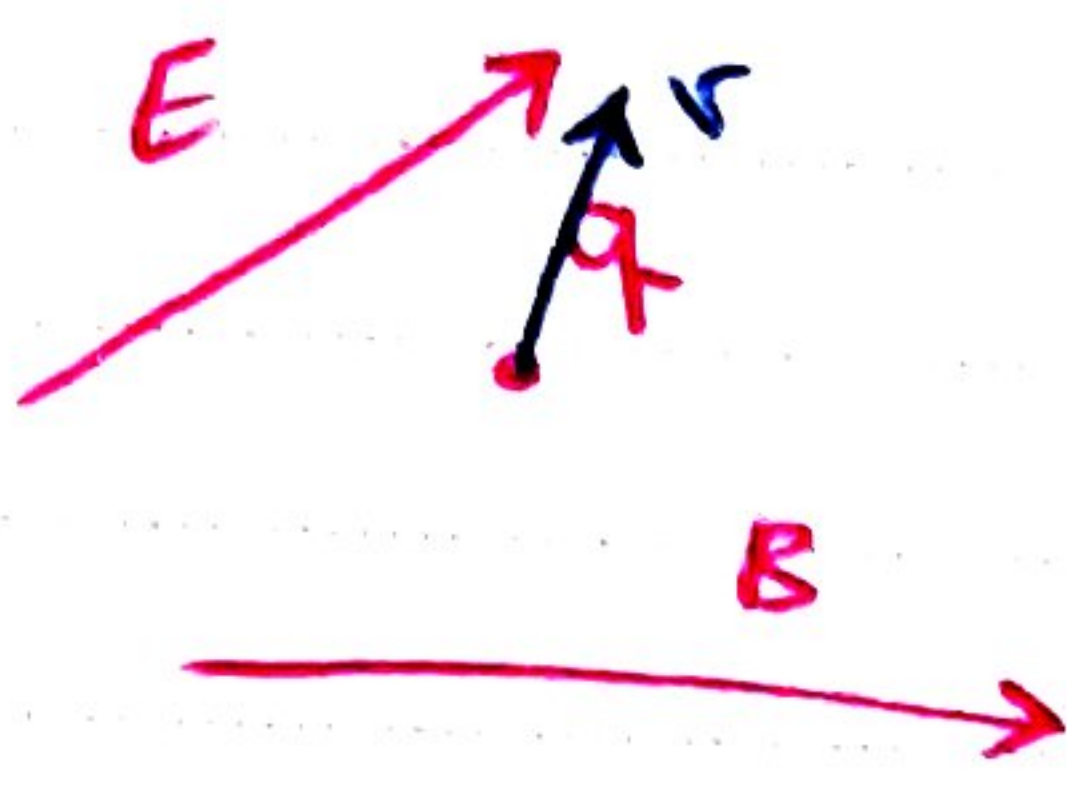
$$\Rightarrow q E = q v B$$

$$\boxed{E = v B}$$



اندازه

نیروی لورنتس :
 وقتی یک ذره باردار وارد میدان الکتریکی $\vec{E}$ و میدان مغناطیسی $\vec{B}$ شود
 بر آن نیروی لورنتس وارد می شود.



$$\vec{F}_E = \vec{E}q$$

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

← نیروی لورنتس

مثال ۲۰-۲۱ در کتاب بهر یون ص ۱۰۷

$\vec{B} \equiv$ چگالی میدان مغناطیسی - چگالی شار مغناطیسی - میدان مغناطیسی

شار مغناطیسی :

تعداد خطوط میدان مغناطیسی که از داخل سطح محدود بر خطوط می گذرند

$$\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\leftrightarrow \phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

سندی ۲ هور یون :

در این لحظه یعنی ، ذره ای با بار q با سرعت $\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$ حرکت

تأثیر میدان مغناطیسی $\vec{B} = B \hat{i}$ قرار می گیرد . بررسی و جهت نیروی وارده

بر ذره چیست ؟

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & 0 \\ B & 0 & 0 \end{vmatrix} = +q(-Bv_y) \hat{k}$$

$$= -qBv_y \hat{k}$$

یعنی جهت نیروی $\vec{F}_B$ در خلاف جهت $\hat{k}$ است .

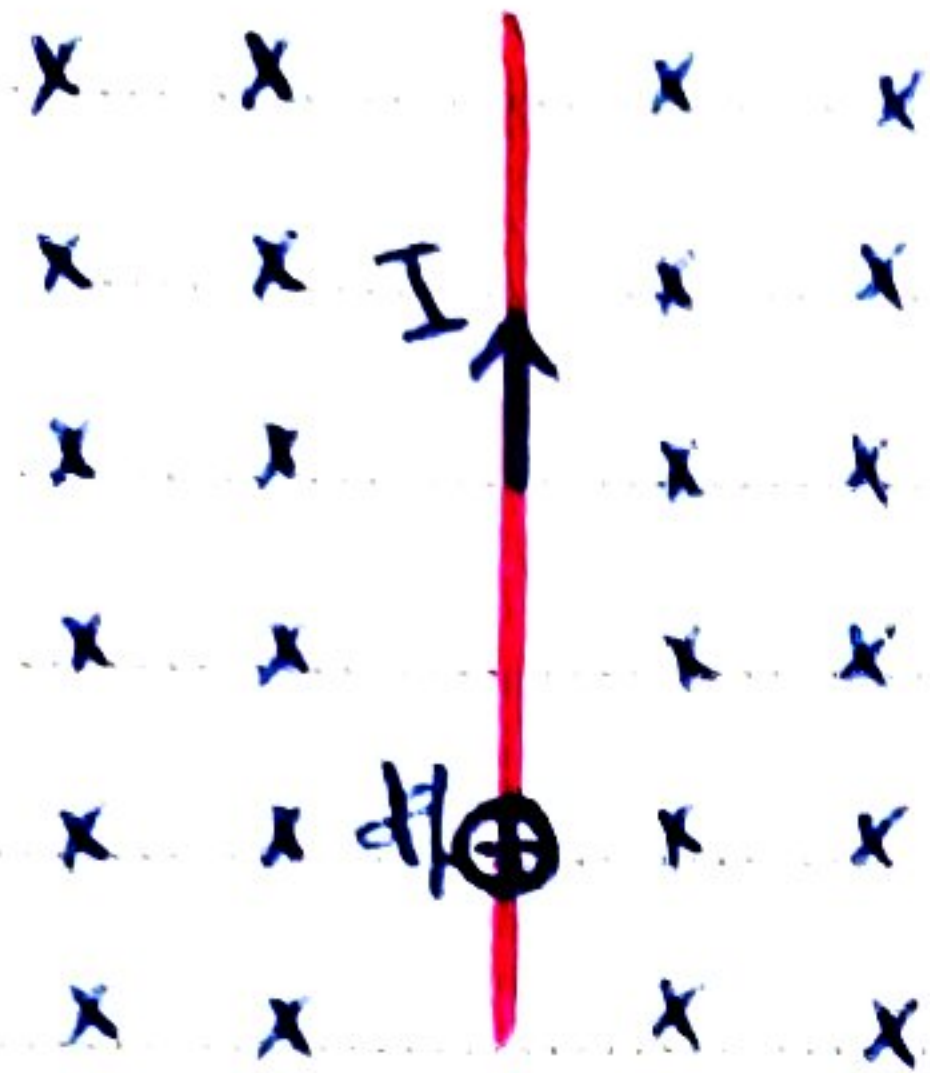
مکان	دوستان	دوستان	دوستان	دوستان	دوستان	دوستان
۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
						۲۱



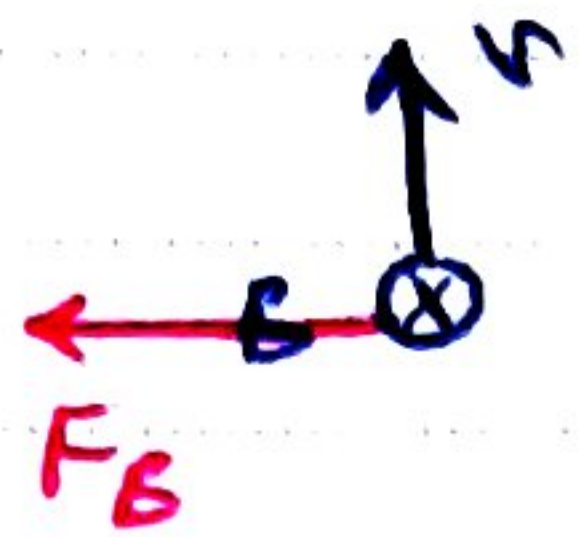
$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان



الف. سیم مستقیم: نیروی حشری وارد
 $d\vec{F}_B = dq \vec{v} \times \vec{B}$
 در بار حشری dq



ب. سیم آزاد
 $d\vec{F}_B = dq \vec{v} \times \vec{B}$



n = تعداد ذرات باردار واحد حجم سیم

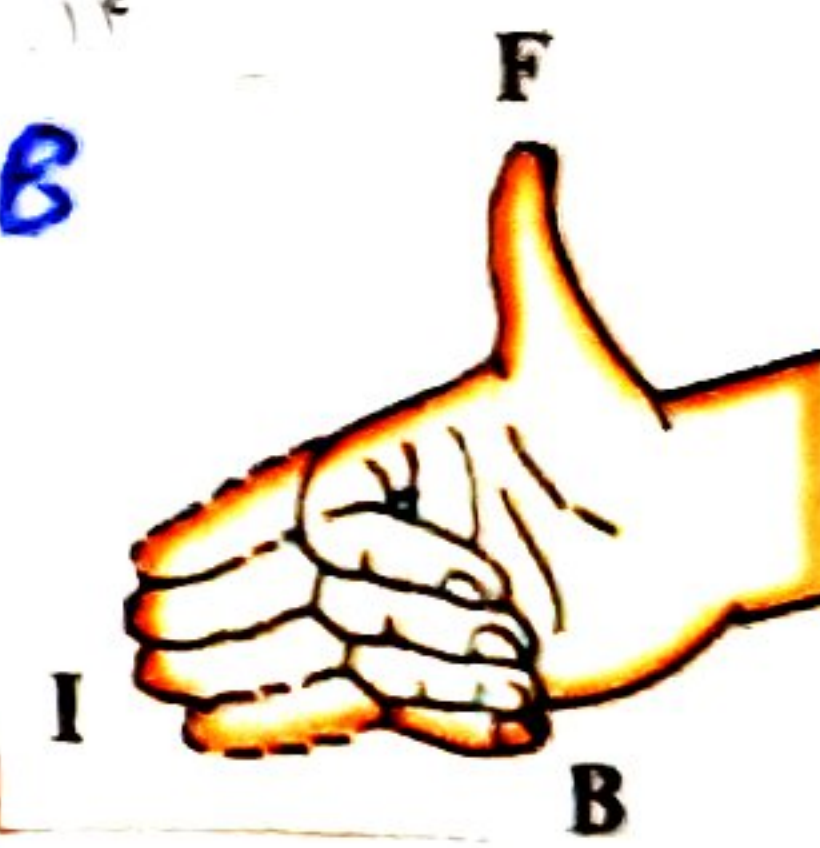
تعداد کل ذرات باردار درون سیم به طول l و سطح مقطع A :
 nAl

نیروی وارد بر یک ذره باردار q در حضور $\vec{B}$ به طول l :
 $\vec{F}_B = (nAl) q \vec{v} \times \vec{B} = (nq \vec{v} A) l \times \vec{B} = \vec{I} l \times \vec{B}$

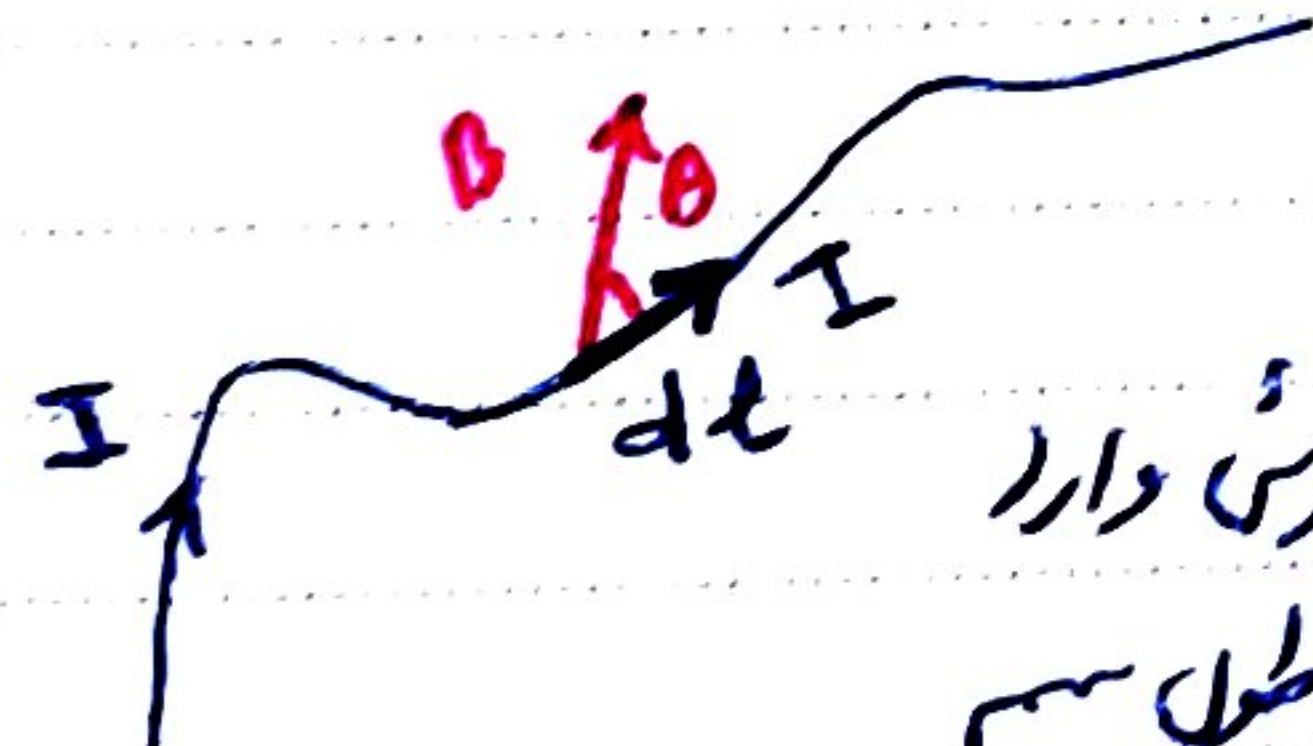
جریان الکتریکی $\vec{j} = nq \vec{v}$ و $\vec{j} = \frac{\vec{I}}{A} \rightarrow \vec{I} = \vec{j} A = nq \vec{v} A$

$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

توجه: سیم عمود بر راستای میدان باشد



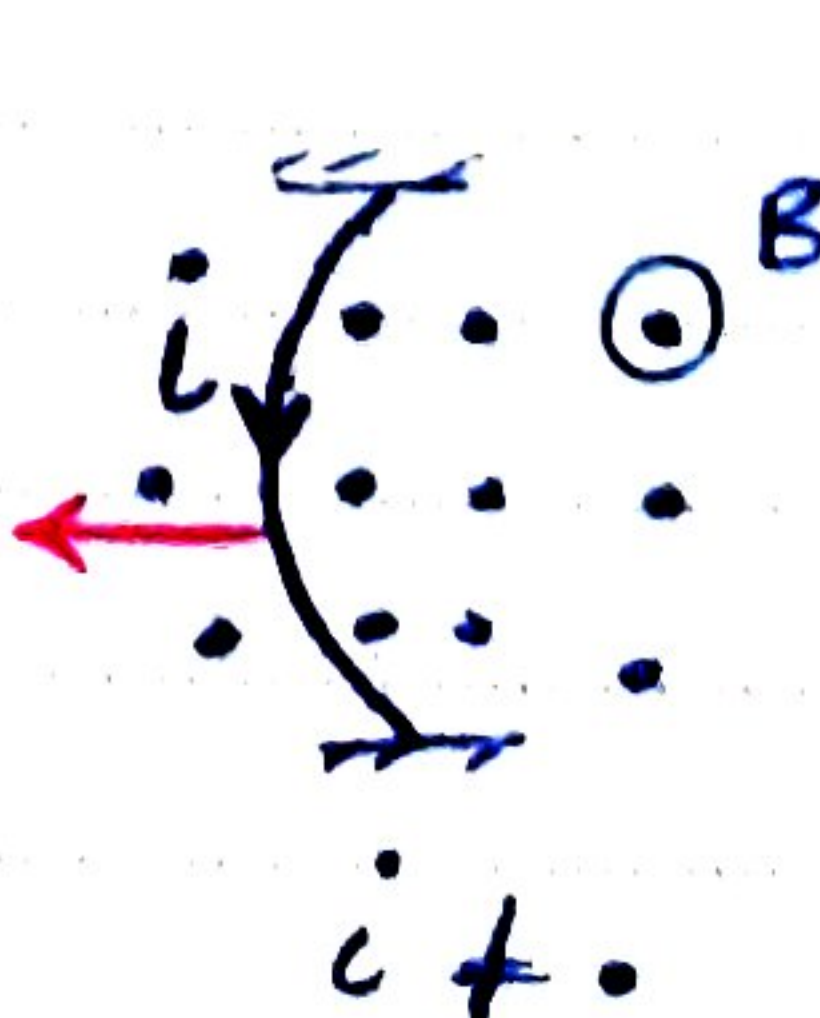
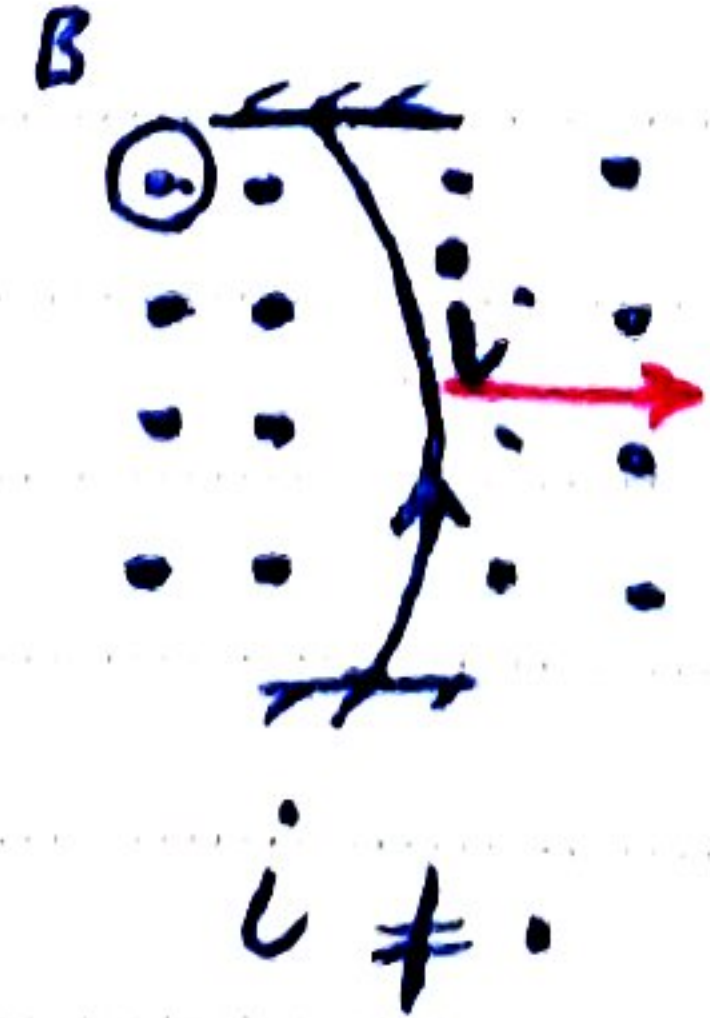
حالت خاص دوم: سیم مستقیم باشد



نیروی حشری وارد
 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} = I dl B \sin \theta$
 در حشری سیم
 $\vec{F} = \int d\vec{F}$
 بر سیم از طرف میدان B

انزازه
 $F_x = \int dF_x$
 $F_y = \int dF_y$
 $F_z = \int dF_z$

۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
				۳۰	۲۹	



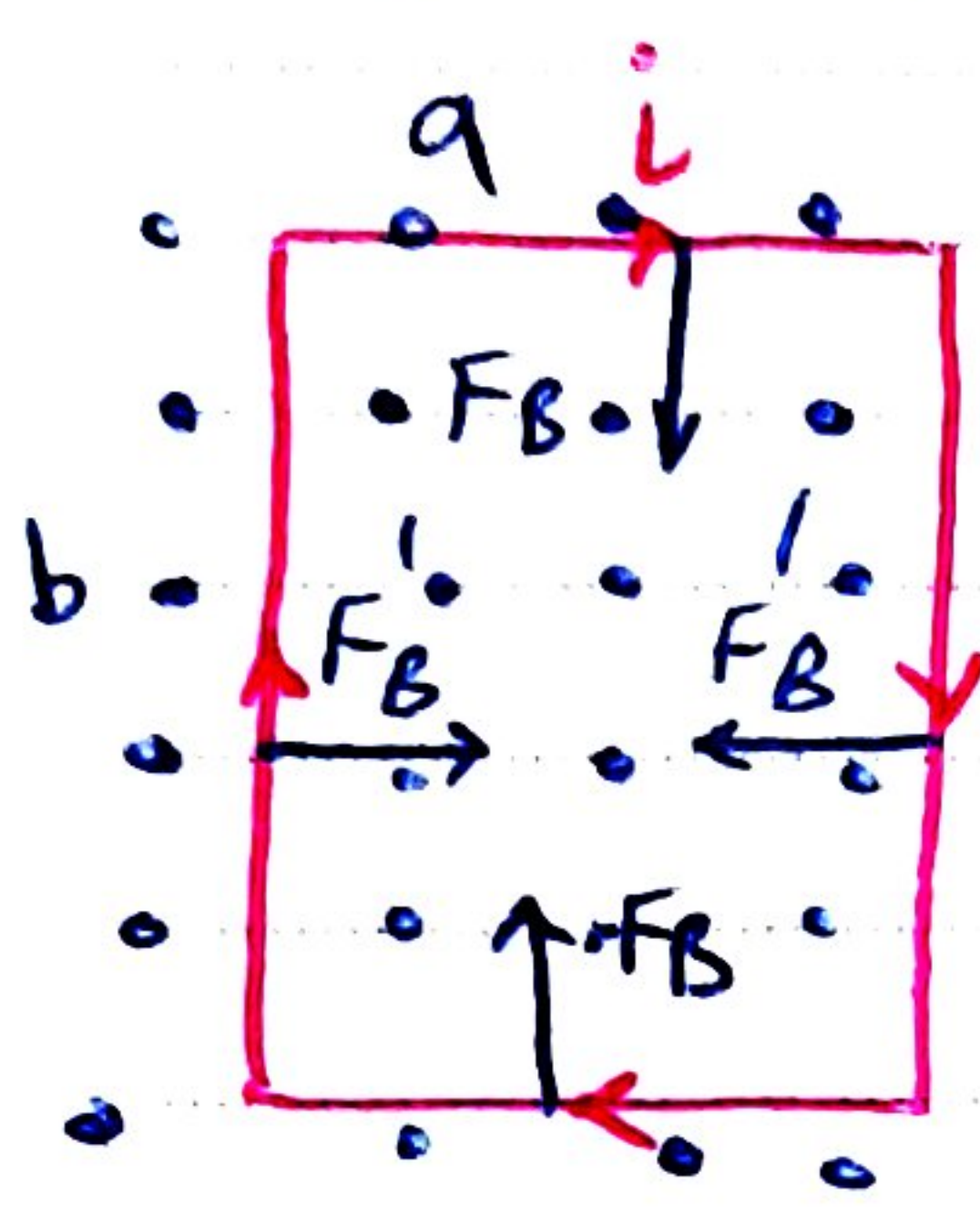
مثال کسبی

$\vec{F}_B$ نیروی وارد بر سیم

$\vec{F}_B$

مثال: حلقه سیم‌پسی با ابعاد a و b در امتداد داریم که حامل جریان i است.
طبق شکل درون میدان مغناطیسی قرار دارد نیروی کل وارده بر حلقه چقدر است؟

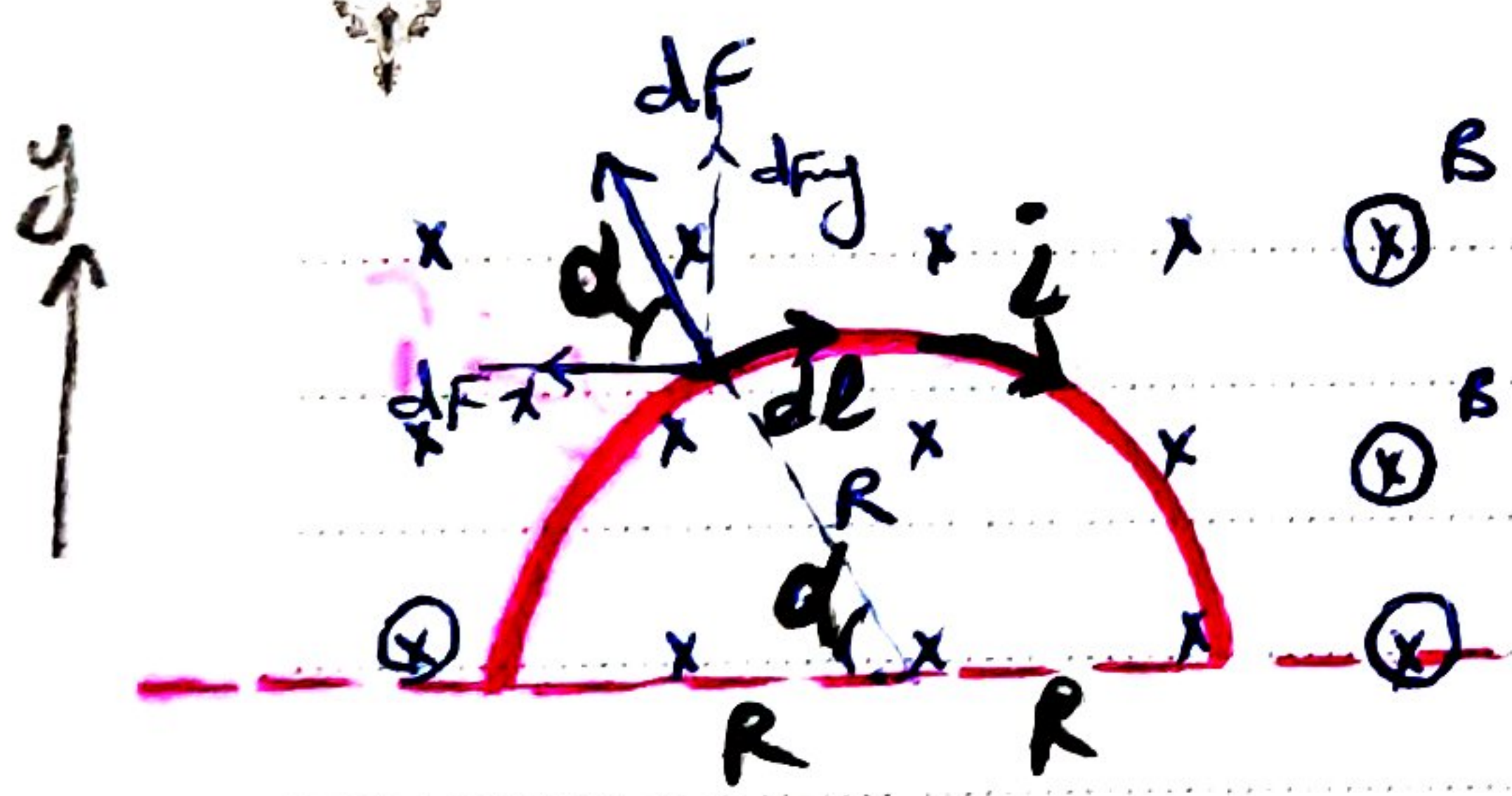
(از طرف میدان B)



نیروی $F_B = i l B = i a B$

نیروی $F_B = i l B = i b B$

نیروی خالص بر حلقه وارده نمی‌شود: $F_B = 0$ نیروی کل



نیروی وارده بر سیم؟ $dF = I d\vec{l} \times \vec{B}$

به سمت عمود $F_x = 0$

$dF_y = dF \sin \alpha$

$F_y = \int dF_y = \int dF \sin \alpha =$

$F_y = \int (I dl B) \sin \alpha = IB \int (R d\alpha) \sin \alpha =$

$IRB \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha = 2IRB$ اندازه

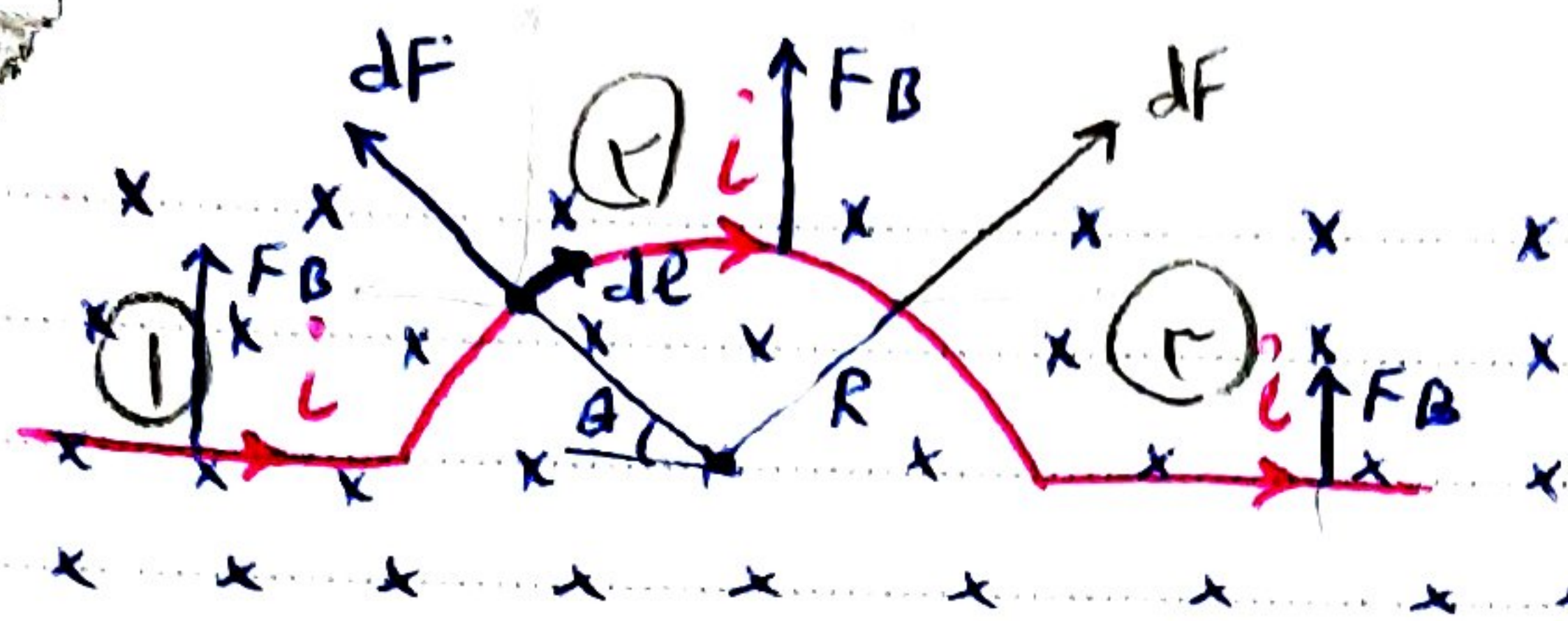
جهت: رویم بالا است.



روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ
۱	۲۹	۲	۳۰	۳	۳۱	۴	۱
۵	۲	۶	۳	۷	۴	۸	۵
۹	۷	۱۰	۸	۱۱	۹	۱۲	۱۰
۱۳	۱۱	۱۴	۱۲	۱۵	۱۳	۱۶	۱۴
۱۷	۱۶	۱۸	۱۷	۱۹	۱۸	۲۰	۱۹
۲۲	۲۱	۲۳	۲۲	۲۴	۲۳	۲۵	۲۴
۲۷	۲۶	۲۸	۲۷	۲۹	۲۸	۳۰	۲۹

نکته: مغنی بر حلقه (مدار) بسته حامل جریان که بر میدان مغناطیسی
عمود باشد نیروی خالص وارده نمی‌شود. $F_{\text{کل}} = 0$

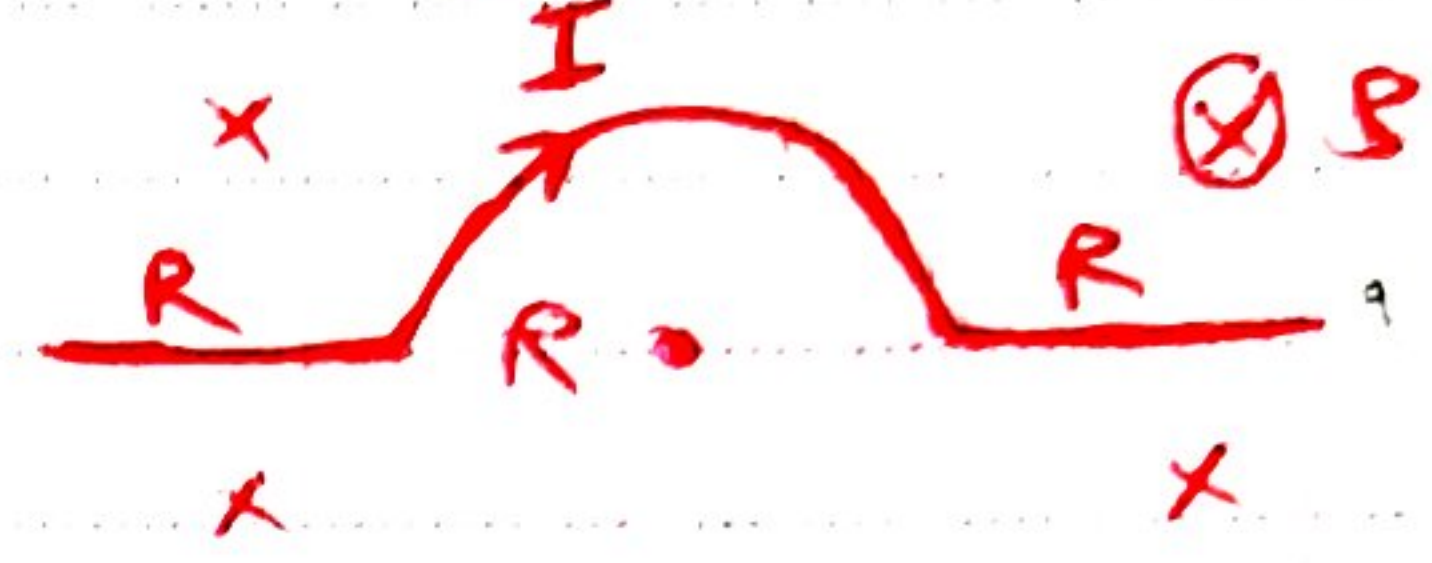




نیروی وارد بر سیم را بیابیم

$$F_B = i l B$$

$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$



$$F_{yB} = i B (2R)$$

$$F_{xB} = i l B$$

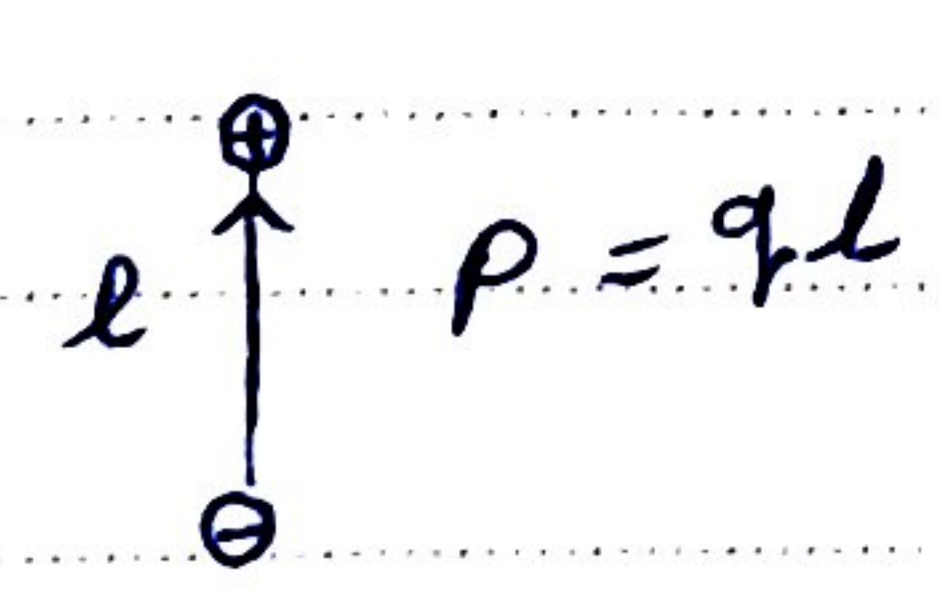
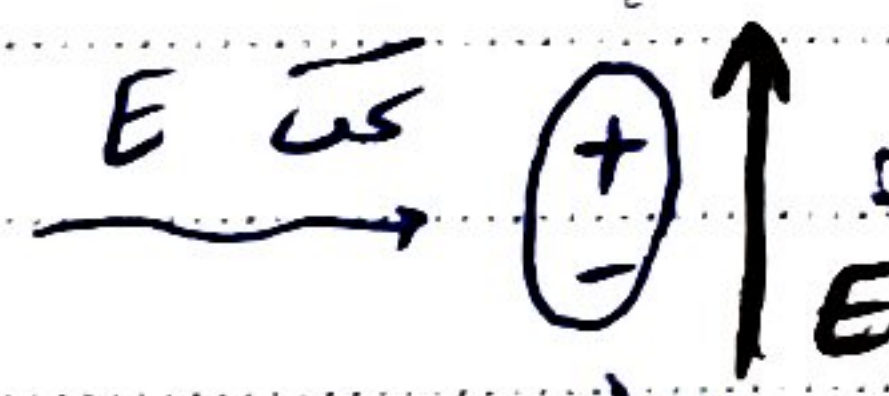
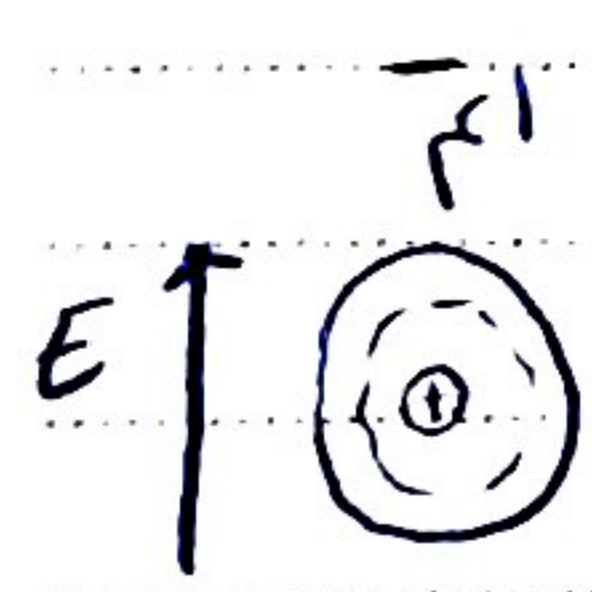
برای سیم ۱ و ۲ به علت تقارن $F_x = 0$ است.

$$dF_y = dF \sin \theta \rightarrow F_y = \int dF_y = \int dF \sin \theta = \int (i dl B) \sin \theta = i B \int_0^\pi R d\theta \sin \theta = i B (2R)$$

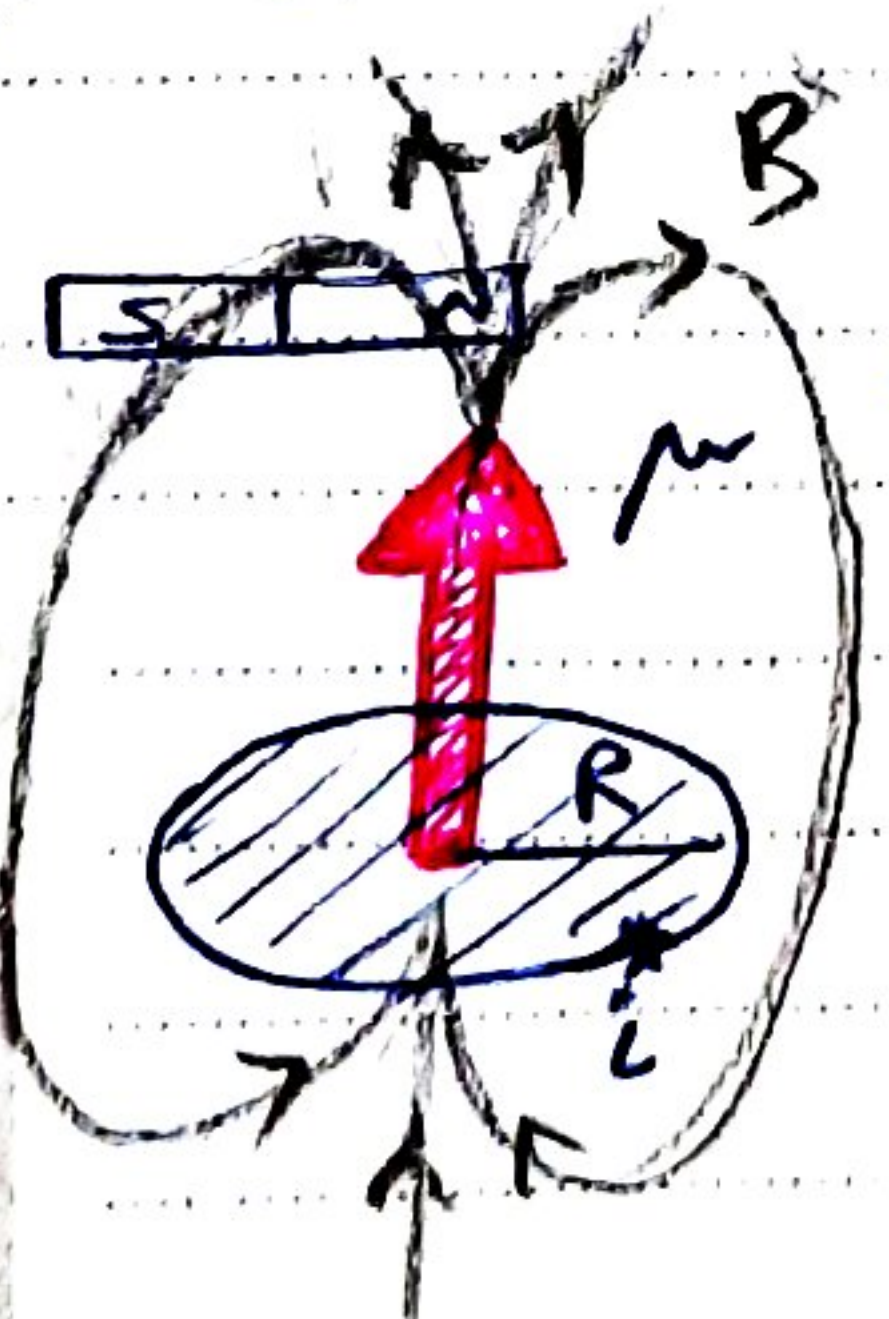
سیم ۳ را در $F_B = i B R$ به سمت بالا

و جهت به سمت بالا: $F_B = i B (4R)$ نیروی کل وارد بر سیم دارد.

آنها را در انتزاعی دو قطبی استریتی راسته (ماره) اتم قطبیده شد



دو قطبی استریتی



در قطبی معنا طبعی: $\vec{A} = i \vec{A}$

$$\vec{A} = i \vec{A}$$

$$A = \pi R^2$$

مساحت مقطع سیم

جهت $\vec{A}$ ، طبق قاعده دست راست

الکترون در جهت $\vec{A}$ جهت نسبت دست راست

۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸
۲۱	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵
۲۸	۲۷	۲۶	۲۵	۲۴	۲۳	۲۲
					۲۰	۱۹

اتم کاتود در قطبی حتما

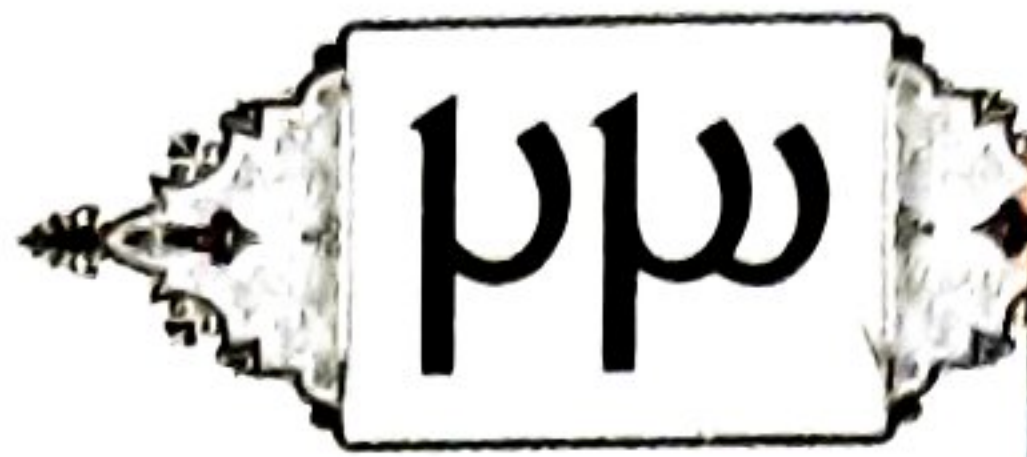
شماره سیم

$$A = m^2 = \text{واحد } m^2$$

91



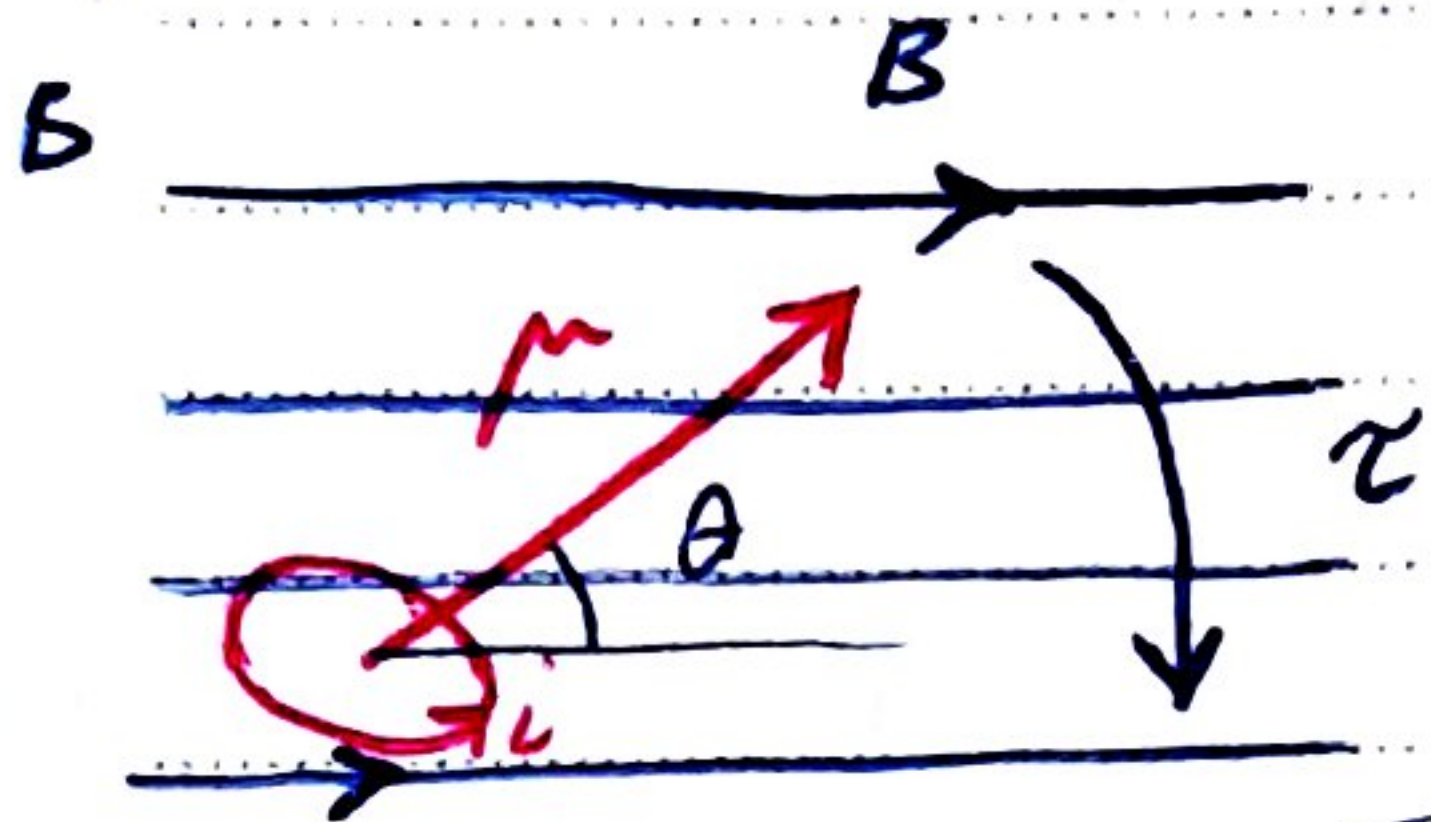
برای N صحت
 $\mu = (Ni)A$



Sunday

October 14 2012

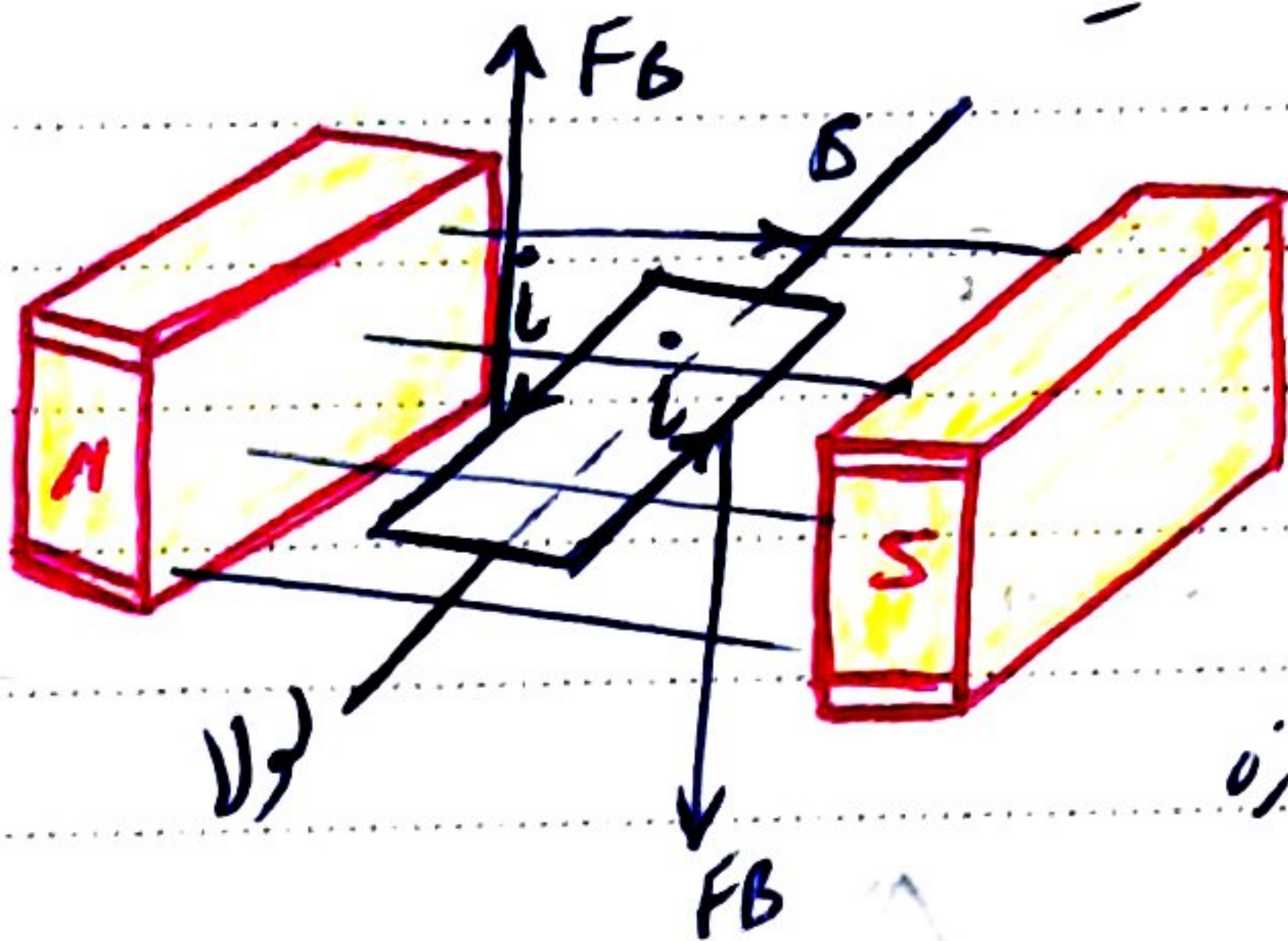
گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان



$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu B \sin \theta$$

اگر بی‌ری از موتورهای الکتریکی بر همین خاصیت است.

موتور سازهی الکتریکی (DC)



$$\vec{F}_B = i \vec{L} \times \vec{B}$$

$$F_B = i l B \sin \theta = \begin{cases} i a B \\ i b B \end{cases}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{a}{r} (i b B) \sin \theta$$

لحاظاً F را محور چرخش

$$\tau = r \left(\frac{a}{r} i b B \sin \theta \right) = a b i B \sin \theta$$

$$= \underbrace{A l B \sin \theta}_{\mu} = \mu B \sin \theta = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

اندکی پیش از این در مبحثی دیگر

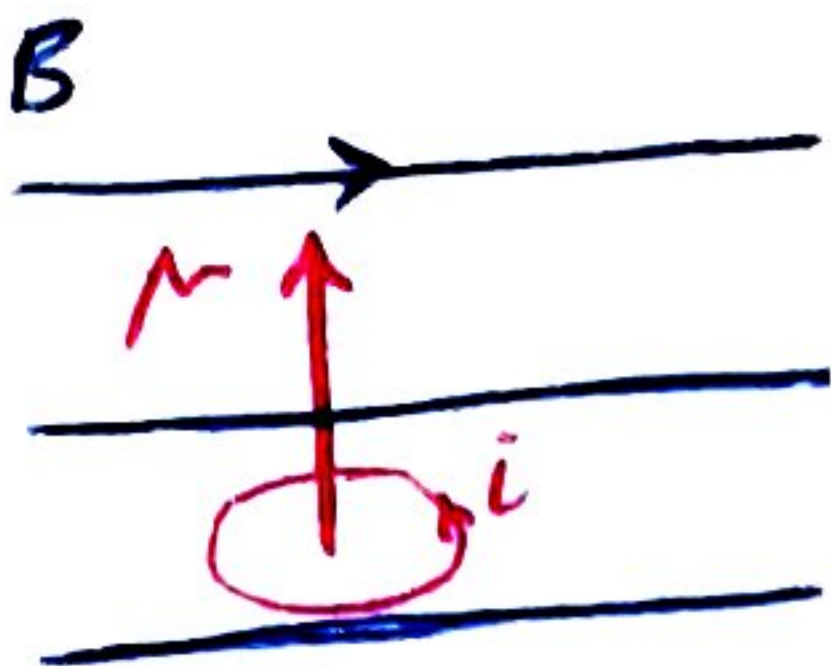
$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$P \perp E \rightarrow U=0$$

$$P \parallel E \rightarrow U = -PE$$

$$E \text{ ضعیف } P \rightarrow U = -PE \cos \alpha = PE = U_{\max}$$

روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ	روز	تاریخ
۱	۲۹	۲	۳۰	۳	۳۱	۴	۱
۵	۲	۶	۳	۷	۴	۸	۵
۹	۶	۱۰	۷	۱۱	۸	۱۲	۹
۱۳	۱۱	۱۴	۱۲	۱۵	۱۳	۱۶	۱۴
۱۷	۱۶	۱۸	۱۷	۱۹	۱۸	۲۰	۱۹
۲۱	۲۰	۲۲	۲۱	۲۳	۲۲	۲۴	۲۳
۲۶	۲۶	۲۷	۲۷	۲۸	۲۸	۲۹	۲۹



$U = 0$: حالت مرجع تعیین

۹۲

Monday

October 15 2012

۲۴

دوشنبه

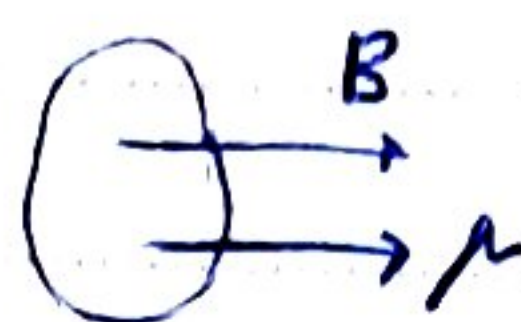
۱۵ خرداد ۱۳۹۱

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

(۱) اگر $\vec{\mu} \perp \vec{B}$ $U = -\mu B \cos 90^\circ = 0$

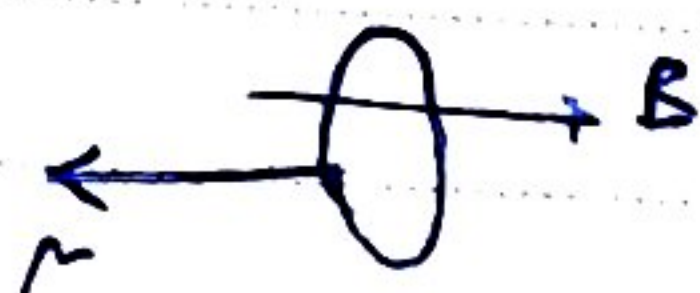
مرجع انرژی تعیین می‌شود (معمولاً)

(۲) اگر $\vec{\mu} \parallel \vec{B}$ $U = -\mu B \cos 0^\circ = -\mu B$



کمترین انرژی که دو قطبی دارد

یعنی حالت پایدار است.



$$U_{\max} = \mu B$$

(۳) بیشترین انرژی که دو قطبی دارد

زمانی است که جهت μ ضد جهت B باشد.

$$\tau = r \times F$$

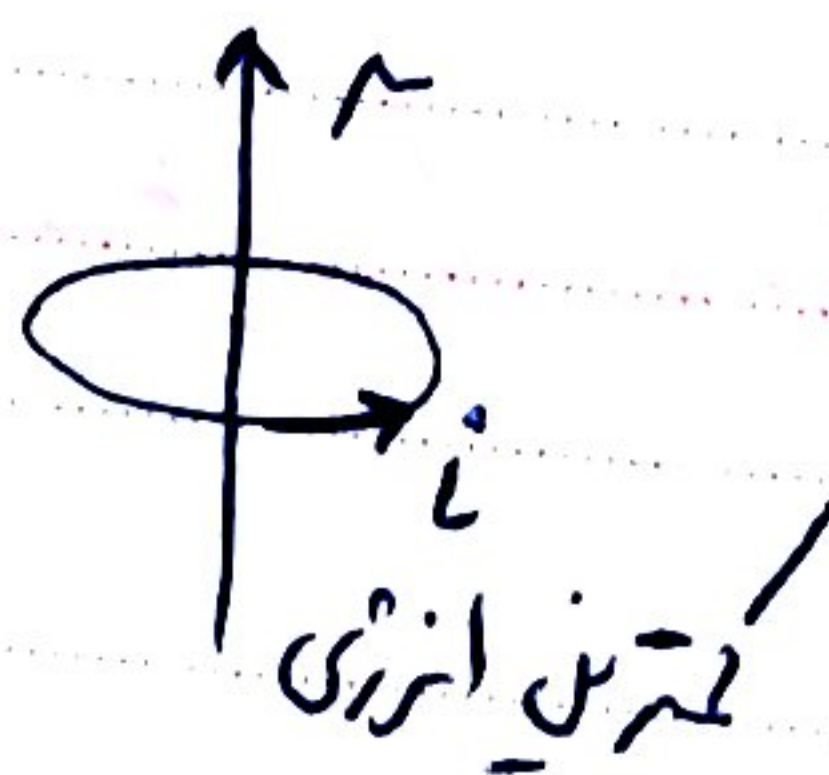
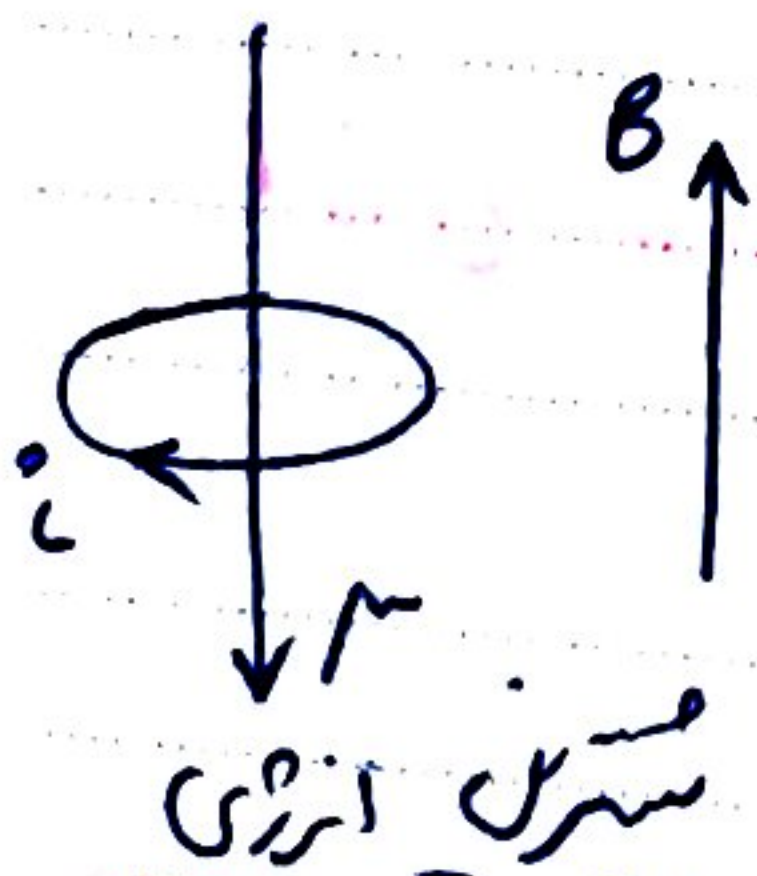
$$\omega = \tau \cdot \theta$$

$$d\omega = \tau \cdot d\theta$$

۴ اثبات کوبیت

$$\omega_B = -\Delta U \rightarrow \Delta U = -\omega_B = -\tau \cdot d\theta$$

$$U_{\text{مغناطیسی}} = -\int_{\text{درجهت لگراس}} \tau \cdot d\theta = -\int_{90^\circ}^0 -\tau d\theta = \int \mu B \sin \theta d\theta =$$



$$U = -\mu \cdot B$$

$$-\mu B \cos \theta$$

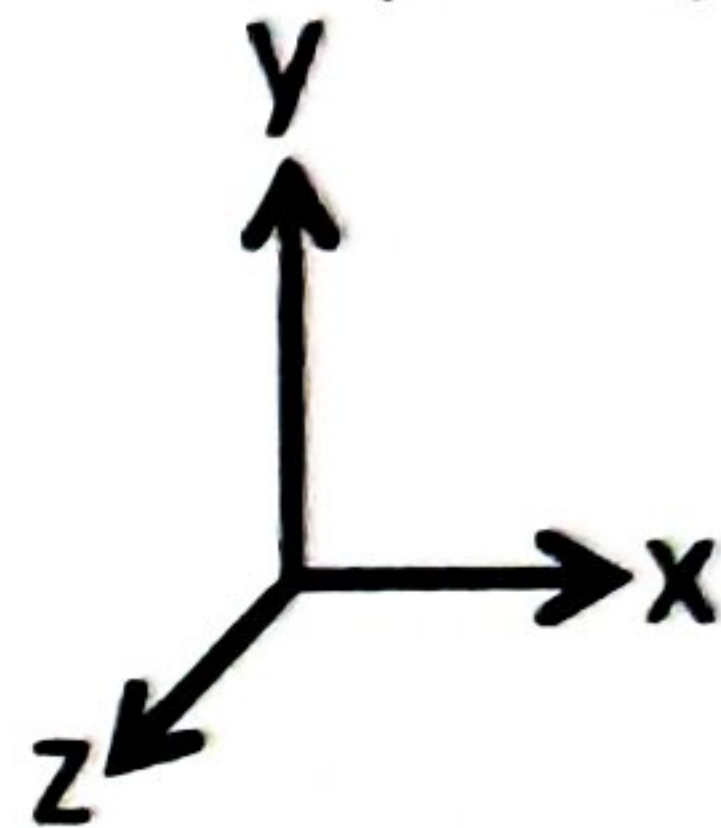
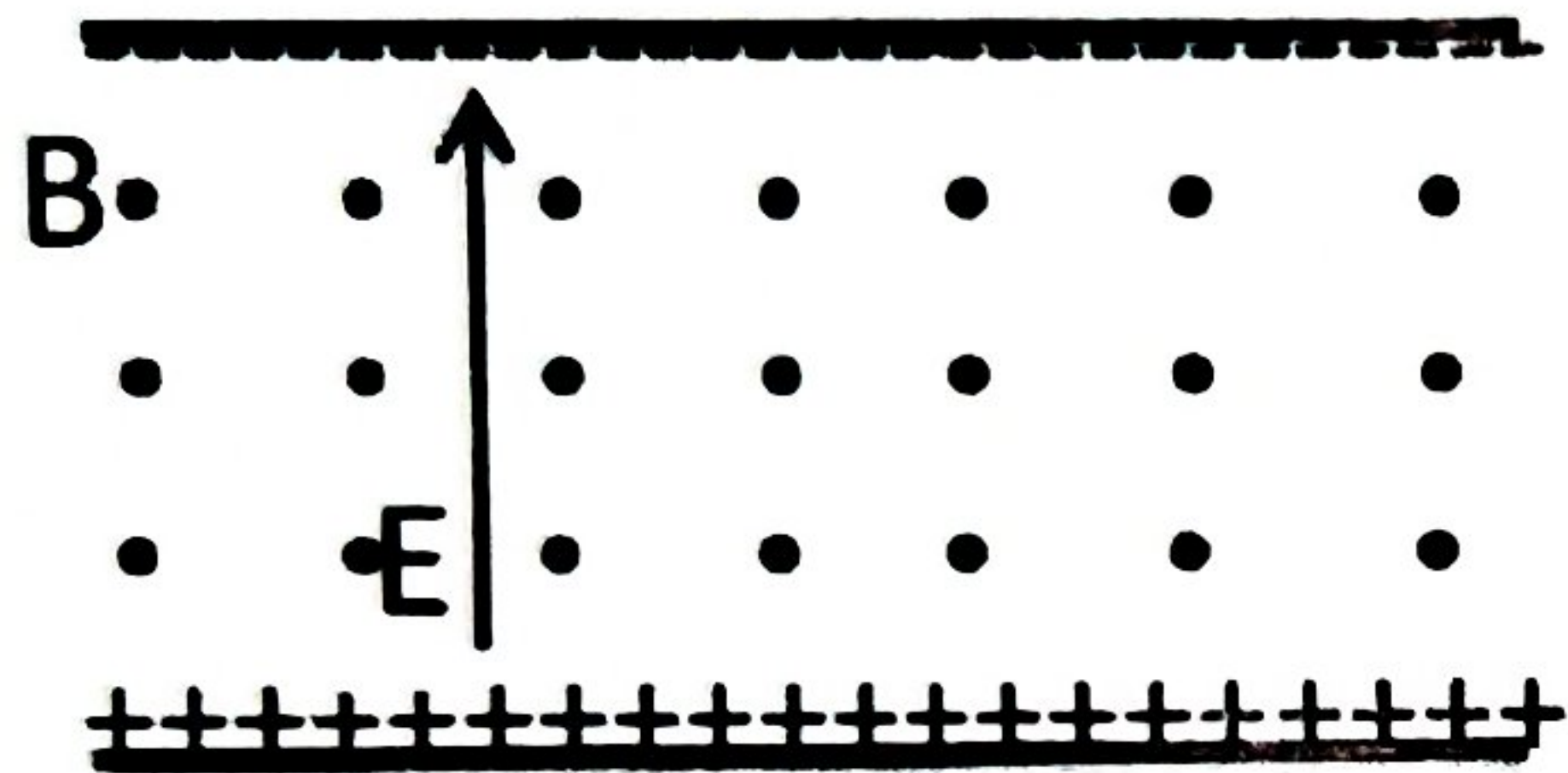
۱۶ رادین

۵۷ حواصین

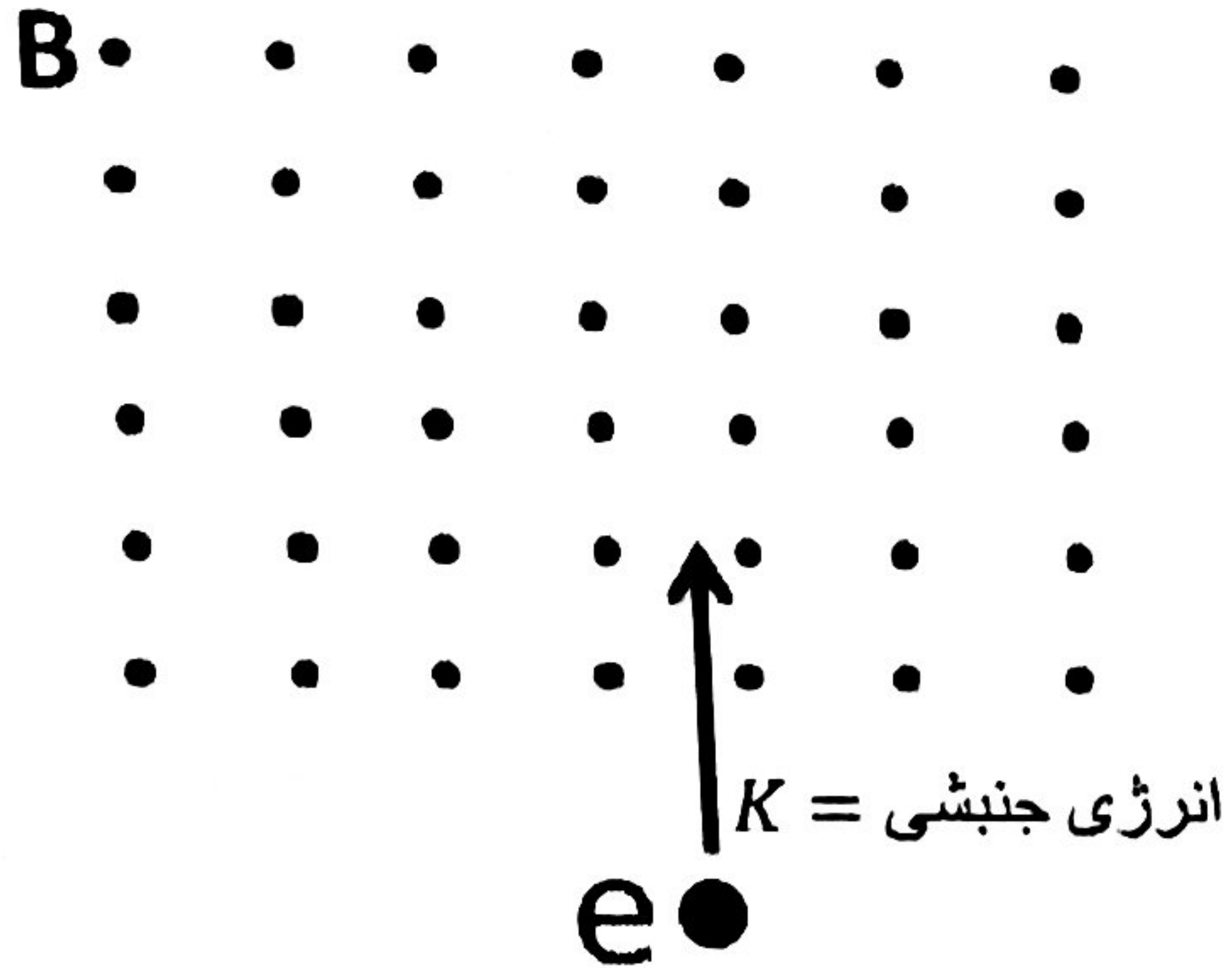
1. در شکل زیر (که یک گزینشگر سرعت را نشان می دهد)، الکترون های با سرعت های متفاوت در امتداد محور x وارد فضای بین دو صفحه ی یک خازن مسطح می شوند. در فضای بین دو صفحه ی این خازن، یک میدان الکتریکی $\vec{E} = 1.2 \times 10^4 \text{ (V/m)} \hat{j}$ و یک میدان مغناطیسی برون سو $\vec{B} = 18 \text{ (mT)} \hat{k}$ برقرار است. سرعت الکترون هایی را که بدون انحراف در امتداد محور x از فضای بین دو صفحه خارج می شوند، بر حسب m/s تعیین کنید.

(5 نمره)

دسته الکترونهاى با
سرعتهاى متفاوت



2. الکترونی با انرژی جنبشی برابر K تحت زاویه 90° نسبت به میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0.01 \text{ T}$ ، حرکت می کند.
- الف. چه نیروی مغناطیسی منحرف کننده ای ($\vec{F}_B$) بر الکترون وارد می شود (بر حسب K ، بار الکترون e ، و جرم الکترون m_e)؟
- ب. شعاع حرکت مسیر دایره ای الکترون را بیابید.
- ج. فرکانس حرکت چرخشی (دورانی) حرکت ذره باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت B را بدست آورید و این فرکانس را "فرکانس" می نامند.
- د. اگر این الکترون با سرعت v ، تحت یک زاویه "دلخواه" نسبت به میدان مغناطیسی "یکنواخت" حرکت کند، مسیر حرکت ذره چگونه است؟

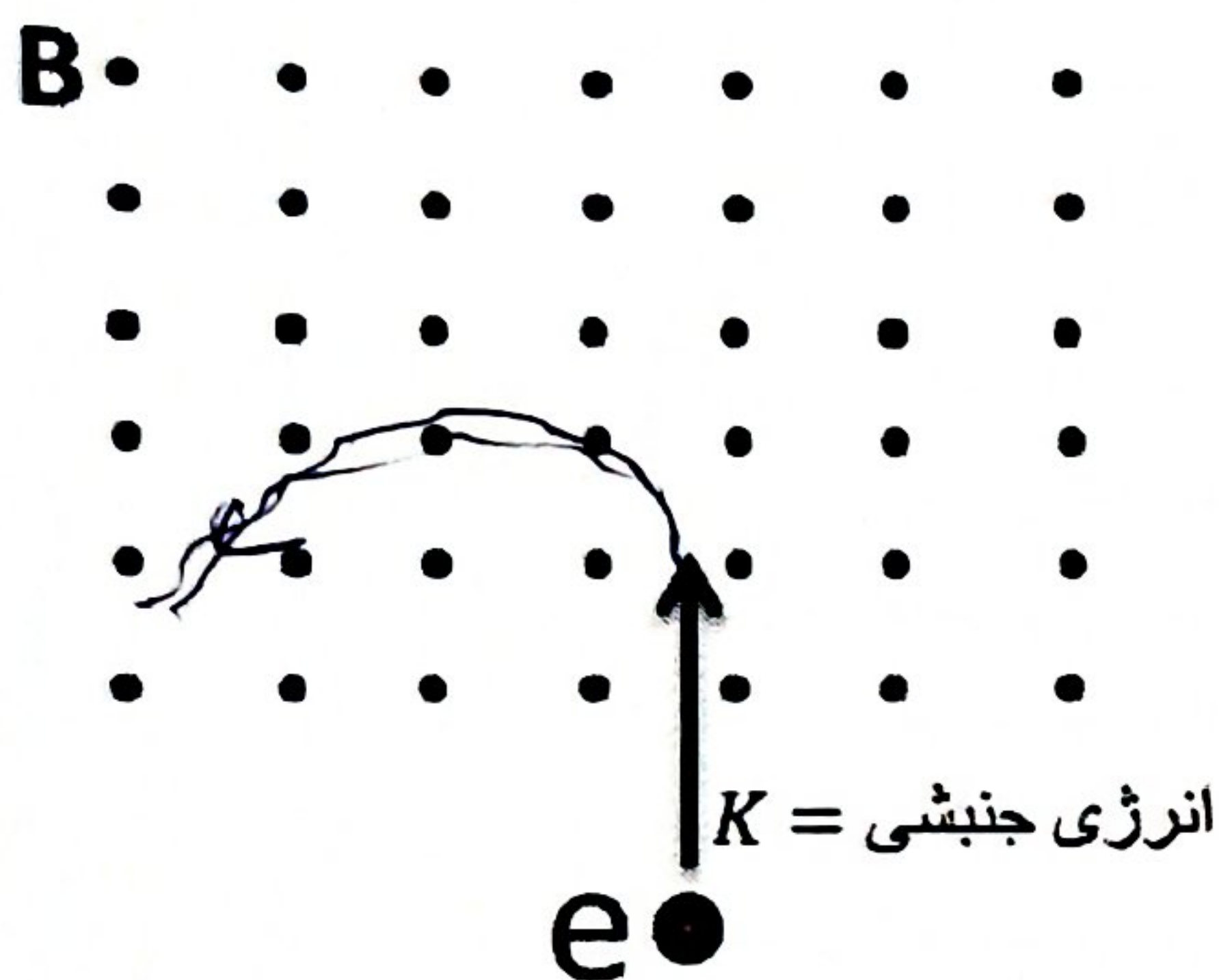


2. الکترونی با انرژی جنبشی برابر K تحت زاویه 90° نسبت به میدان مغناطیسی یکنواخت $B = 0.01 \text{ T}$ ، حرکت می کند.

الف. چه نیروی مغناطیسی منحرف کننده ای ($\vec{F}_B$) بر الکترون وارد می شود (بر حسب K ، بار الکترون e ، و جرم الکترون m_e)؟
 ب. شعاع حرکت مسیر دایره ای الکترون را بیابید.

ج. فرکانس حرکت چرخشی (دورانی) حرکت ذره باردار در میدان مغناطیسی یکنواخت B را بدست آورید و این فرکانس را "فرکانس" می نامند.

د. اگر این الکترون با سرعت v ، تحت یک زاویه "دلخواه" نسبت به میدان مغناطیسی "یکنواخت" حرکت کند، مسیر حرکت ذره چگونه است؟



الف : بین v و B ، $\theta = 90^\circ$

$$F_B = q v B \sin \theta = q v B$$

$$\rightarrow F_B = e \sqrt{\frac{2K}{m}} \times 0.01 \text{ N}$$

توجه: بار الکترون

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

(۱)

$$F_B = q v B = \frac{m v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m v}{q B}$$

ب : (۲)

$$f = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\frac{q B R}{m}} = \frac{2\pi m}{q B}$$

$$\rightarrow f = \frac{q}{m} \frac{B}{2\pi}$$

(۳)

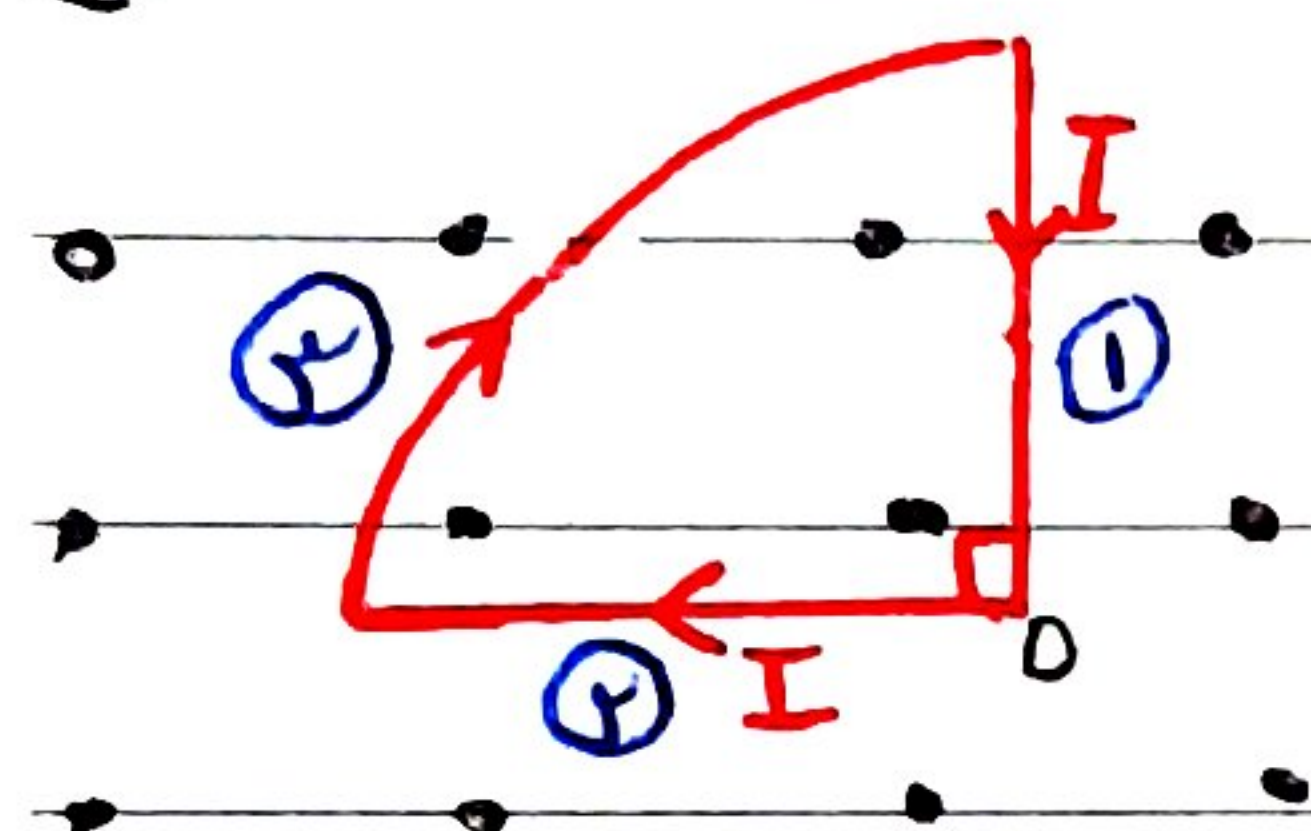
فرکانس سیکلوترون (۱)

د : مارپیچی (۱)

نمونه سوال امتحانی

- ۱- در مدار شکل زیر، جریان نامی برقرار است. مدار شامل دو قطعه سیم هکساجونال R و یک ربع دایره $\frac{\pi}{4}$ به شعاع R است. این مدار در میدان یکنواخت B قرار دارد.
- الف. نیروی مغناطیسی وارد بر هر قسمت از مدار چیست؟
- ب. نیروی مغناطیسی بر ایند بر حلقه؟
- ج. گشتاور در قطعه مستطیلی μ (جهت اندازه) P ؟
- د. از مرکز تابش مغناطیسی این حلقه، نسبت به زاویه منبای 90° چیست؟

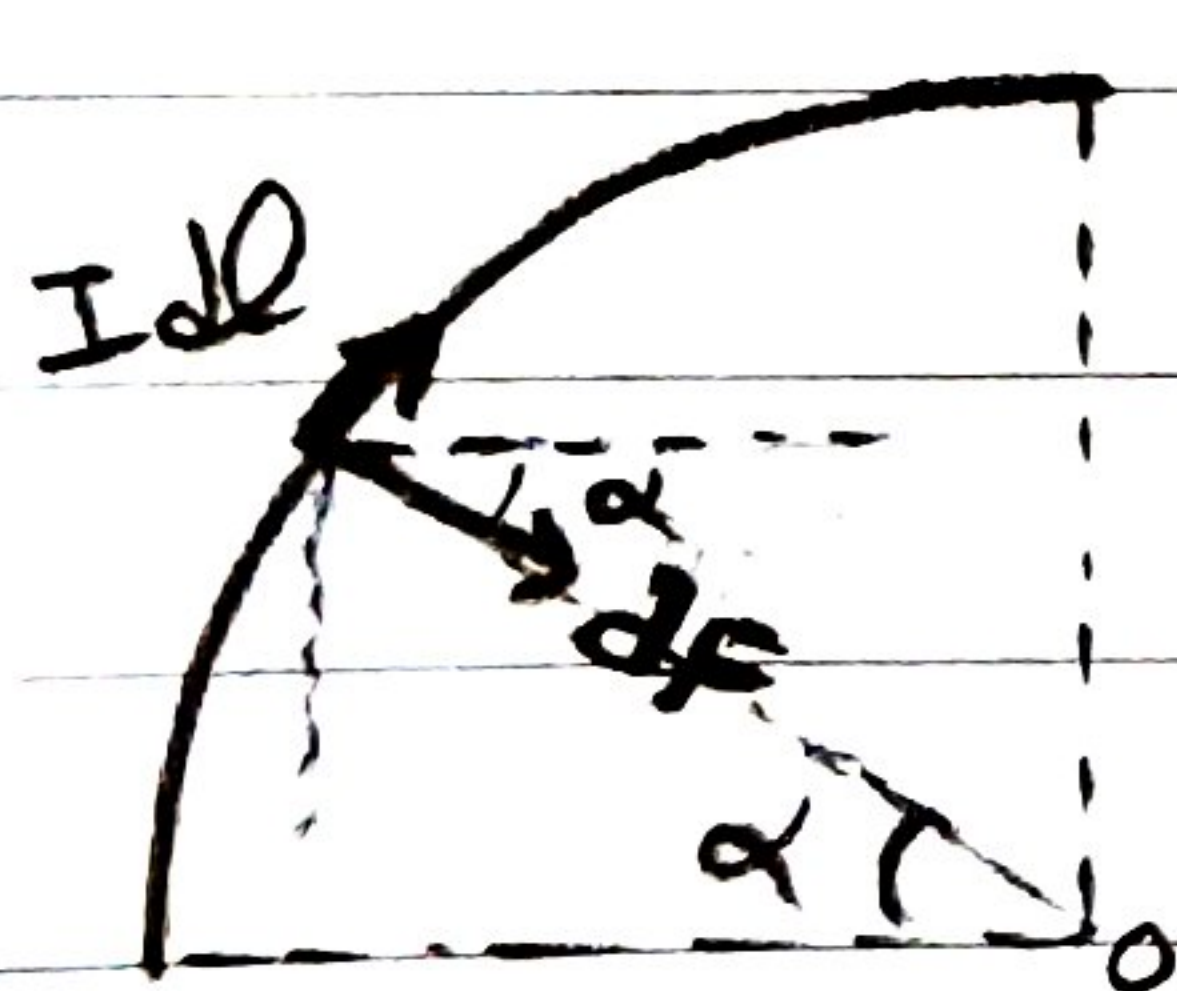
حل: حلقه را به ۳ سیم تقسیم می‌کنیم و $\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$



سیم ۱: $F_1 = I B R (\hat{n})$ $F_1 \leftarrow$

سیم ۲: $F_2 = I R B (\hat{j})$ $F_2 \uparrow$

سیم ۳: $dF = I dl B$ اندازه نیروی جزئی وارد بر این جزئی



$$dF_x = dF \cos \alpha$$

$$dF_y = dF \sin \alpha$$

$$F_x = \int dF_x = \int dF \cos \alpha = \int I dl B \cos \alpha$$

$$= I B \int_0^{\pi/2} R d\alpha \cos \alpha = I B R \sin \alpha \Big|_0^{\pi/2} = I B R (\hat{i})$$

$$F_y = \int dF_y = \int dF \sin \alpha = \int I dl B \sin \alpha$$

$$= I B \int_0^{\pi/2} R d\alpha \sin \alpha = I B R (-\cos \alpha) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= I B R (-\hat{j})$$

اندازه نیروی کل وارد بر سیم ۳

$$|F_3| = \sqrt{F_{x3}^2 + F_{y3}^2} = \sqrt{(I B R)^2 + (I B R)^2} = I \sqrt{2} R B$$

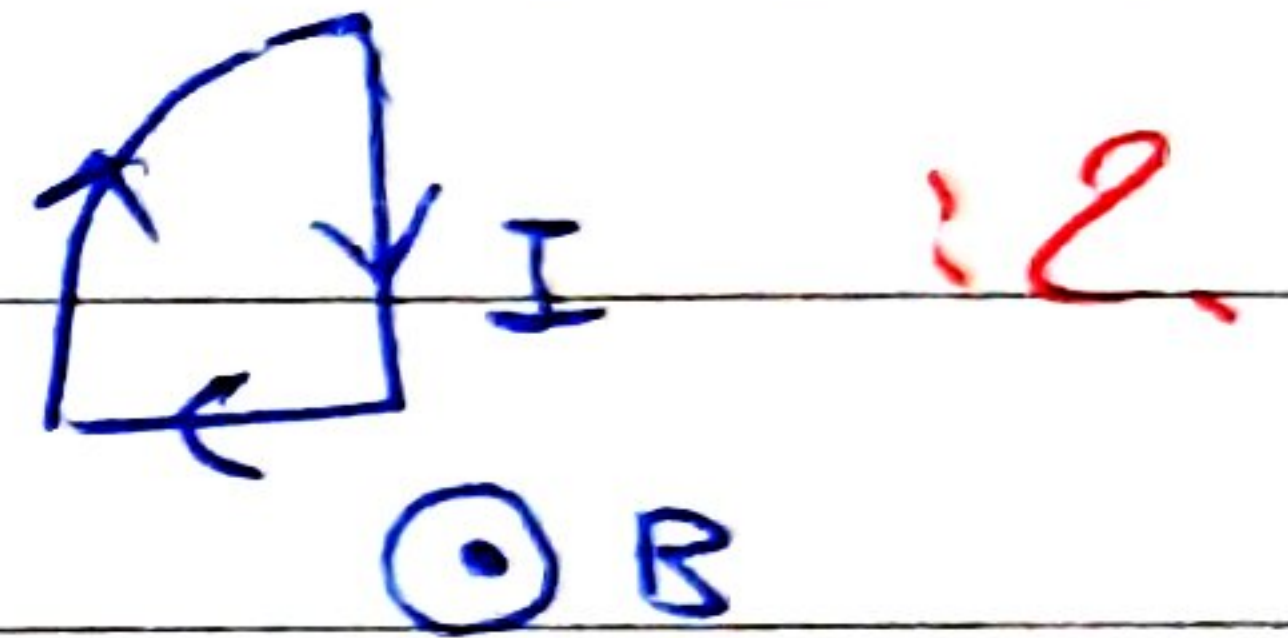
صورت

پ: نیروی مغناطیسی وارد در حلقه؟

با جمع مؤلفه x کل نیروی وارد شده y است
در دایره حلقه

$F_y = 0$
مگر در دایره حلقه

$$\vec{\mu} = I \vec{A} = I \left(\frac{1}{r} n R^2 \right) \otimes \vec{\mu}$$



$$U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos 180^\circ = \mu B$$

مثالی: یک حلقه به هم چسبیده شکل در میدان مغناطیسی با تغییرات قرار دارد.

(حلقه حامل جریان I) - الف. نیروی مغناطیسی وارد بر هر ضلع حلقه؟

ب. نیروی مغناطیسی بر ایند وارد بر حلقه؟

ج. گشتاور نیروی وارد بر حلقه (بردار آن) را بنویسید.

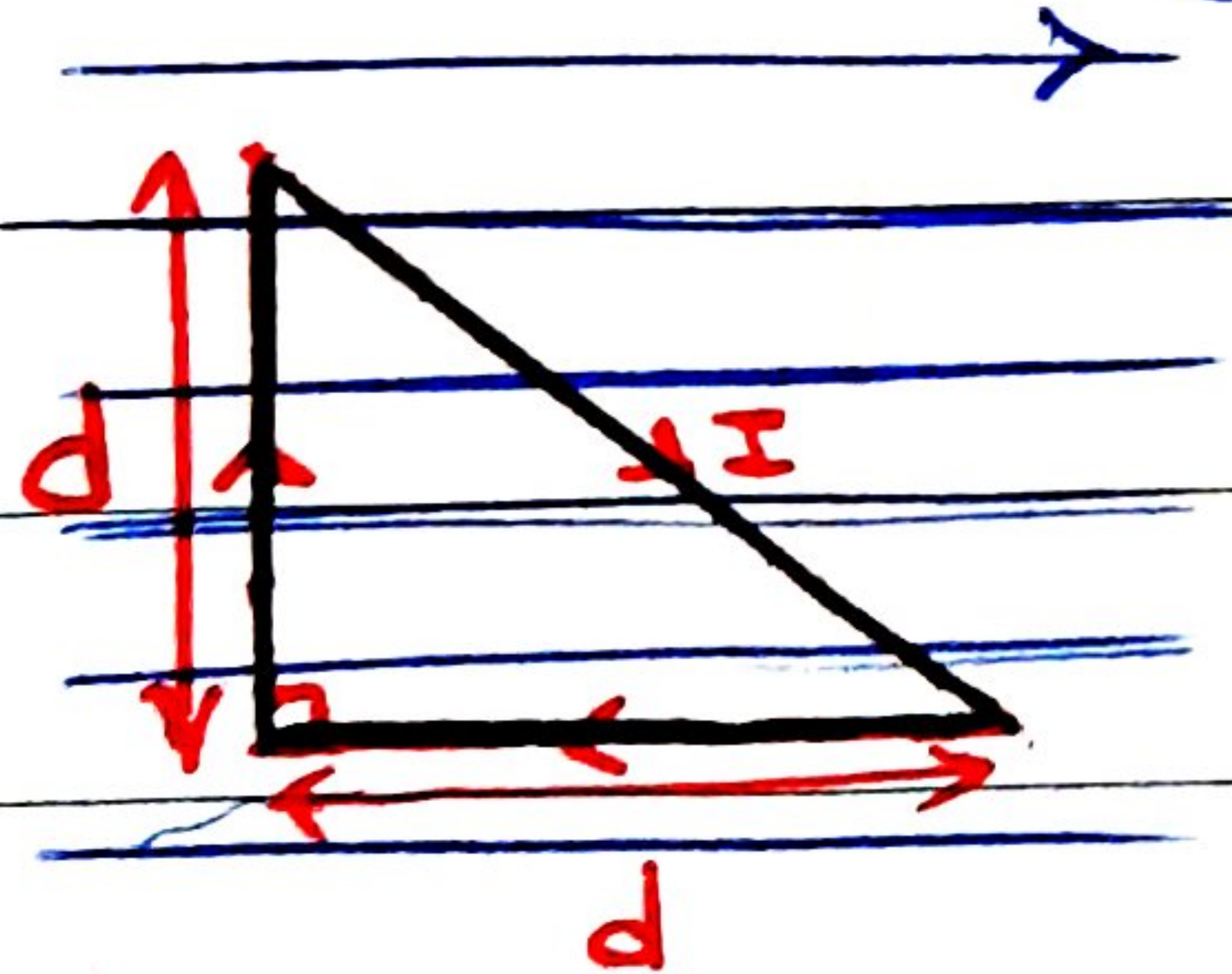
د. گشتاور دو قطبی مغناطیسی μ (جهت دایره‌ای؟)

ه. از زاویه بین مغناطیسی حلقه؟

و. کار نیروی خارجی لازم برای حرکت حلقه از حالت شکل داده شده به حالتی که

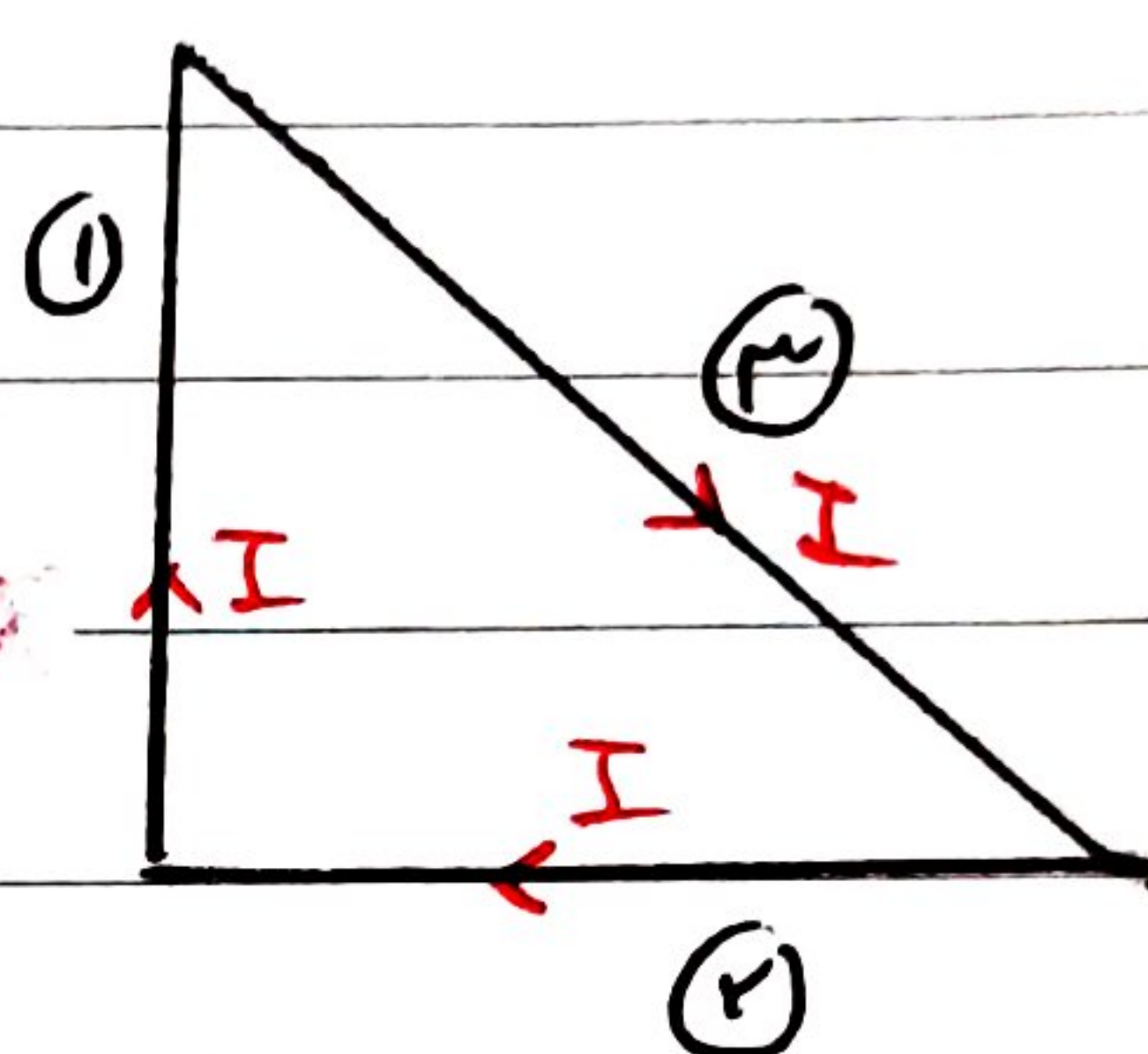
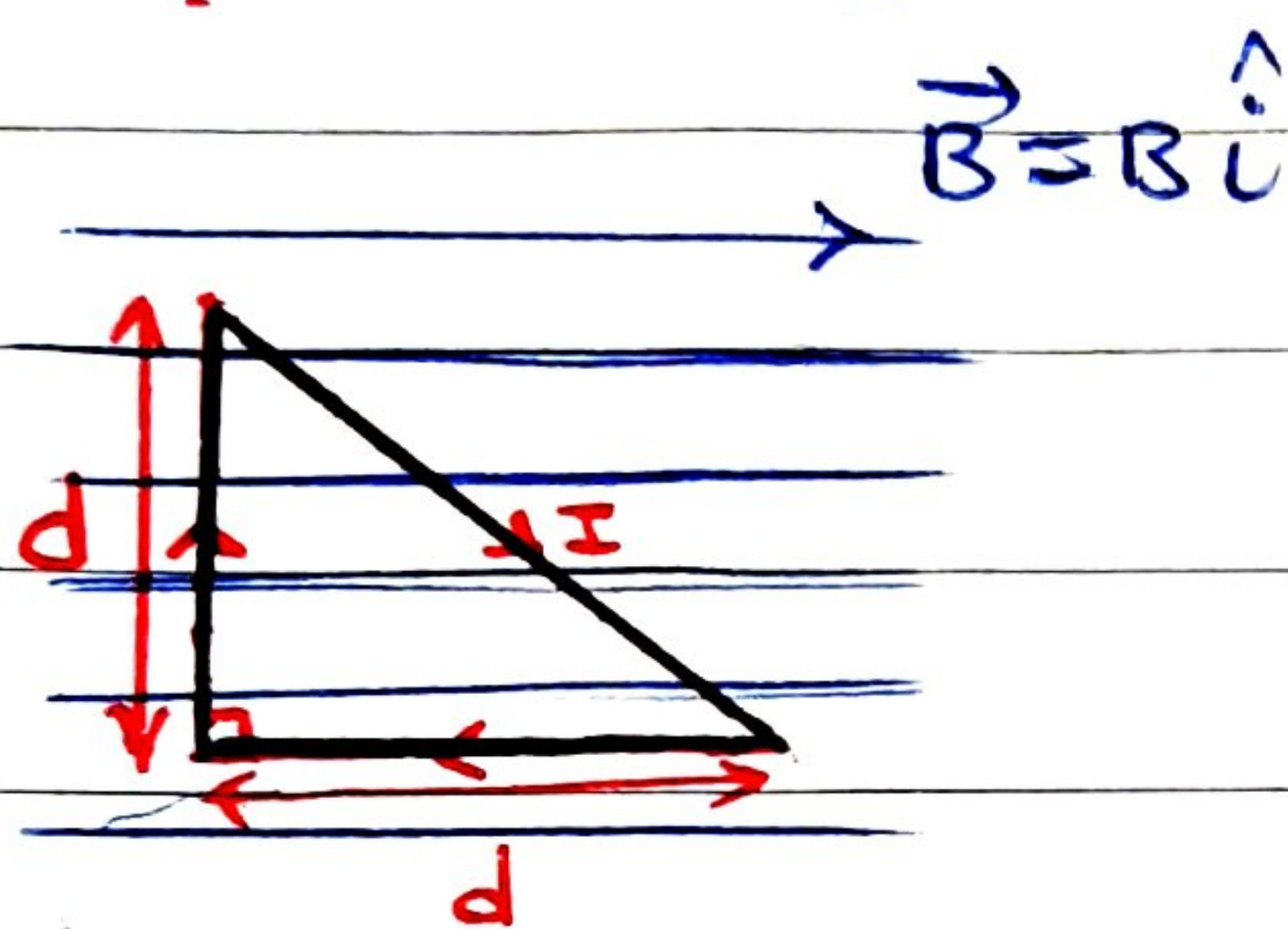
گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن، در جهت x - قرار گیرد، چقدر است؟

$$\vec{B} = B \hat{i}$$



- مثال: یک حلقه به هم چسبیده شکل در میدان مغناطیسی با متغیرت قرار دارد.
- (حلقه حامل جریان I) - الف. نیروی متناظری وارد بر هر ضلع حلقه؟
- ب. نیروی مغناطیسی بر ایند وارد بر حلقه؟
- ج. گشتاور نیروی وارد بر حلقه (بردار آن) را بنویسید.
- د. گشتاور دو قطبی مغناطیسی μ (جهت دایره‌ای)؟
- ه. از زاویه بین مغناطیسی حلقه؟

و. کار نیروی خارجی لازم برای حرکت حلقه از حالت شکل داده شده به حالتی که گشتاور دو قطبی مغناطیسی آن، در جهت x قرار گیرد، چقدر است؟



حل:

$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

نیروی وارد بر سیم ①: $F_B = I l B \sin 90 = I d B$

نیروی وارد بر سیم ②: چون I و B هم‌راستا هستند $F_B = 0$

نیروی وارد بر سیم ③: $F_B = I l B \sin \theta = I l B \sin 45$
 $= I \sqrt{2} d B \times \frac{\sqrt{2}}{2} = I d B$

ب: از الف می‌توان دید نیروی کل وارد بر حلقه متوازن است.

چون $F_{1B} = I d B$ ④
 $F_{3B} = I d B$ ⑤ $\rightarrow F_{\text{کل}} = 0$

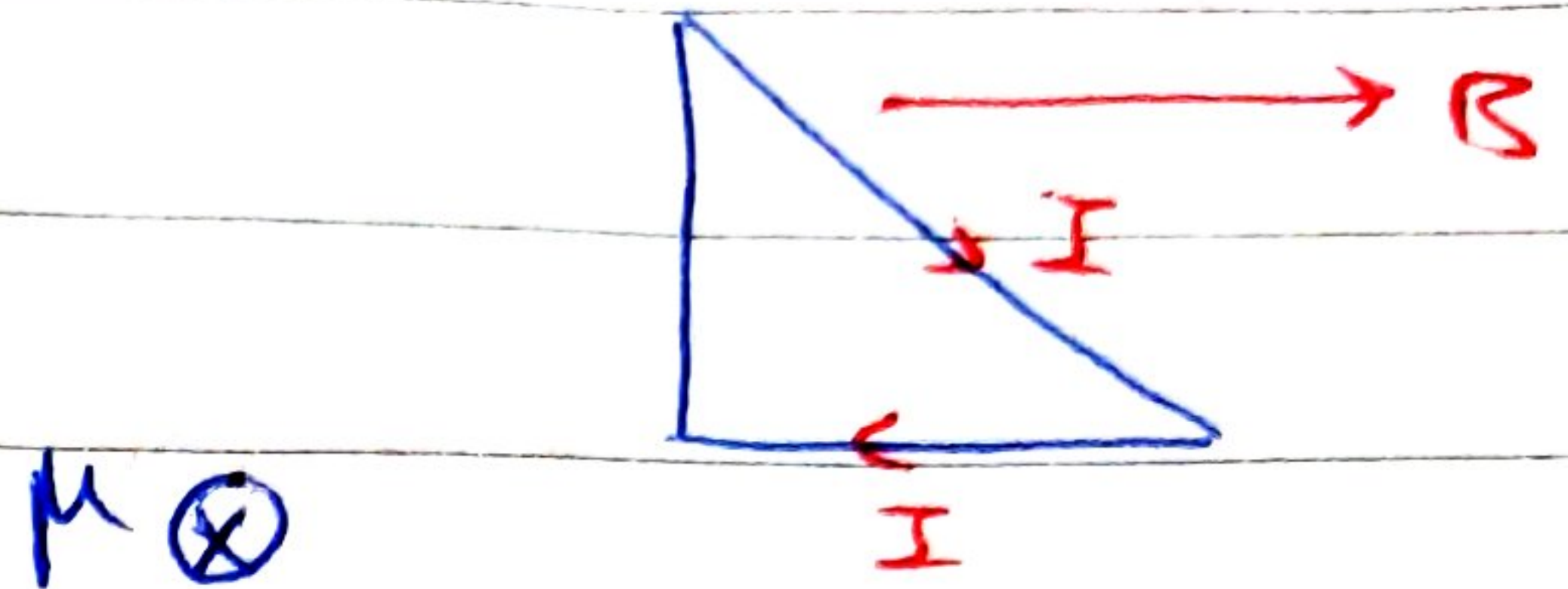
ج: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ $\Rightarrow \tau = \mu B \sin 90 = \mu B$ اندازه

$\mu = I A = I \left(\frac{1}{2} \times d^2 \right) \rightarrow \tau = \frac{1}{2} d^2 I B$ اندازه

هـ : انرژی پتانسیل صفحه ۱

$$U_B = - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$\text{اولیه} = - \mu B \cos 90^\circ = 0$$



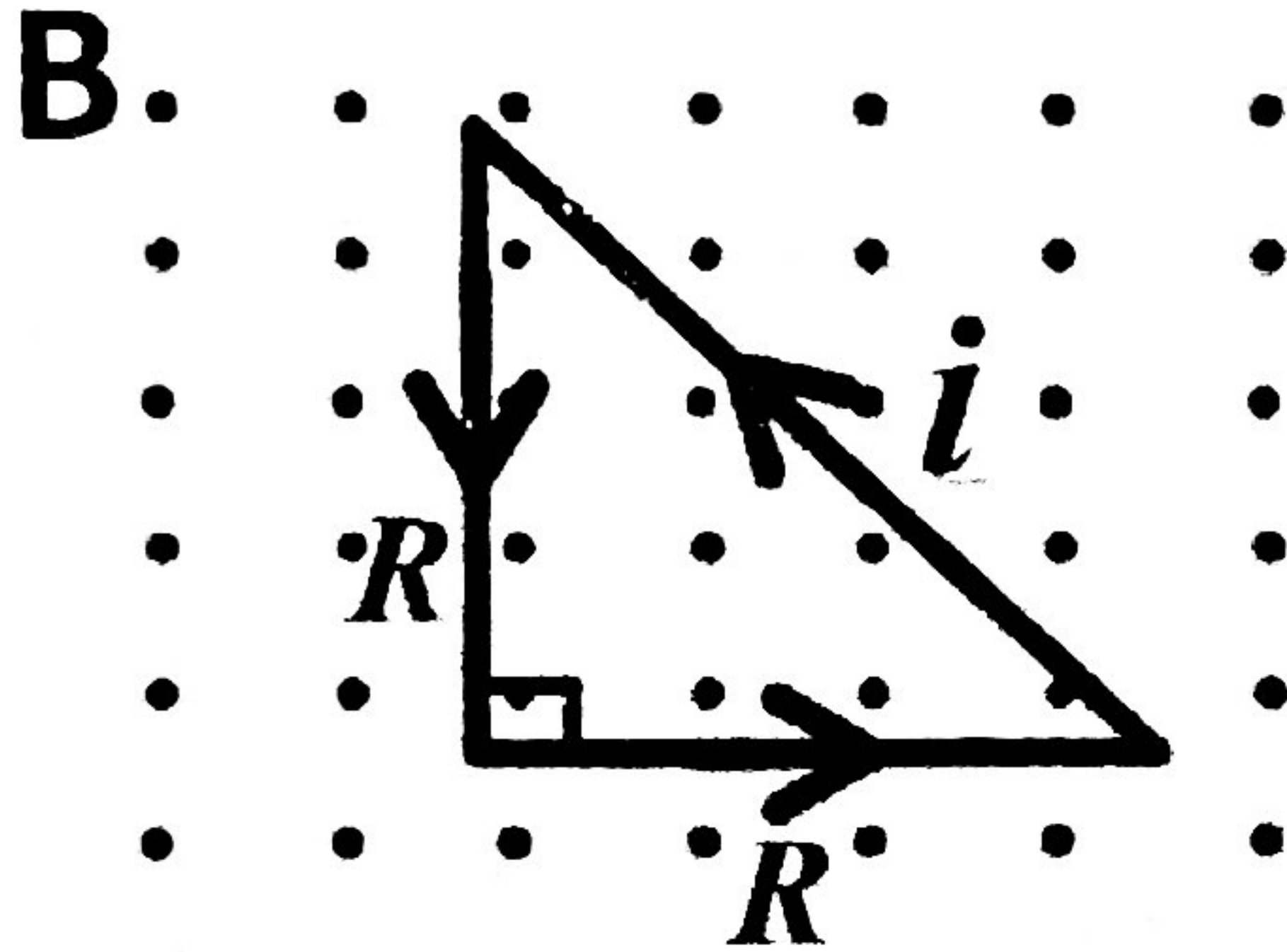
و : حالت صفر صفحه ۲

$$U = - \vec{\mu} \cdot \vec{B} = - \mu B \cos 180^\circ = \mu B$$

$$W_{\text{ext}} = U_{\text{صفر}} - U_{\text{نیم}} = \mu B - 0 = \mu B$$

باید تغییر انرژی صرف کردن صفحه ۳ -> ۳ - تکرار دهم .

1. مطابق شکل زیر، یک مدار شامل سه قطعه سیم مستقیم است. طول دو تا از اضلاع نشان داده شده، هر یک به طول R است. این مدار حامل جریان i ، در میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت برون سوی B قرار دارد.
- الف. نیروی مغناطیسی وارد بر هر قسمت از مدار را به دست آورید.
- ب. نیروی مغناطیسی برآیند وارد بر مدار چقدر است؟
- ج. جهت و بزرگی گشتاور دوقطبی مغناطیسی (μ) این مدار را محاسبه کنید.
- د. انرژی پتانسیل مغناطیسی این حلقه، نسبت به زاویه مبنای 90° درجه، چقدر است؟ (جواب ها را بر حسب پارامترهای مسئله بنویسید.)



فصل هفتم

Year: 1 Month: Day:

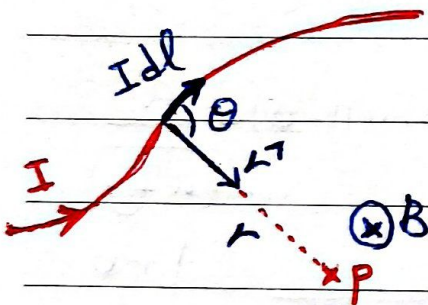
Subject:

فصل ۳۱ همدون : چگونگی میدان مغناطیسی
۲۹ هاسری (میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی)

دوره پیش از نشأ میدان مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی است.
در این فصل قانون بیوساوار و قانون آمپر بررسی می شود.

محاسبه میدان مغناطیسی { قانون بیوساوار (روش المان گیری)
قانون آمپر (از تقارن استفاده می شود)

الف. قانون بیوساوار



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ ثابت کربادی مغناطیسی

اگرچه :
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\theta}{r^2}$$
 $\frac{T \cdot m}{A}$

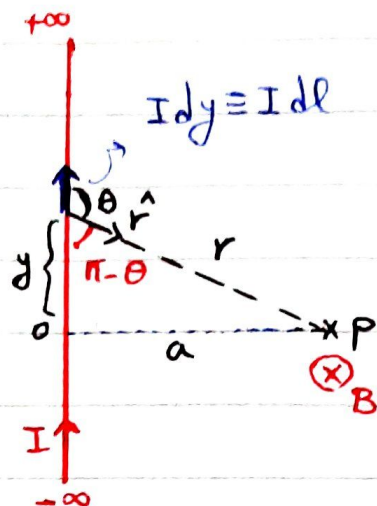
$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

میدان کل ناشی از سیم حامل جریان

جهت B : از قاعده «دست راست» :

جهت اثر : در راستای I ، و جهت چرخش : جهت B است.

مثال ۱: میدان مغناطیسی حاصل از جریان ثابت I در یک سیم مستقیم بی‌نهایت در فاصله a از سیم چقدر است؟



$$|dB| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy \sin \theta}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy \sin \theta}{r^2}$$

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} dB$$

مقدار از سیم بی‌نهایت

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy \sin \theta}{a^2 + y^2}$$

$$, \sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dy a}{(a^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\frac{y}{a \sqrt{a^2 + y^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty}$$

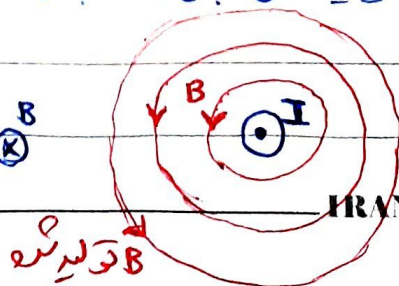
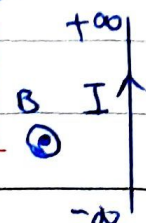
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[\frac{y}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{y^2}}} \right]_{-\infty}^{+\infty} = [1 - (-1)] \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

یادداشت: $\int \frac{a dy}{(a^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{1}{a} \left(\frac{y}{(a^2 + y^2)^{1/2}} \right)$

* پس اگر یک سیم بی‌نهایت با طول ∞ داشته باشیم، میدان مغناطیسی در فاصله R از سیم:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



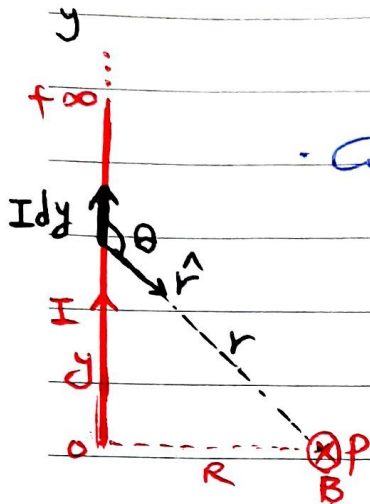
دور از بالا:

مثال ۲: میدان مغناطیسی ناشی از یک خط حامل جریان I بی‌نهایتی چیست؟

نکته: میدان مغناطیسی حاصل از یک مستقیم بی‌نهایتی حامل جریان، فقط متناظرش نمی‌باشد.

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

راه حل: مثل مثال ۱، فقط حدود انتگرال از $-\infty$ تا $+\infty$ است.

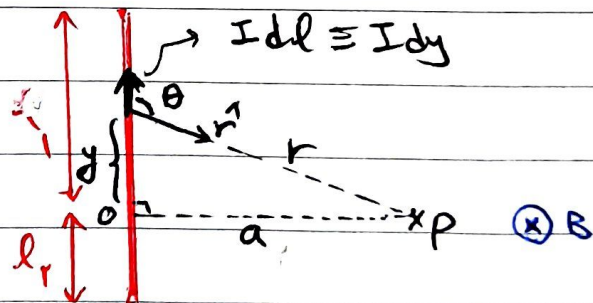
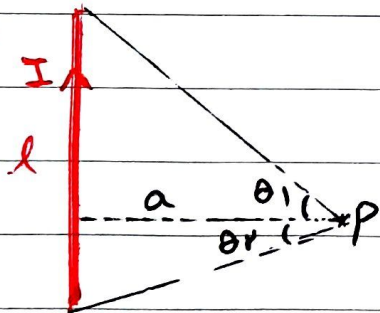


$$dB_P = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \quad \odot$$

مثال ۳: میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم محدود با طول محدود l چیست؟ (در نقطه P)

میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم حامل جریان I با طول محدود l چیست؟ (در نقطه P)



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dy \sin\theta}{a^2 + y^2}, \quad \sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}}$$

$$B_P = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_{-l_1}^{l_2} \frac{dy}{\sqrt{a^2 + y^2}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[\frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right]_{-l_1}^{l_2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left[\frac{l_1}{\sqrt{a^2 + l_1^2}} + \frac{l_2}{\sqrt{a^2 + l_2^2}} \right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} [\sin\theta_1 + \sin\theta_2]$$

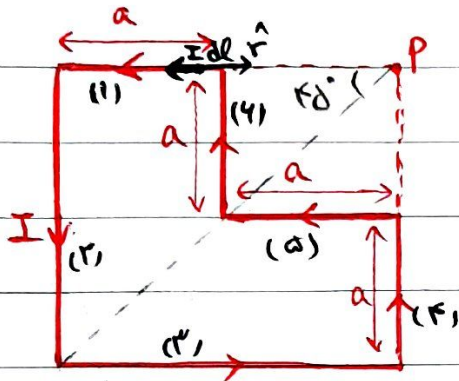
↓ میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم محدود با طول l در فاصله a از سیم

نکته: نت جواب :

سهمین لبه : $\theta_2 = 0$
 $\theta_1 = 90^\circ \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{r n a}$

سهمین طول : $\theta_1 \rightarrow 90^\circ$
 $\theta_2 \rightarrow 90^\circ \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{r n a}$

مثال ۴: سیمه ۳۳ هالیدی فصل میدان مغناطیسی (دور از ۸) (۳۱ هالیدی وایتر ۱۰)
در شکل دور و بزرگ و جهت میدان مغناطیسی تعیین شده در نقطه P را بیابید.

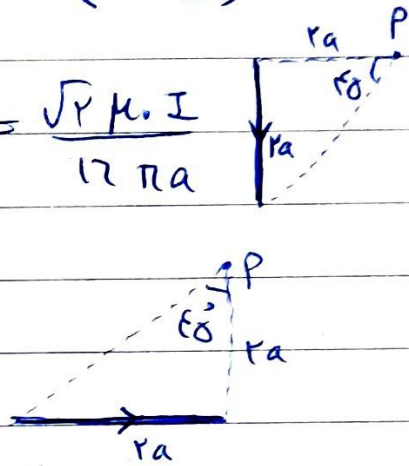


$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^2} \Rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \theta}{r^2} = 0$$

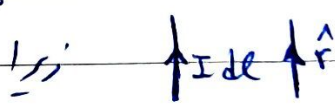
چون $\vec{I} dl$ و $\vec{r}$ هم‌راستا هستند.

$$\odot \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi (ra)} [\sin \theta_1 + \sin \theta_2] = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a}$$

$$\odot \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi (ra)} [\sin \theta_1 + \sin \theta_2] = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a}$$

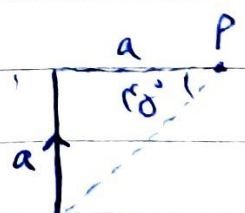


$$B = 0 \quad \text{چون} \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{I dl \sin \theta}{r^2} = 0$$



$$\otimes \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi (a)} [\sin \theta_1 + \sin \theta_2] = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a}$$

$$\otimes \quad B = \frac{\mu_0 I}{4\pi (a)} [\sin \theta_1 + \sin \theta_2] = \frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a}$$



$$\Rightarrow \vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n$$

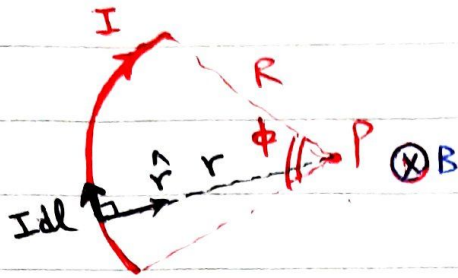
$$= \frac{2 \times \sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a} - \frac{2 \times \sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a} = -\frac{\sqrt{2} \mu_0 I}{12 \pi a}$$

⊙

⊗

جهت B: ⊗

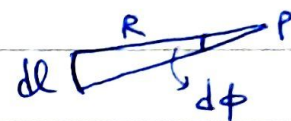
مثال ۵: میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم باریک حامل جریان I در مرکز آن کمان چقدر است؟
(زاویه کمان: ϕ)



$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$ r: فاصله از مرکز کمان
P: نقطه

برای $\theta = 90^\circ$ $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \theta}{R^2} \rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl$

$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl$ کمانی از زاویه ϕ

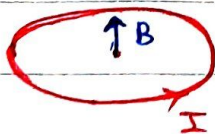


$dl = R d\phi$

$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_0^\phi R d\phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \phi$

$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \phi$ ϕ بر حسب رادیان

مثال ۶: میدان مغناطیسی ناشی از یک حلقه جریان I در مرکز حلقه؟
(شعاع R)

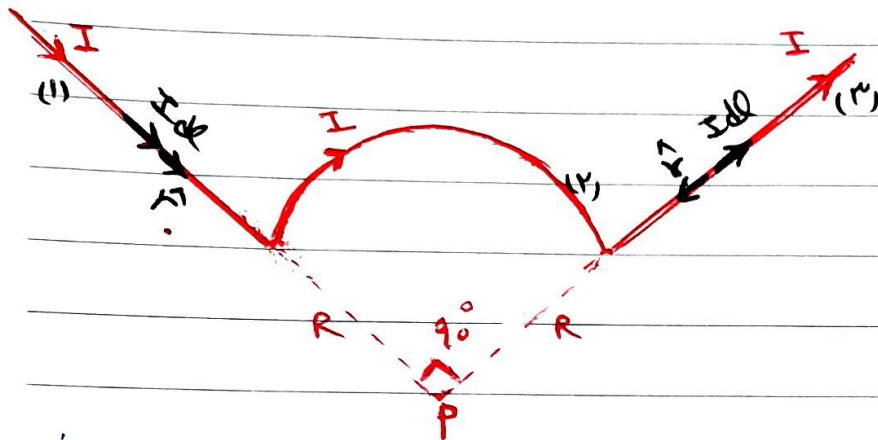


از مثال ۵: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \phi$

$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2\pi) = \frac{\mu_0 I}{2R}$
انرژی



مثال ۷: میدان مغناطیسی ناشی از سیم صاف و یک دایره در یک نقطه P (در نقطه P)



برای (1)

$$dB_{(1)} = \frac{\mu_0 I dx r}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I dx \sin\theta}{4\pi r^2} = 0 \rightarrow B_{(1)} = 0$$

برای (3)

$$dB_{(3)} = \frac{\mu_0 I dx r}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 I dx \sin\theta}{4\pi r^2} = 0 \rightarrow B_{(3)} = 0$$

نتیجه: میدان مغناطیسی در مرکز یک قطعه سیم مستقیم و هلال است.

⊗

$$B_{(2)} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \left(\pi \right) = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

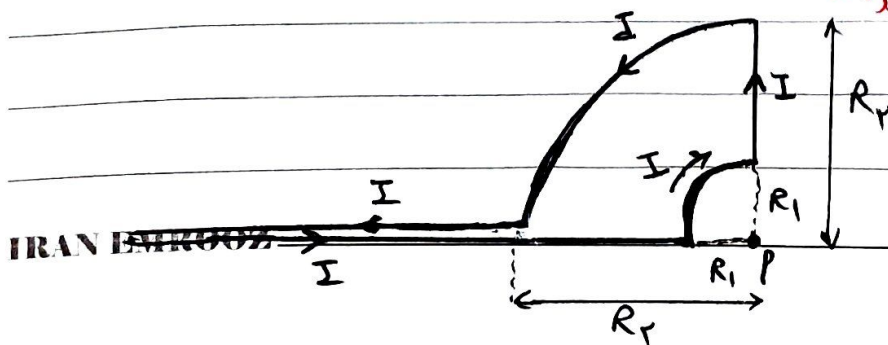
→ $B = \frac{\mu_0 I}{4R}$ ⊗

میدان ناشی از سیم دایره ای

مثال ۸: حلقه سیم صاف

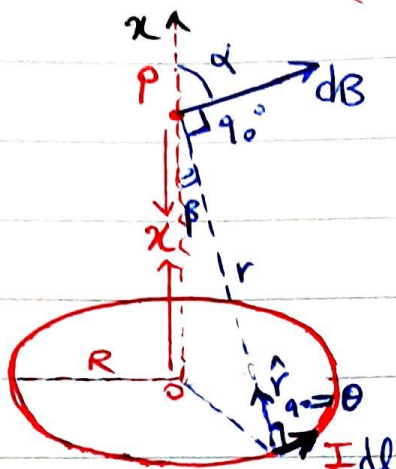
میدان مغناطیسی (اندازه و جهت) ناشی از سیم دایره ای در یک نقطه P

سیم ۸ فصل ۳۱ همدون



مثال ۹: سیمه ۱۷ هردون مض ۳۱

یک صفحه جریان I داریم. میدان مغناطیسی تولید شده را در نقطه P بیابید.
(نقطه P در محور حلقه، فاصله x از مرکز حلقه)

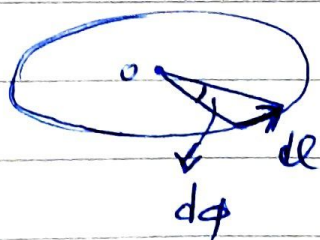


$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \theta}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I dl \sin 90^\circ}{4\pi (R^2 + x^2)}$$

$$B = \int dB \cos \alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl \cos \alpha}{(R^2 + x^2)}$$



$$dl = R d\phi$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\cos \alpha = \sin \beta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

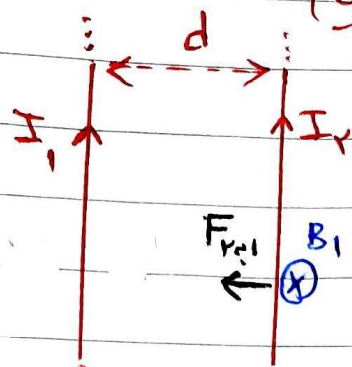
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R d\phi}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I R^2}{4\pi (R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

در جهت $\hat{x}$

در نقطه P فاصله x از مرکز حلقه

نبردی بین دو سیم حامل جریان موازی؟ (اطمینان)



(در فاصله d از سیم I_1)
 $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ میدان مغناطیسی ناشی از جریان I_1

حال سیم حامل جریان I_2 درون میدان مغناطیسی B_1 قرار دارد و نیروی مغناطیسی

دارد بر سیم I_2 از طرف میدان B_1 :

$$|\vec{F}_{12}| = I_2 \vec{l}_2 \times \vec{B}_1 = I_2 l_2 B_1 \sin 90^\circ$$

و به همین ترتیب می‌توان گفت که سیم حامل جریان I_1 درون میدان مغناطیسی B_2

$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$ در مکان سیم I_1 تولید می‌کند. و این میدان B_2 بر سیم

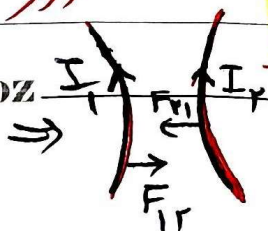
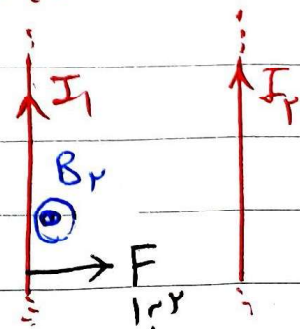
حامل جریان I_1 نیروی مغناطیسی F_{21} وارد می‌کند :

$$|\vec{F}_{21}| = I_1 \vec{l}_1 \times \vec{B}_2 = I_1 l_1 B_2 \sin 90^\circ$$

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

(از $l_1 = l_2$)

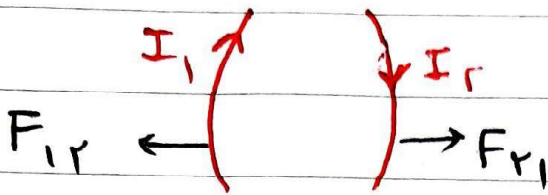
$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2 l_1}{2\pi d}$$



Year: | • Month: Day:

Subject:

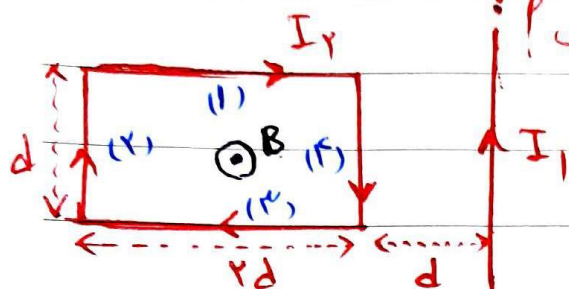
نقطه: اگر جریان استری، درون دویم، در هدف مجسم باشند، دویم
همدیگر را دفع می کنند.



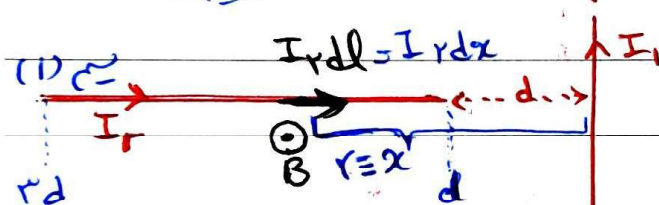
مثال ۱۵: فیس ۲۱ عددون .

حلقه سیم مستقیم طول حاصل جریان I_1 است. در طبقه سیم مستقیم جریان ساکن I_2 قرار دارد. الف: نیروی مغناطیسی وارده بر دو ضلع مستقیم P ب: نیروی برآیند وارده بر حلقه مستقیم شکل P

$$I_1 = 4A \quad I_2 = 8A$$



الف: $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$ در این حلقه سیم از سیم I_1 در فاصله r از سیم I_1



ب: $d\vec{F}_1 = I_2 d\vec{l} \times \vec{B} = I_2 dx B \sin 90^\circ$

$$dF_1 = I_2 dx \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

$$\rightarrow F_1 = \int dF_1 = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln x \Big|_d^{2d} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln 2$$

ج: F_1 (downward)

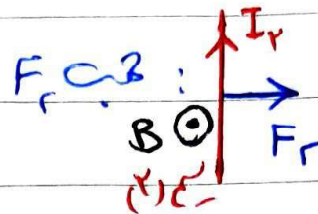
د: $F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln 2$ (upward)

ه: F_2 (upward)

و: $F_y = 0$ (because $F_y = F_1 - F_2 = 0$)

(۲) $\vec{F}_r = I_r \vec{l}_r \times \vec{B} \rightarrow |\vec{F}_r| = I_r l_r B \sin 90^\circ$

، $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (r_d)}$
(در همان رسم)

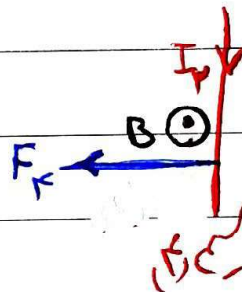


$$F_r = \frac{\mu_0 I_1 I_r l_r}{2\pi (r_d)}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_r}{4\pi}$$

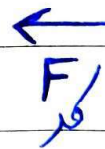
$$|\vec{F}_{(r)}| = I_r l_r \times B = I_r d \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \right) = \frac{\mu_0 I_1 I_r}{2\pi}$$

(۳) $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (d)}$
(در همان رسم)



$\Rightarrow F_n = F_r - F_r = \frac{\mu_0 I_1 I_r}{2\pi} - \frac{\mu_0 I_1 I_r}{2\pi}$

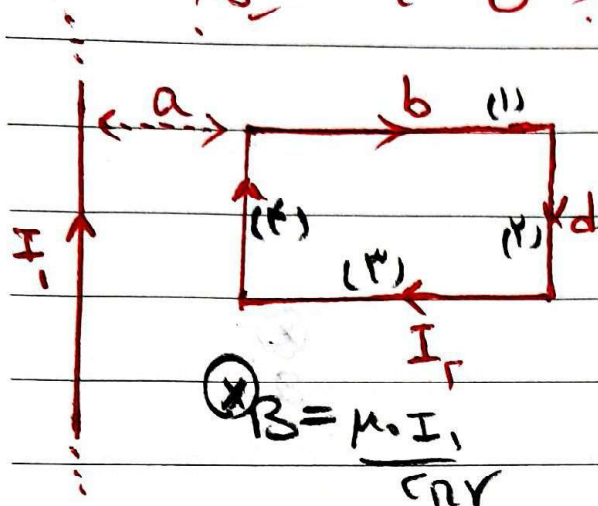
دقت کنید: جهت نیروی کل (بر سمت چپ)
(در سمت چپ و کشیده)



Year: ۱۳ Month: Day:

Subject:

مثال ۱: در شکل زیر، نیروی مغناطیسی وارده بر هر ضلع حلقه مستطیلی P نیروی برآیند وارده بر کل حلقه مستطیلی P



جواب:

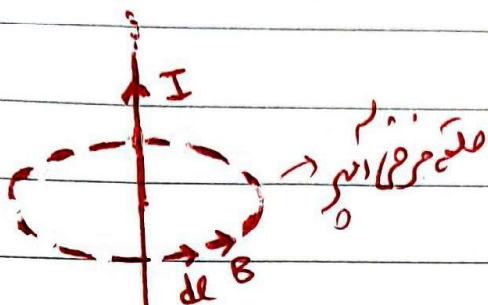
$$\vec{F}_y \left\{ \begin{array}{l} F_y = 0 \\ F_x = F_L - F_R = \frac{\mu_0 I_1 I_2 d}{2\pi} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} \right) \end{array} \right.$$

قانون آمپر: «رابطه بین سیم راست حامل جریان و میدان مغناطیسی ناشی از آن»

بدلت دهد.

«حلقه دهنی نه حلقه آمپر»

«مقدار کل تغییر میدان مغناطیسی روی یک حلقه بسته برابر است با $\mu_0 I$ فریبهر جریان عبوری از سطح حلقه»



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}}$$

dl: الکترون جزء مغناطیسی
در مسیر بسته فرضی (حلقه آمپر)
سیم حامل جریان

نکته: از این قانون در موارد زیر می توان استفاده کرد و میدان مغناطیسی ناشی از جریان را بدست آورد. این سه صورت همگی (کامل)

۲- حلقه

۳- سیم بویل

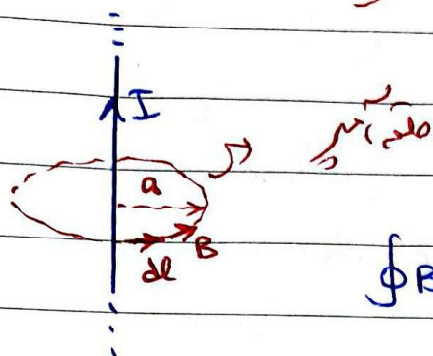
۴- صفحه بی نهایت بزرگ حامل جریان استری

نکته: قانون آمپر حقیقی بسته قانون گاوس است

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}} \quad \longleftrightarrow \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{درین}}}{\epsilon_0}$$

«در حلقه بسته فرضی» «در سطح بسته فرضی»

مثال ۱۲: میدان مغناطیسی اطراف یک سیم مستقیم طولی حامل جریان I در فاصله a از سیم

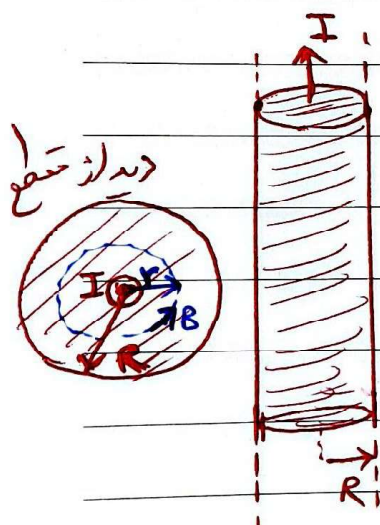


قانون آمپر: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}}$

$$\oint B dl \cos 0 = B \oint dl = B(2\pi a) = \mu_0 I$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

مثال ۱۲: میدان مغناطیسی تویس در داخل و خارج یک کابل هادی به شعاع R و حامل جریان I (به سمت بالا)



* حل: برای $r < R$: حلقه فرضی آمپر به مرکز سیم به شعاع r :

درین $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}}$

در صورتی که به شعاع $r < R$

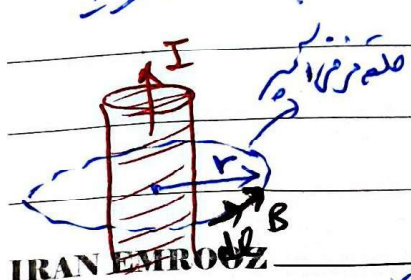
$$B \oint dl = B(2\pi r) = \mu_0 I'$$

$$\frac{I}{I'} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \rightarrow I' = I \frac{r^2}{R^2}$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \quad \text{فقط: پارسا عسکری}$$

درین کابل $r < R$

* برای $r > R$: حلقه فرضی آمپر به شعاع $r > R$ به مرکز کابل در نظر بگیریم:



قانون آمپر: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}}$

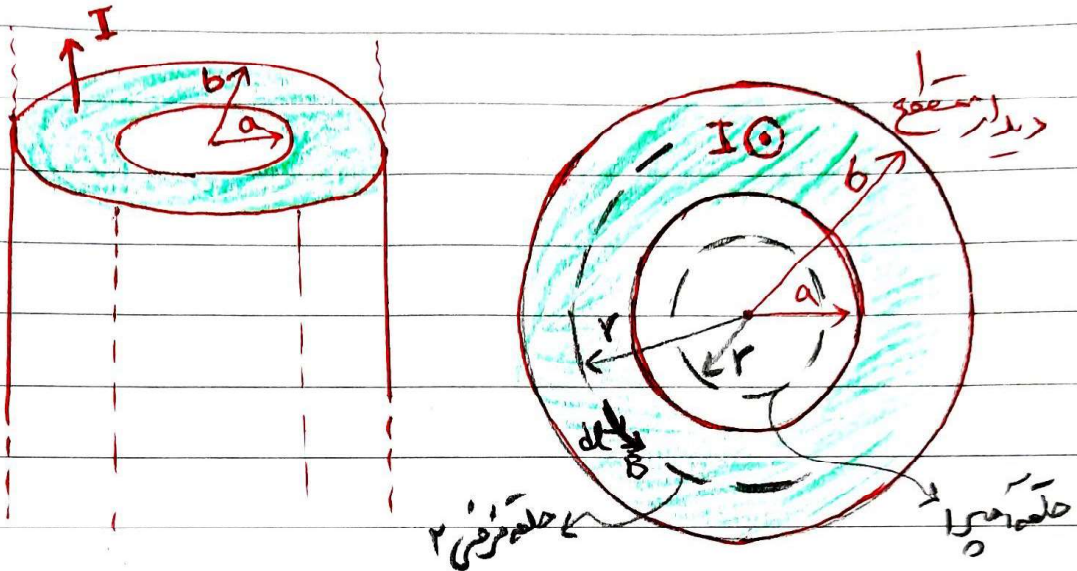
$$B \oint dl = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{فقط: پارسا عسکری}$$

درین کابل $r > R$

مثال ۱۴: کابل حامل جریان طویل به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b داریم.
جریان یکسوزفت I از کابل می‌گذرد.

میدان مستطیلی نویسی (در نواحی) $P \quad r > b \quad P \quad a < r < b \quad P \quad r < a$



۱- برای ناحیه $r < a$: حلقه فرضی به شعاع r و بزرگتر کابل:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = 0 \rightarrow \boxed{B = 0 \quad r < a}$$

در حلقه فرضی ۱

۲- برای ناحیه $a < r < b$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \oint dl = B(2\pi r) = \mu_0 I_{enc} = \mu_0 I' \quad (*)$$

در حلقه فرضی ۲

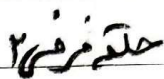
$$\frac{I'}{I} = \frac{\pi r^2 - \pi a^2}{\pi b^2 - \pi a^2} \rightarrow I' = I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r^2 - a^2}{(b^2 - a^2)r} \quad a < r < b}$$

۳- برای ناحیه $r > b$:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} \quad \text{پارامتر} \quad B(2\pi r) = \mu_0 I \rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad r > b}$$

صنعتی - (کاپی ہنگامہ a)



حل: $r = (a-3)$ مرکز کا ریشم

در علم مردمی

④ (x) : وحفص

میران حسینی کوگیر نالہ از سید کامل جیل I علی در نقہ p :

دوسری حصہ فرض ۲

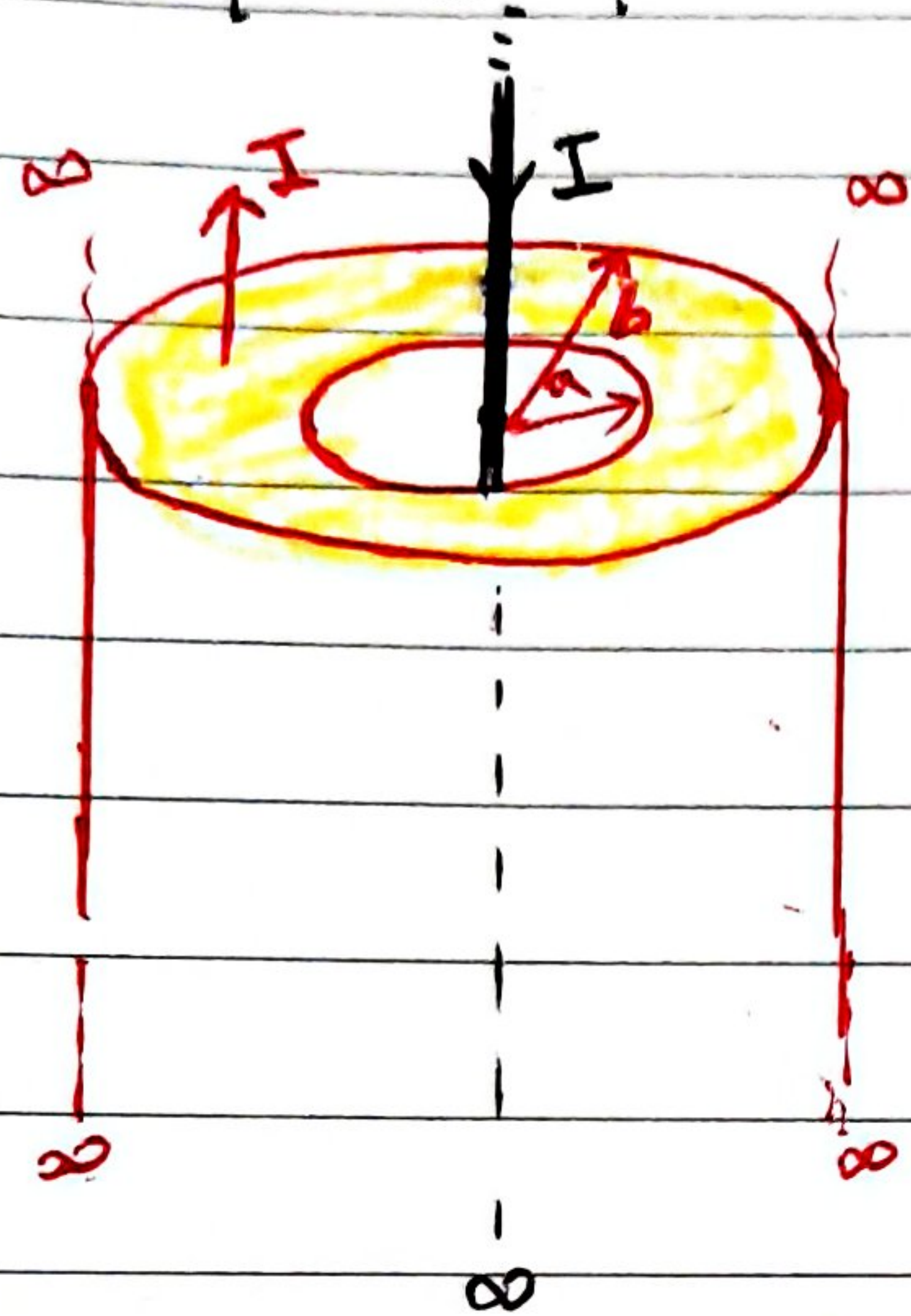
محمد اسماعیل دہلوی

if B_p

$$x = a$$

مثال ۱۶: یک سیم حامل جریان I در مرکز یک حلقه دایره‌ای به شعاع a قرار دارد. سطح مقطع حلقه به شعاع b است. $a < b$ و $r > b$ و $r < a$ را در نظر بگیرید.

میدان مغناطیسی را در نقاط $r < a$ و $a < r < b$ و $r > b$ محاسبه کنید.



۱- در ناحیه $r < a$: حلقه آمپر را با شعاع $r < a$ و هم‌مرکز با سیم انتخاب کنید.

میدان مغناطیسی را در ناحیه $r < a$ محاسبه کنید.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

در این حلقه آمپر

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{برای } r < a$$

میدان مغناطیسی را در ناحیه $a < r < b$ محاسبه کنید.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} = 0$$

در این حلقه آمپر

$$B = 0 \quad \text{برای } r < a$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{برای } a < r < b$$

۲- در ناحیه $r > b$: حلقه آمپر را با شعاع $r > b$ و هم‌مرکز با سیم انتخاب کنید.

میدان مغناطیسی را در ناحیه $r > b$ محاسبه کنید.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I'$$

$$I' = I \frac{\pi b^2 - \pi a^2}{\pi r^2 - \pi a^2} \rightarrow I' = I \frac{b^2 - a^2}{r^2 - a^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}$$

IRAN EMROOZ

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \left[\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} - 1 \right] \quad \text{برای } r > b$$

ادامہ مسئلہ ۱۶:

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{r} \left[\frac{r^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right] \quad \text{for } a < r < b$$

۲۔ درجہ ۱: $a < r < b$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} = \mu_0 (I' - I)$$

$$I' = I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \quad \text{(مگر مسئلہ میں)}$$

$$\rightarrow B(r) = \mu_0 \left[I \frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} - I \right]$$

$$= \mu_0 I \left[\frac{r^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right]$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{r} \left(\frac{r^2 - b^2}{b^2 - a^2} \right) \quad \text{for } a < r < b$$

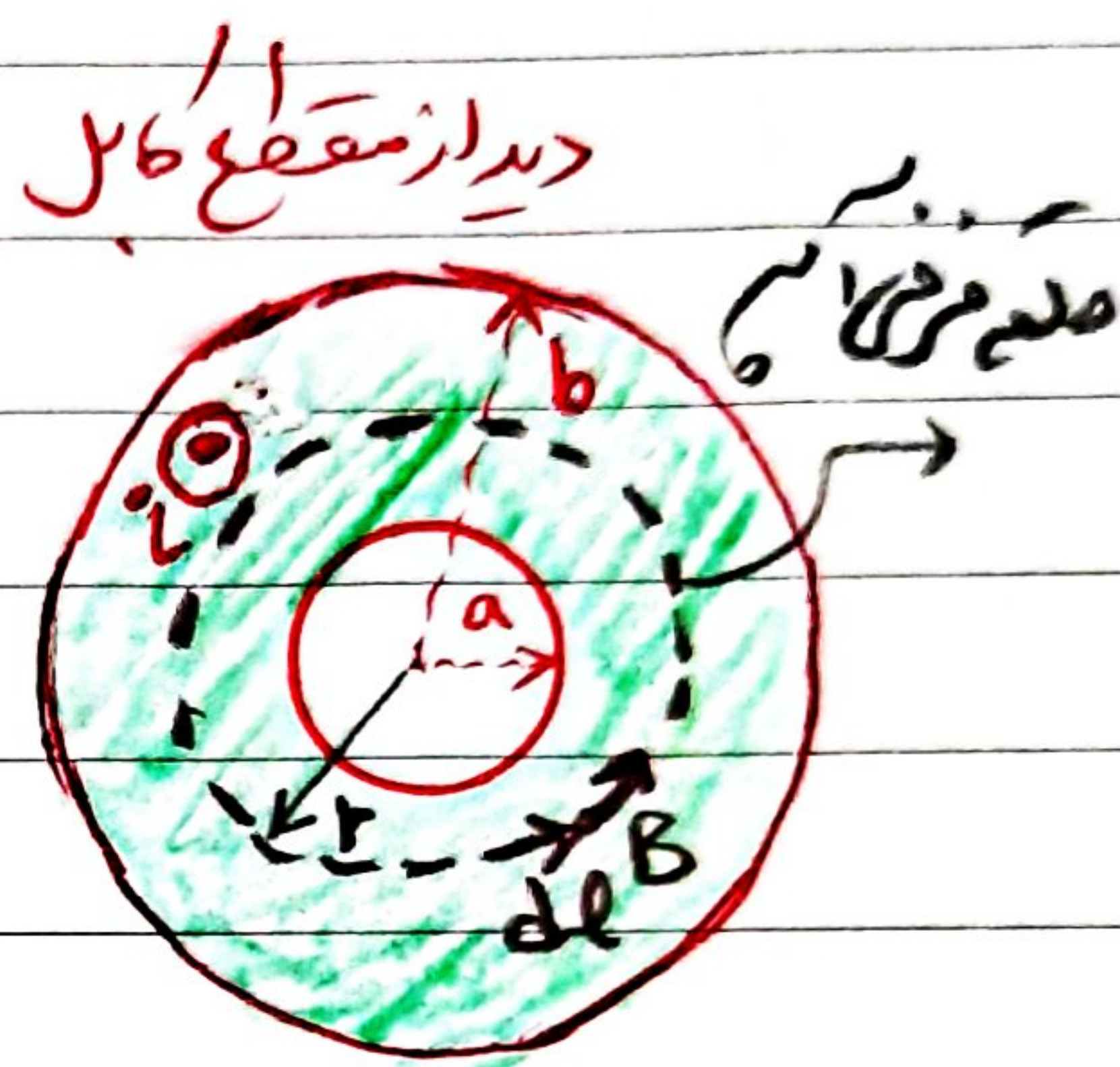
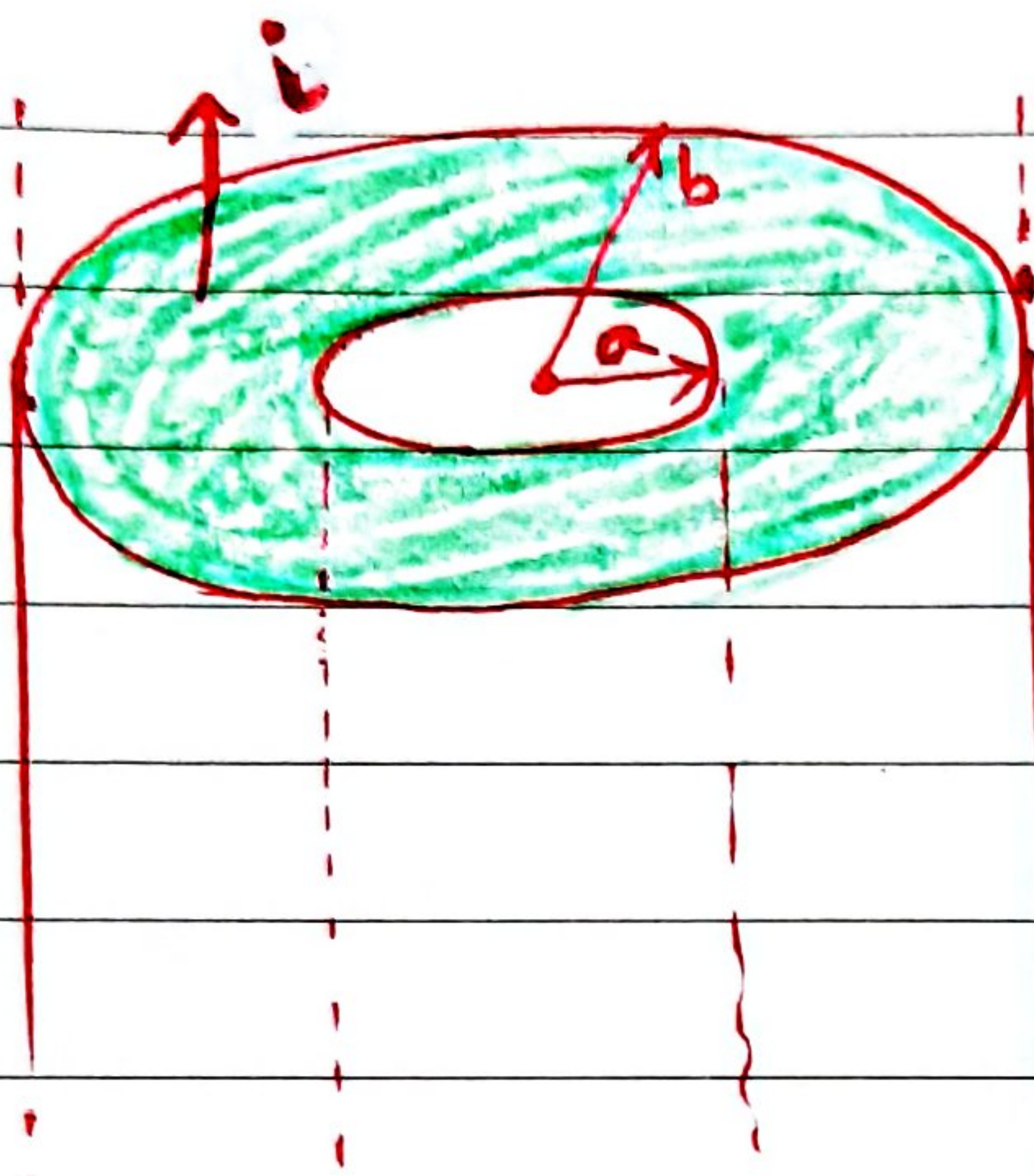


۳۔ درجہ ۲: $r > b$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} = \mu_0 (I - I) = 0$$

$$\rightarrow B = 0 \quad \text{for } r > b$$

مثال ۱۷: یک پیل جریان همگن به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b داریم.
 بزرگای همگانی جریان در سطح مقطع کابل $J = cr^2$ است (c ثابت)
 الف. کوی c ؟
 ب. میدان مغناطیسی کوی در نواحی $r < a$ ، $a < r < b$ و $r > b$ ؟



الف: $J = cr^2$ $\rightarrow [c] = \frac{A}{m^2}$

ب: برای ناحیه $r < a$: سطح بسته فرض داریم به مرکز کابل:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}} = 0 \rightarrow \boxed{B = 0 \text{ for } r < a}$

برای ناحیه $a < r < b$:

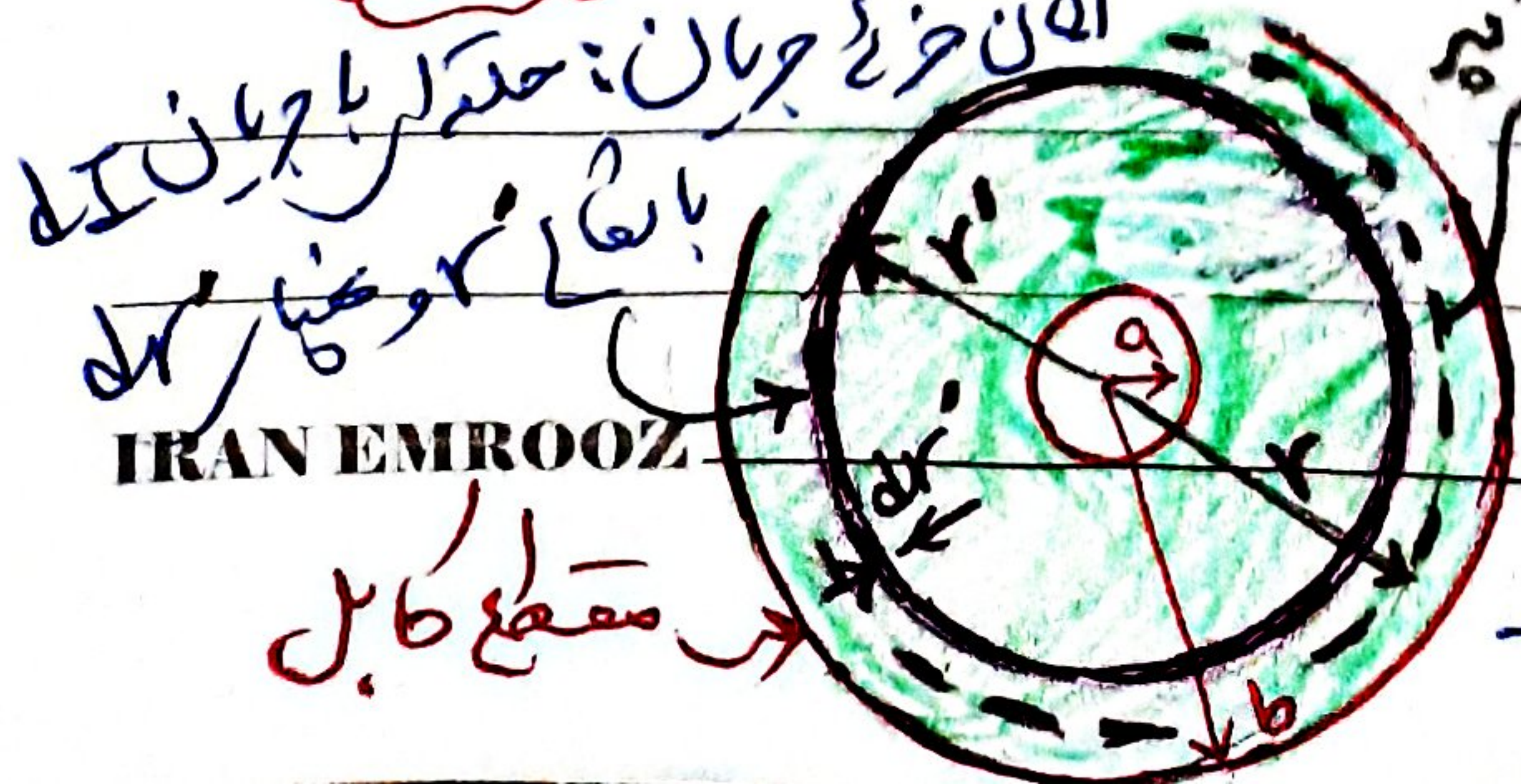
① $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{درین}} \rightarrow \oint B dl \cos 0 = B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{درین}}$

$I = \int dI \rightarrow I = \int \vec{J} \cdot d\vec{A} = \int J dA = \int cr^2 (2\pi r dr) = 2\pi c \int_a^b r^3 dr$

$= 2\pi c \left[\frac{r^4}{4} \right]_a^b = \frac{\pi c}{2} (b^4 - a^4)$

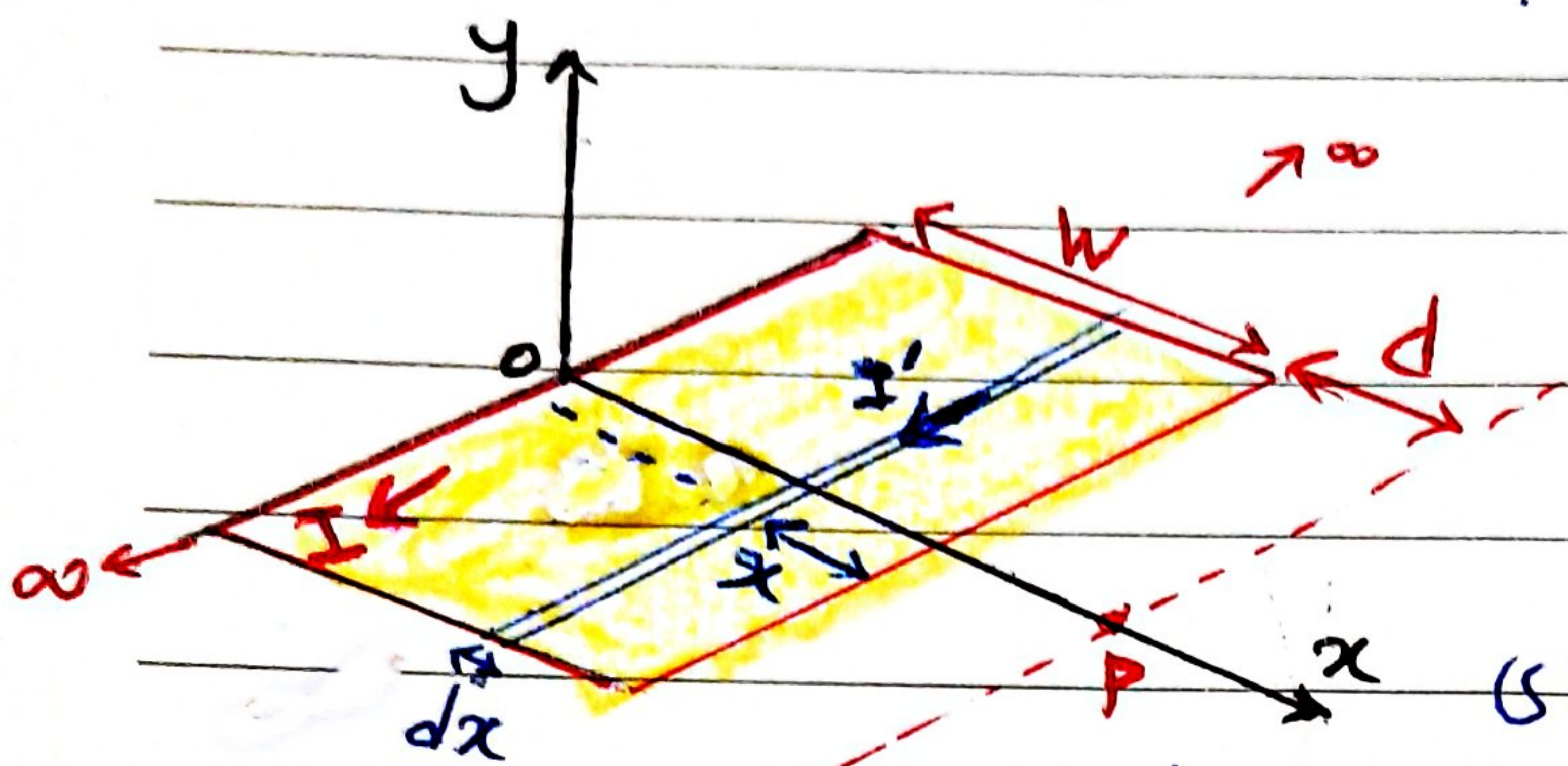
① درین: $B(r) = \mu_0 \frac{\pi c}{2} (r^2 - a^2)$

$\rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 c}{2r} (r^2 - a^2) \text{ for } a < r < b}$



مثال ۱۸ : م ۳۳ فصل ۳۱ هودلون :

یک نوار پهنای نازک طول به چگالی W و جریان کل I داریم. میدان مغناطیسی تولیدی را در نقطه P خارج از نوار واقع در صفحه نوار و در فاصله d از یک طرف نوار بیابید. (جریان I به سمت راست در چگالی نوار توزیع شده است.)



$$I' = \frac{I dx}{W} \leftarrow \frac{I}{I'} \frac{W}{dx}$$

حل: صفحه را به تعداد بسیار زیاد

نوارهای همبسته شکل طولی و یک به چگالی

dx تقسیم کردیم. جریان عبوری از این همبسته I' است.

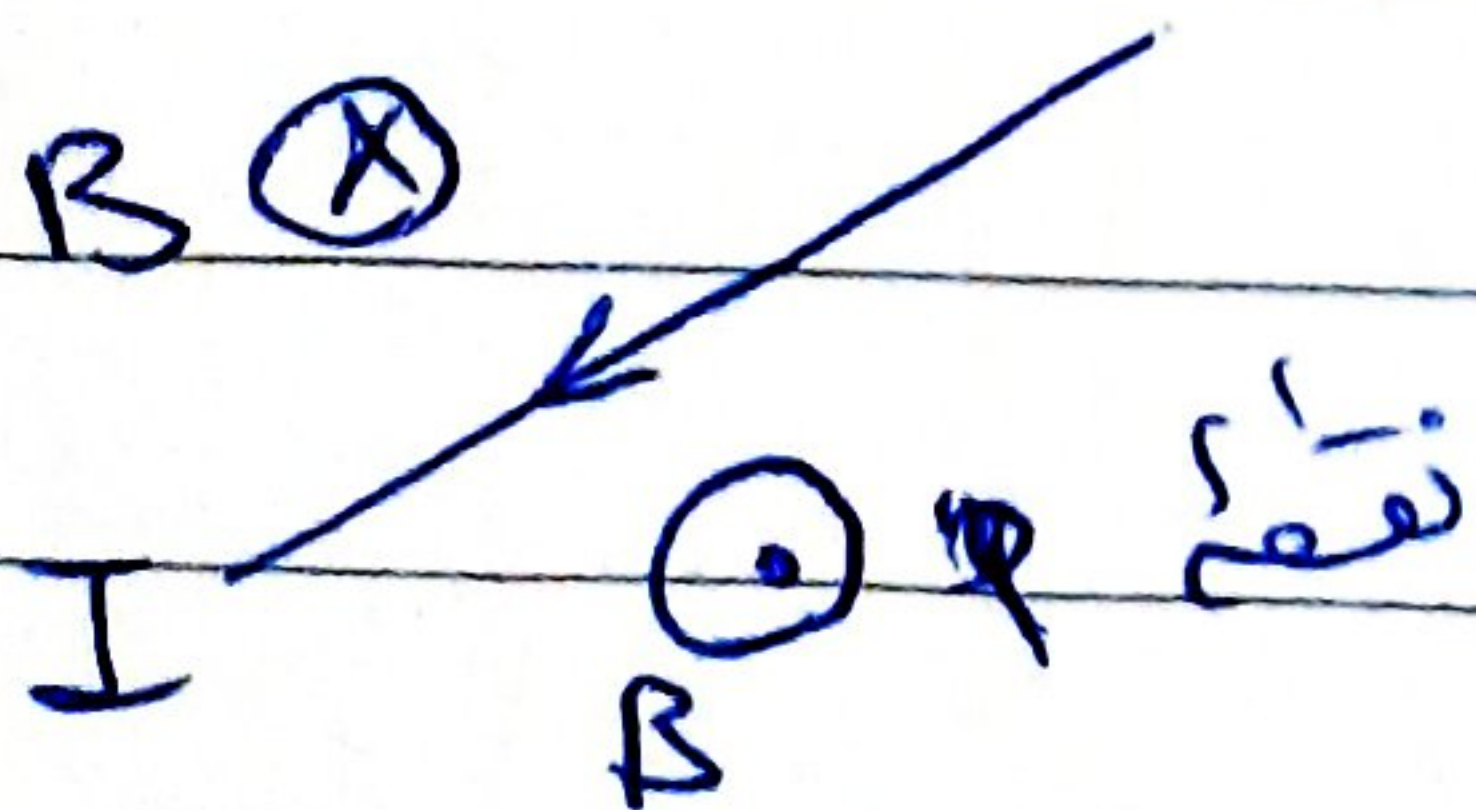
$$dB = \frac{\mu_0 I'}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I dx / W}{2\pi (x+d)}$$

تولید میکند

فاصله همبسته تا مکانی که می خواهیم dB را حساب کنیم

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{2\pi W} \int_0^W \frac{dx}{x+d}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi W} \ln(x+d) \Big|_{x=0}^{x=W} = \frac{\mu_0 I}{2\pi W} \ln \frac{W+d}{d}$$

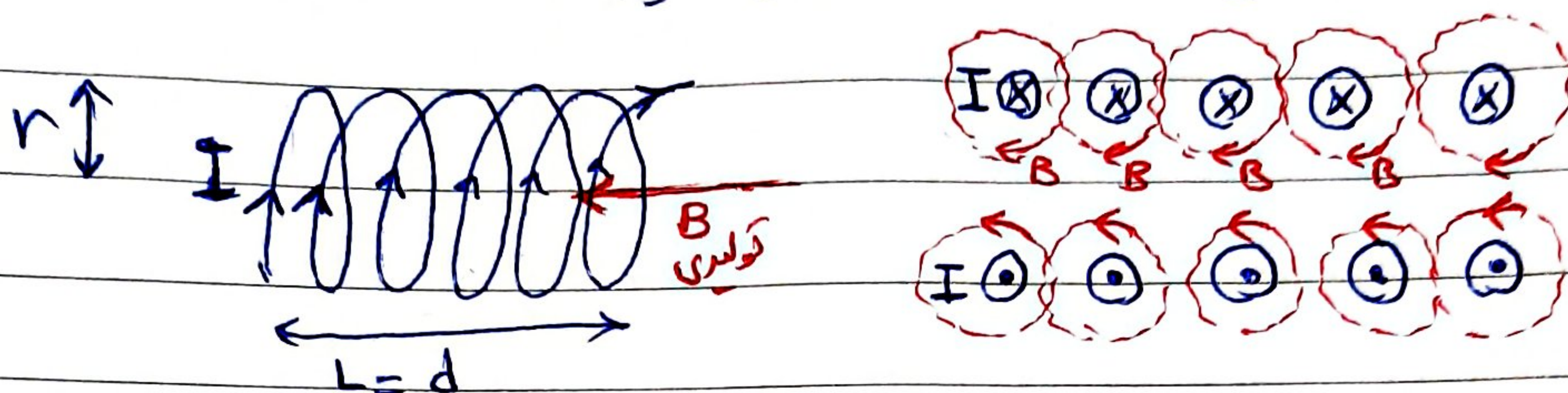


جهت میدان B در

□ سیلول : یک سیم مارپیچ استوانه‌ای شکل طولی.

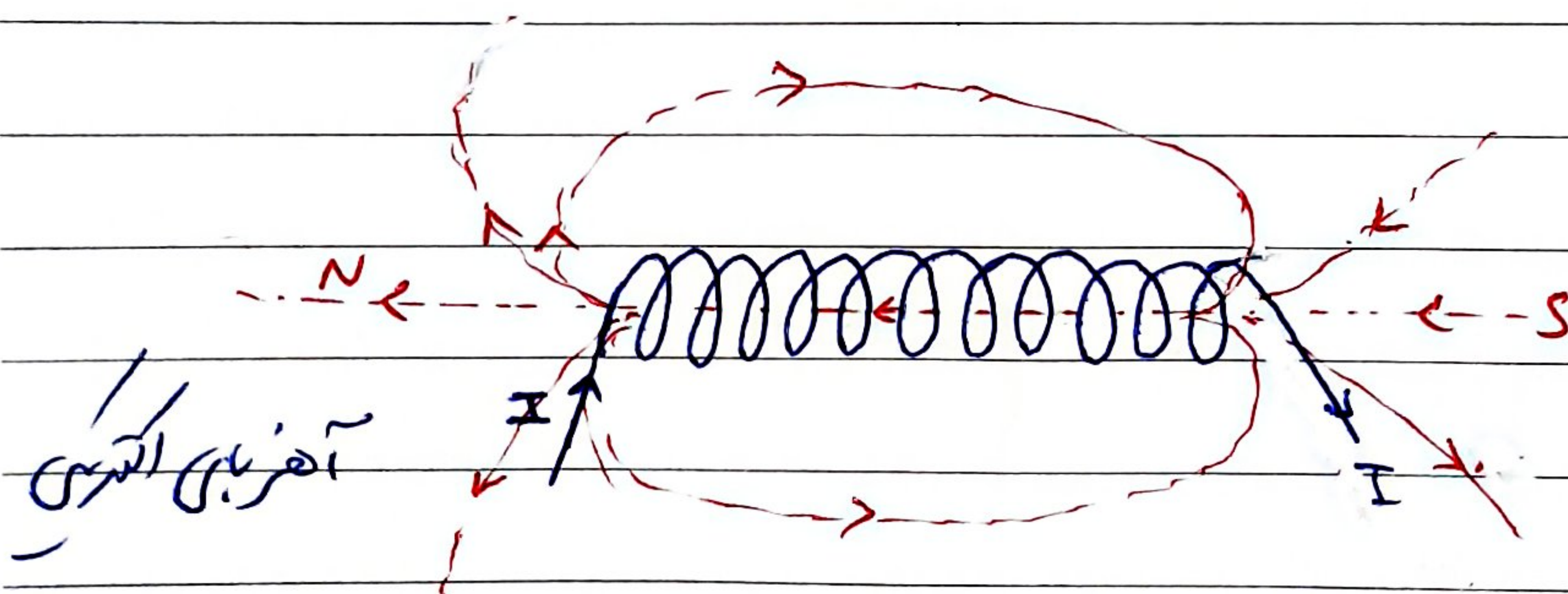
۱. طول سیم لوله بسیار بزرگتر از شعاع سیم لوله است. $d \gg r$

۲. تعداد دورهای آن در واحد طول، بسیار زیاد است.



$$\left. \begin{array}{l} \text{سیم مارپیچ} \\ \text{(طولی)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} B_{out} = 0 \\ B_{in} = \text{کنولف} = \mu_0 n I \end{array}$$

$$\frac{\text{تعداد دور در سیم}}{\text{واحد طول}} = \frac{N}{L} = n$$



خط B دور خودشان بسته می‌شوند.

سیم آن داخل سیم‌لوله می‌گذاشت و هم‌راست با محور استوانه‌ای است.

سیم آن حتماً طی یک کپی‌نگه در سیم‌لوله خنمی شده به همین جهت طی حاصل از آن

آهنربای میله‌ای است. اگر جهت جریان گذرنده از سیم‌لوله

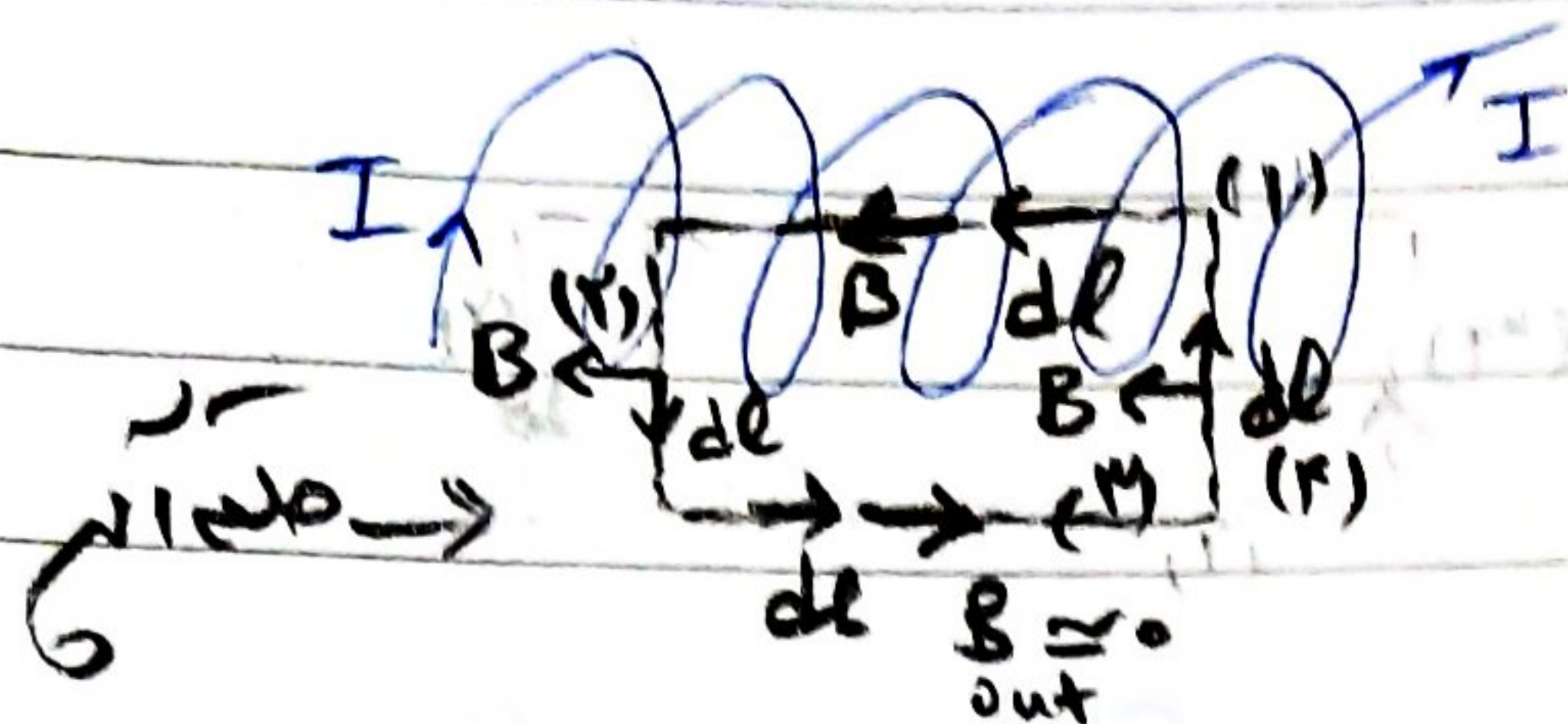
و تعداد حتماً هر آن زیاد باشد، B توکلیر زیاد (آهنربای قوی) و سیم‌لوله

مسف آهنربای قوی‌تر می‌گردد.

اگر درون سیم‌لوله آهنی قرار نگیرد، میدان B توکلیدی درون آن

افزایش نمی‌دهد و خواهر دلت است.

مثال ۱۹: میدان مغناطیسی داخل سیمه‌ای با n دوریم در واحد طول، را بیابید؟



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

دران صفحه
در جهت آنتی

$$\int_{(1)} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{(2)} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{(3)} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{(4)} \vec{B} \cdot d\vec{l} =$$

$$BL + 0 + 0 + 0 = \mu_0 (nL I)$$

$$\Rightarrow \boxed{B = \mu_0 n I}$$

nL : تعداد دوریم به طول قطع آنتی

مثال ۲۰: میدان مغناطیسی در نقطه‌ای بین قطب‌های یک آهنربای دائمی، محاسبه کنید.
است. برای این دو سطح میدان در داخل سیمه‌ای هم مقدار جریان باید
از سیم‌ها عبور کند (طول سیمه: ۲۰ cm و با ۲۰۰۰ دوریم مسی)
(متفصّل سیمه‌ای نیست)

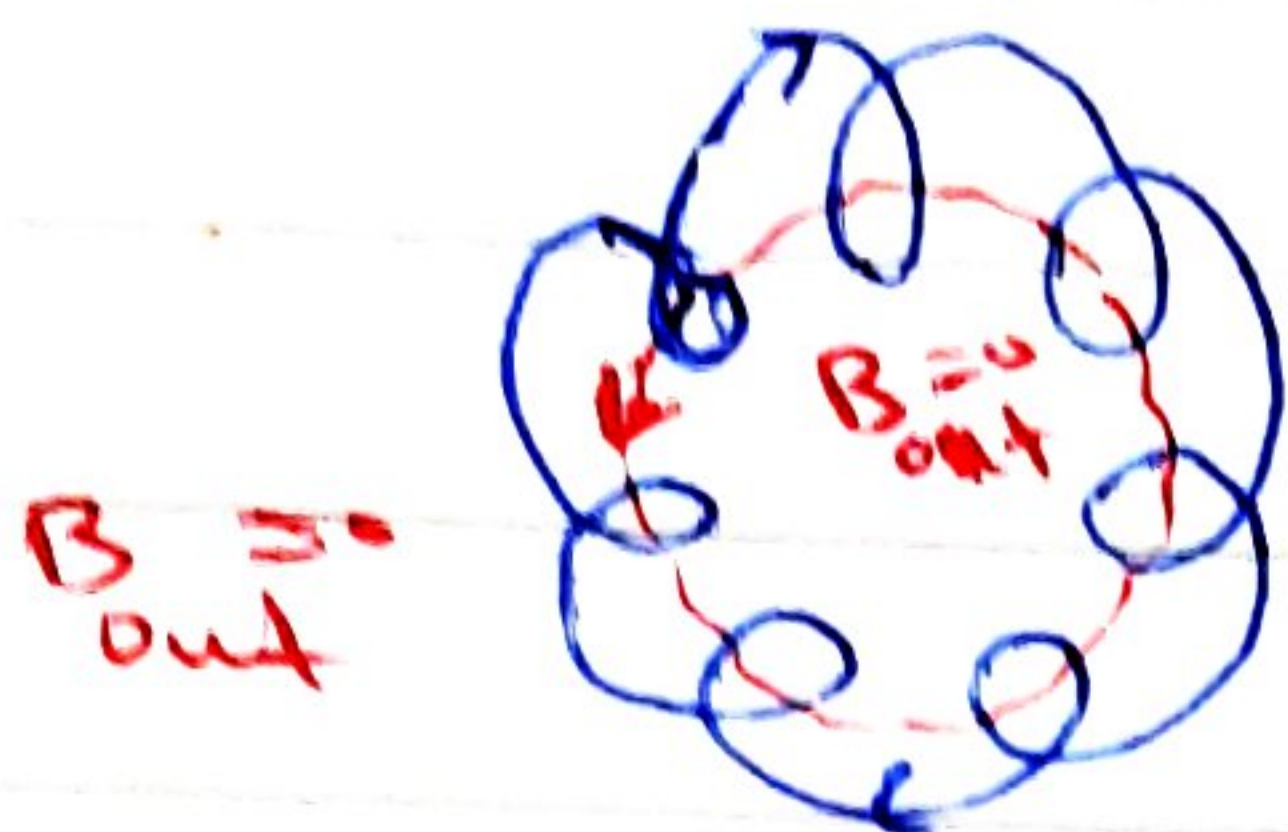
ص: $B = \mu_0 n I \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n}$

$$= \frac{0.14 \text{ T}}{4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}} \times \frac{2000}{0.2}} = 5.5 \text{ A}$$

$n = \frac{\text{تعداد دور}}{\text{طول}}$

□ سیمه‌ای در جهت ۳ بی دو قطب مغناطیسی

چندین: سیمه های است به شکل توی



چندین: سیمه های است

$$B_{in} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

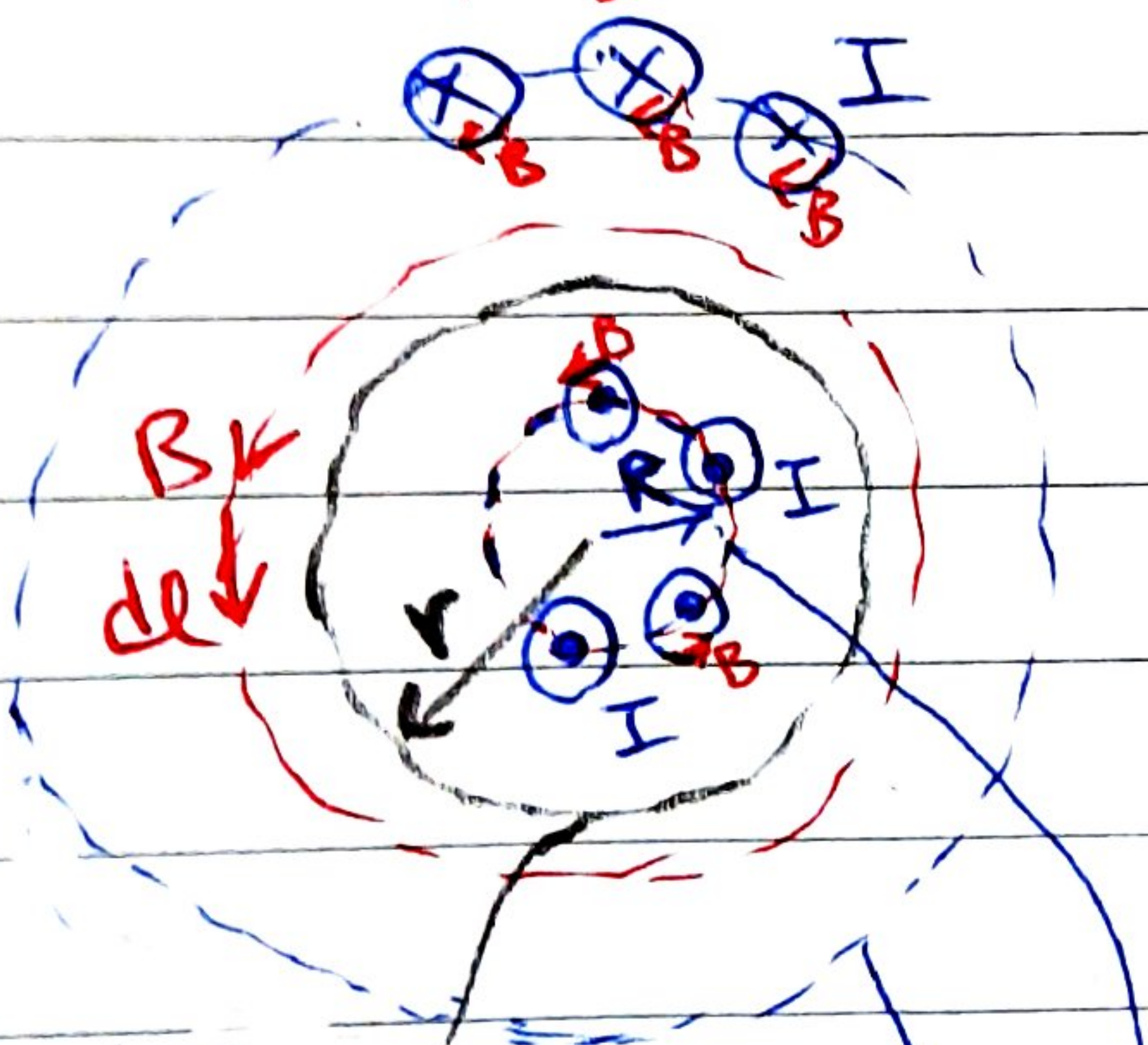
$$B_{out} = 0$$



$$N = \text{تعداد دور}$$

$$I = \text{جریان عبوری}$$

اینست میدان مغناطیسی در یک سیمه چندین: سیمه های است به شکل توی



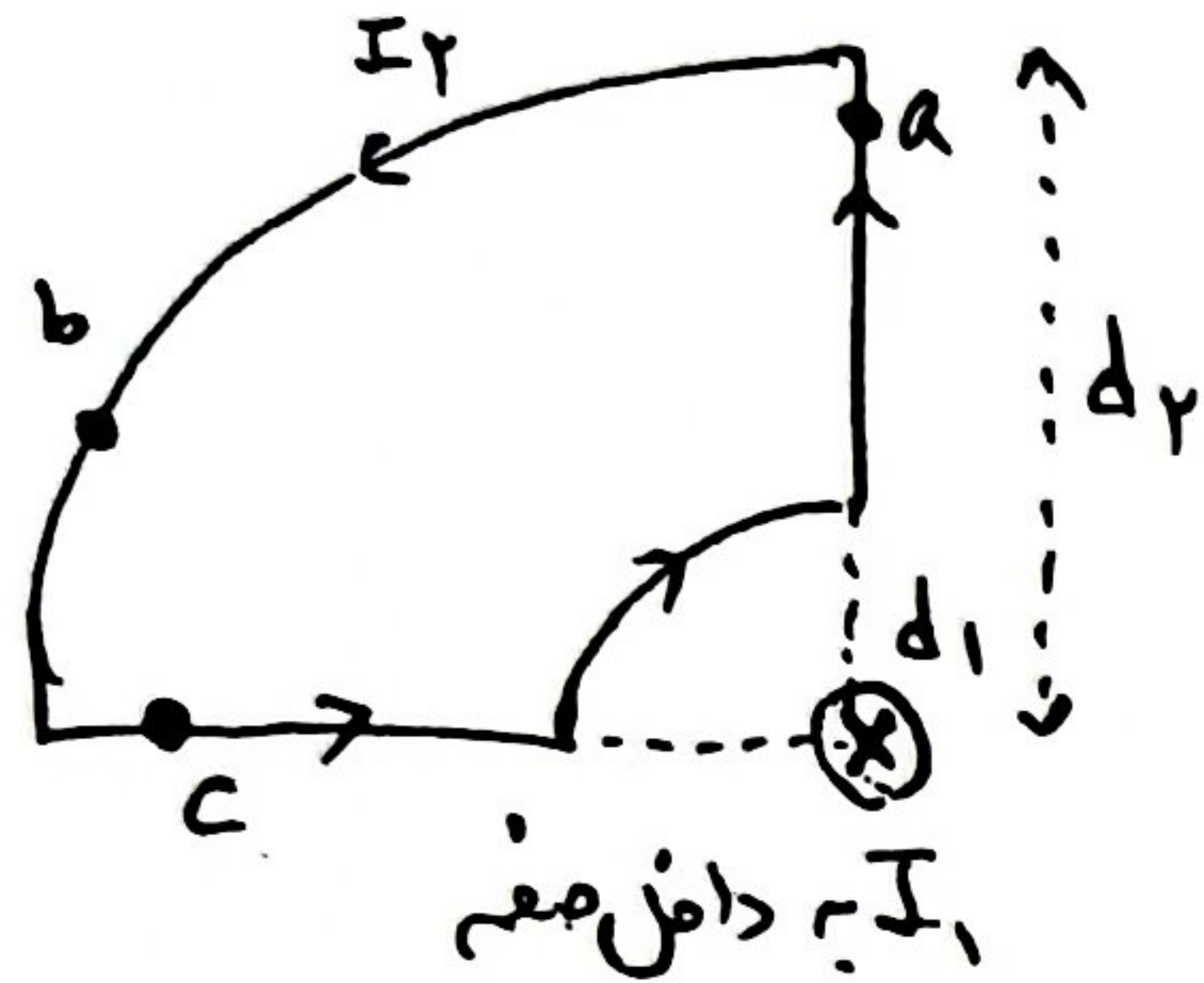
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B(2\pi R) = \mu_0 (NI)$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

حلقه سیمه
سیمه خارج سیمه
سیمه داخل سیمه

۱. در شکل زیر، یک حلقه سیم با کانه ربع دایره ای را هم مرکز به شعاع d_1 و d_2 در دور دارد.
جریان I_1 به سمت بالا از آن عبور می کند.



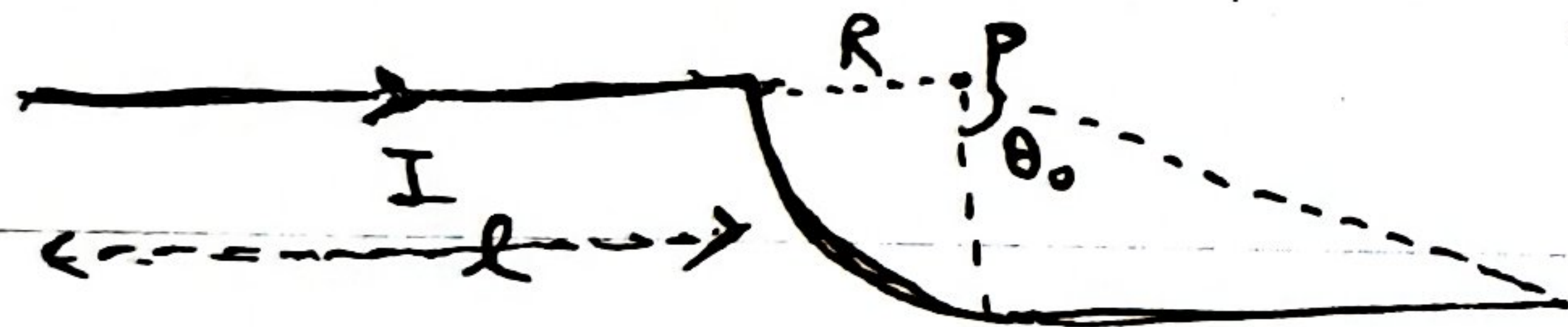
در مرکز آنی کانه ها، یک سیم مستقیم طولی عمود بر صفحه k گذر می کند.
جریان I_1 از آن می گذرد.

الف. در نقاط a, b, c جهت میدان مغناطیسی ایجاد شده از جریان I_1 و
فقط با عدد $\rightarrow$ نشان دهید.

ب. مقدار و جهت نیروی خالص که از طول سیم عمود بر حلقه سیم وارد می شود را

پیدا کنید.

۲. در شکل زیر، سیم مستقیم از یک مدار به طول جریان I تشکیل می دهد. این سیم از دو
مستقیم دیگر و یک ربع دایره به شعاع R تشکیل شده.

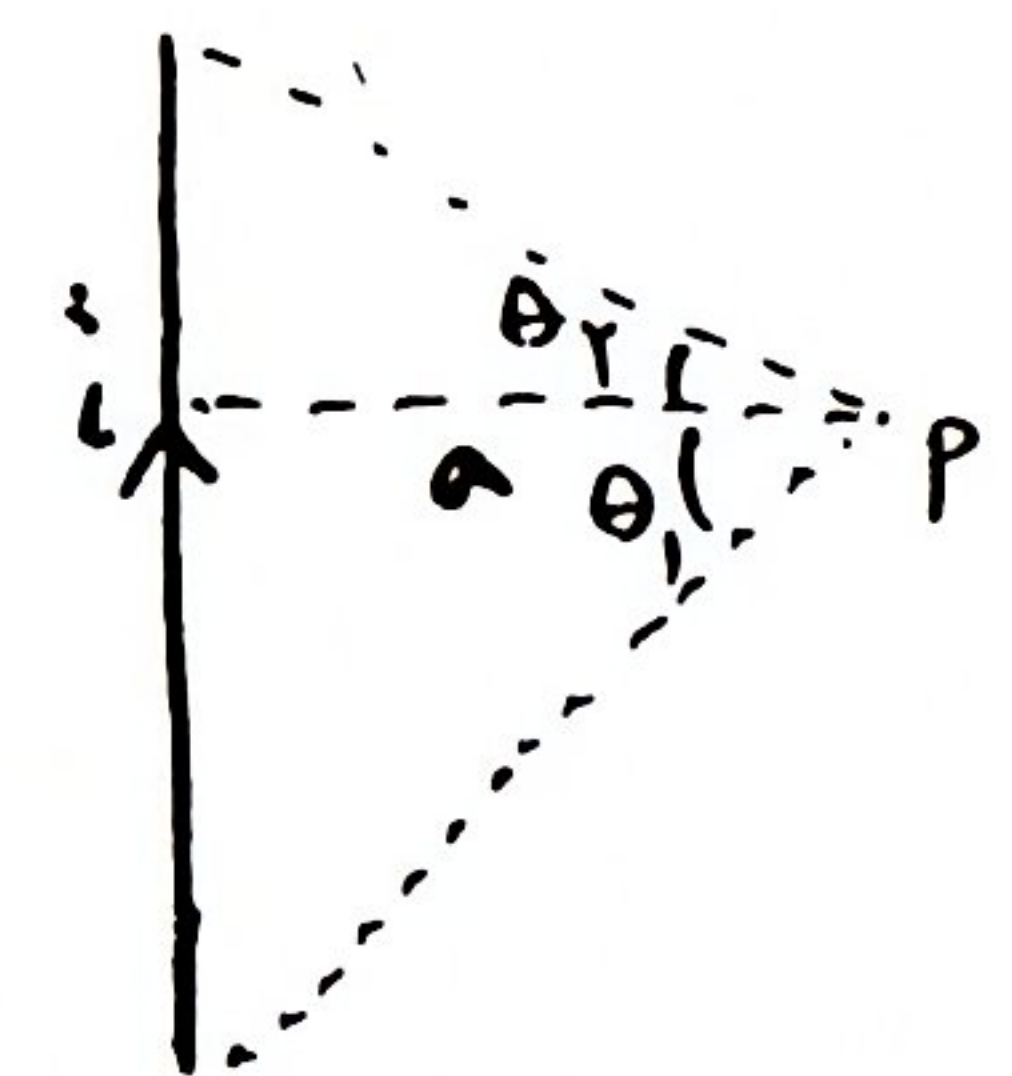


مقدار و جهت میدان مغناطیسی در نقطه P واقع

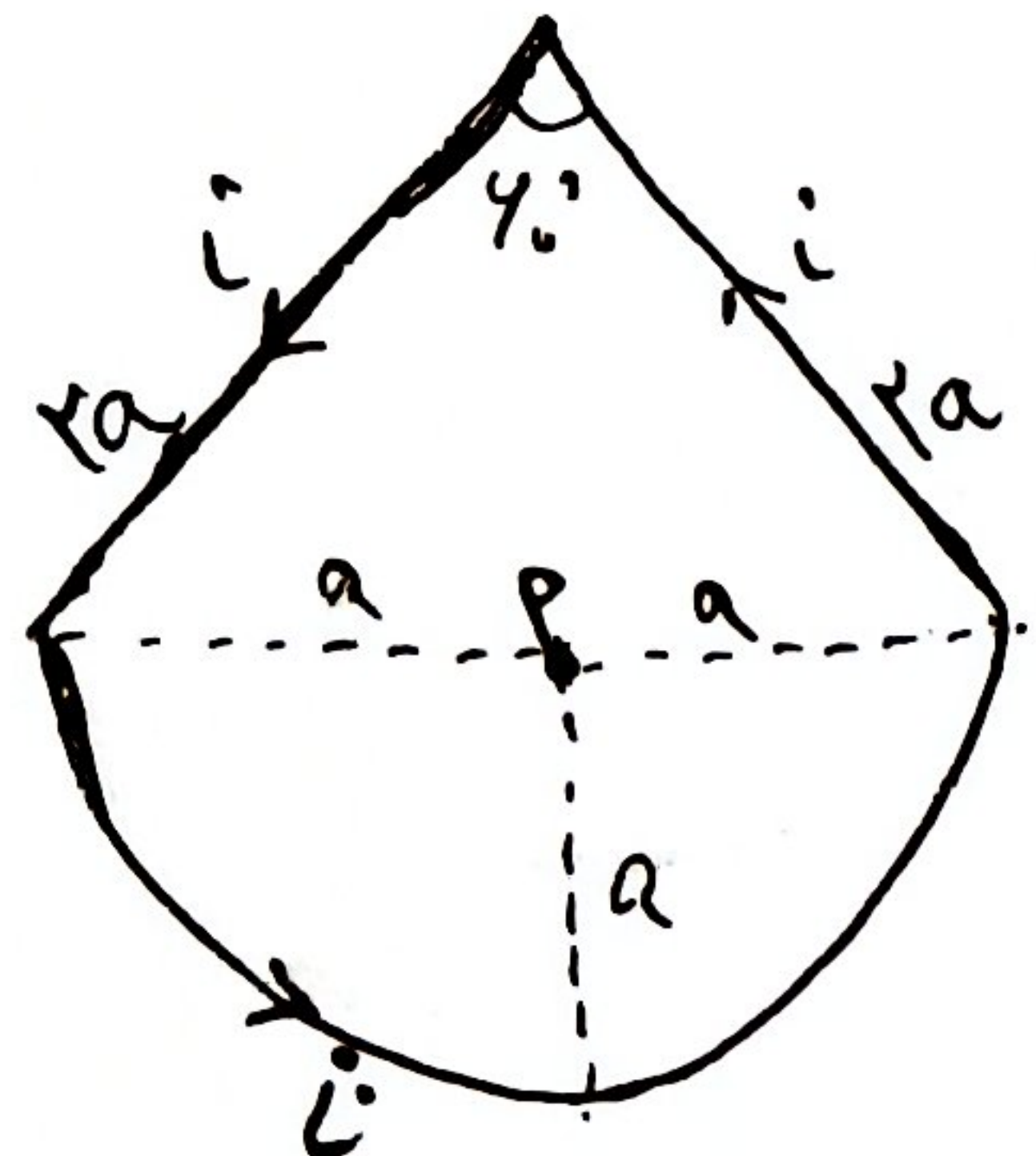
در مرکز ربع دایره Q را حساب کنید.

پاره

۳- در شکل زیر، از قطعه سه مستقیم در میان آن گذرد
 الف. با استفاده از قانون بیرونی و در نقطه P که در فاصله a از
 سیم قرار دارد بر حسب a ، r و θ_1 و θ_2 بسازید.



ب. در شکل زیر، میدان مغناطیسی را در نقطه P به دست آورید.
 مدار شکل، متشکل از دو قطعه سه مستقیم و دو کمان نیم دایره
 به شعاع a است. ذره α رأس بین دو سیم مستقیم، θ درجه است.
 در این مدار α است. (در دو کمان از جهت الف، به سمت راست مستقیم است) (نکته)



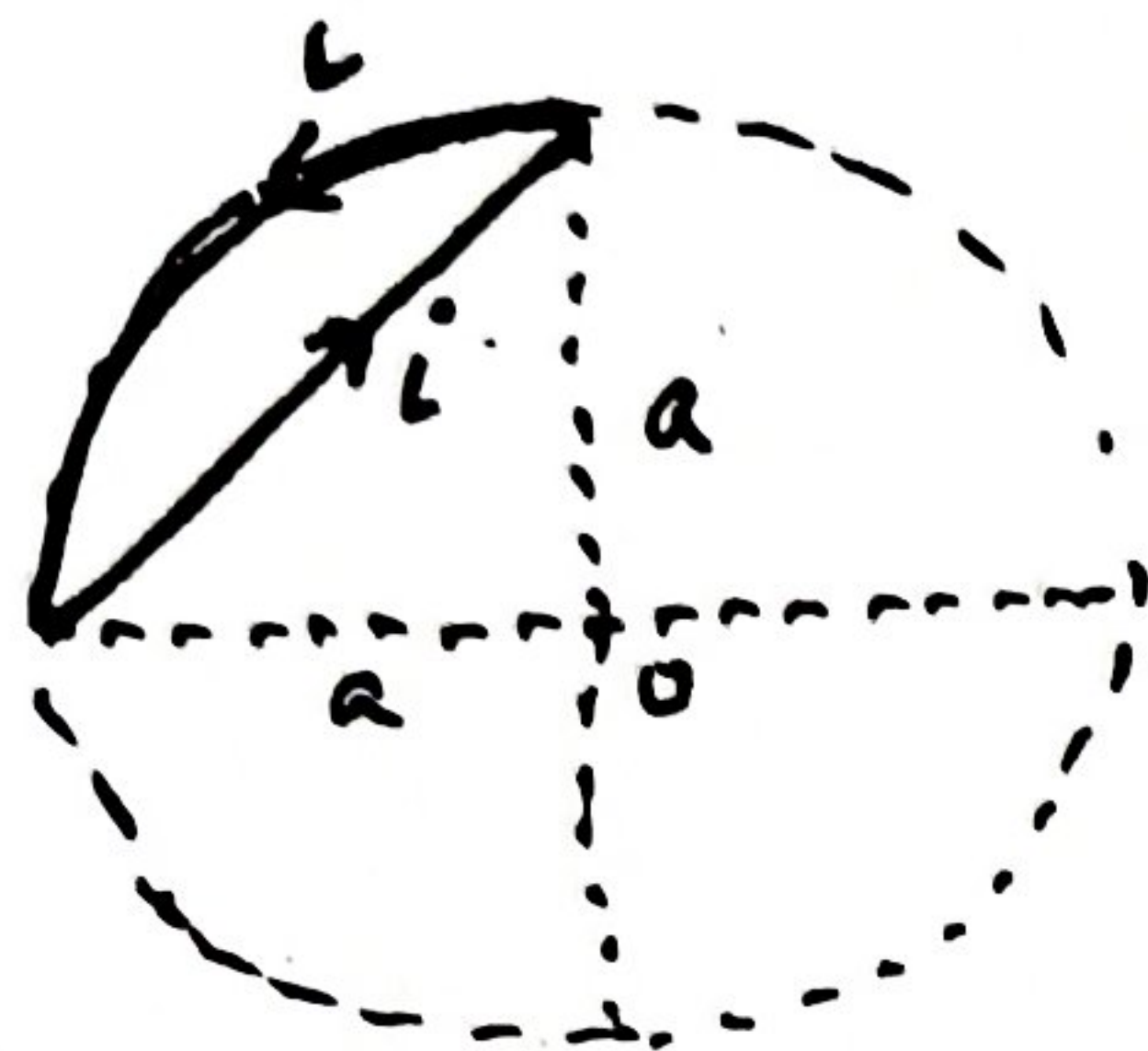
انته

۴- یک پشته در θ استوانه از شکل بیرون تر خاک حاصل در میان آن
 (در جهت بالا) است که به طور متناوب در سطح مقطع آن از شعاع a

۵- صلیب کس، اوج، و ... از ویر و کمان ربع دایره اربعه شعاع و گذرد. بدان سطحی برآید در

مرکز دایره (نقطه) ۵ مرتب آدرم .

نامزد - خردارد

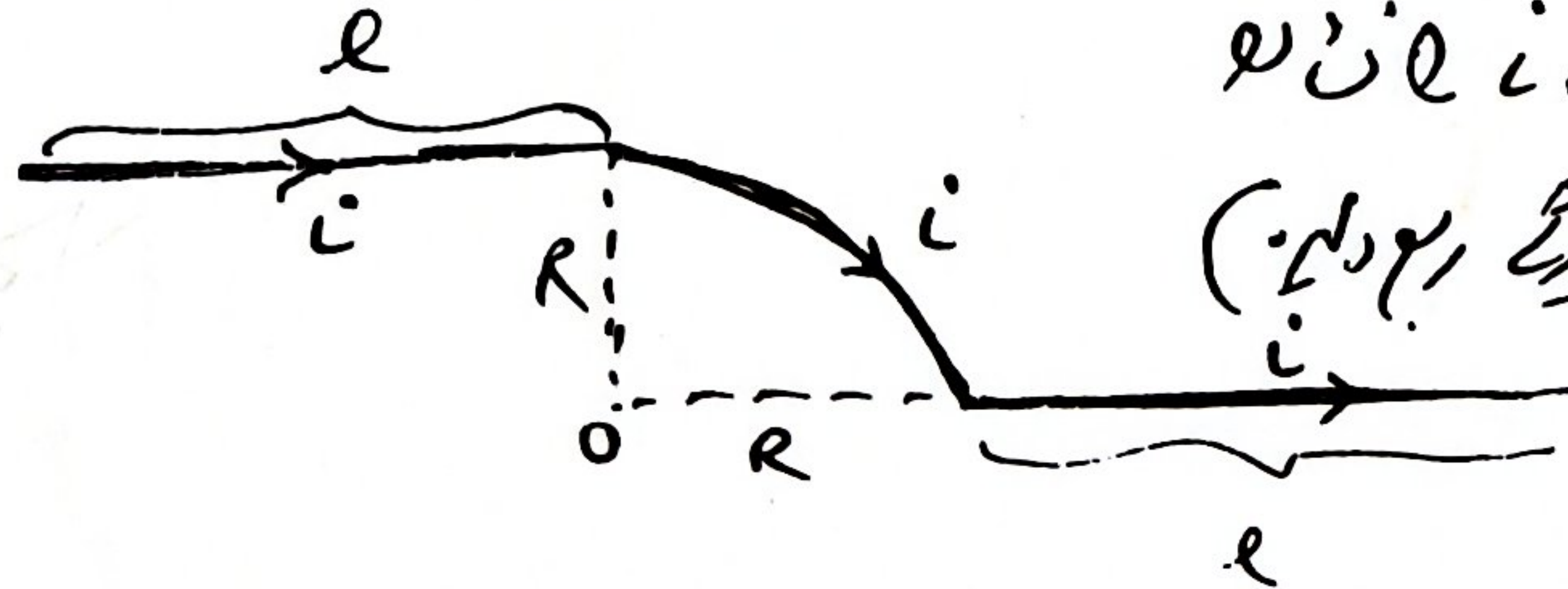


۷- شکل زیر، یک دایره مستقیم کوچک به طول l و یک

بیم دایره به شعاع R ، هستی از یک مدار حاصل می‌باشد. $l \ll R$

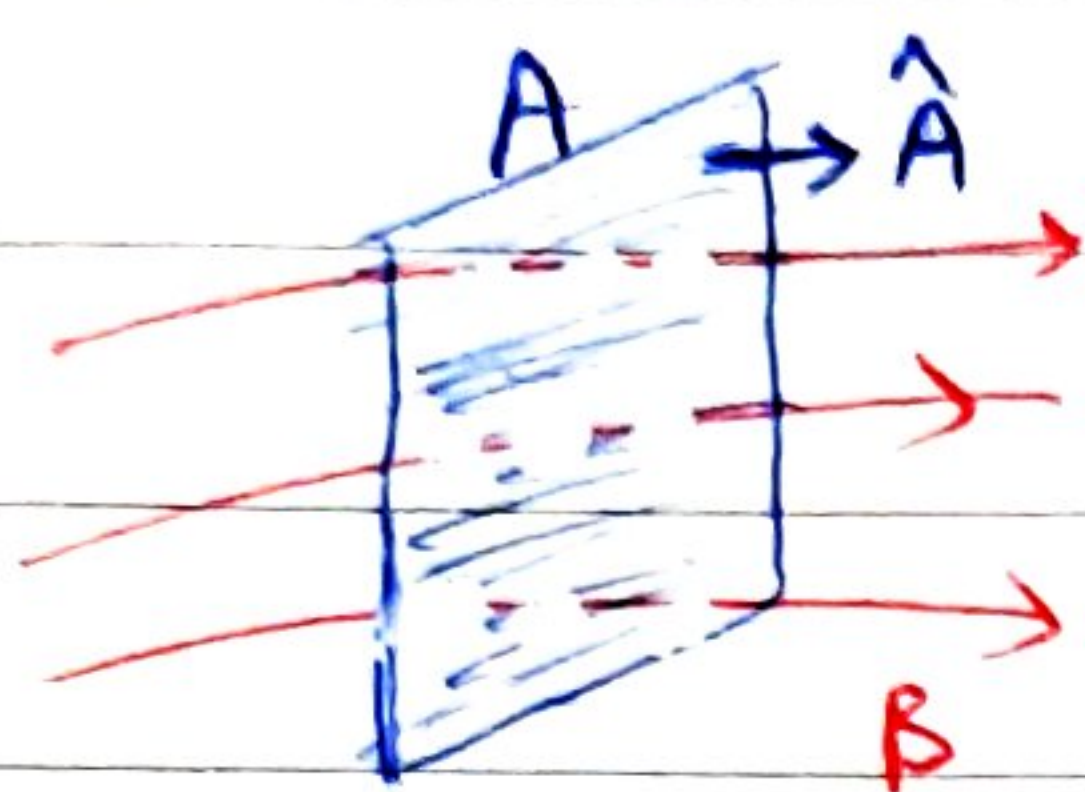
در هر دو مدار، یک جریان i در جهت $+$ (به سمت راست) جاری است.

بیم



فصل آمار و الکترونیک ۳۲ هجری
۲۰ هجری در ۸

تلفظ: تعداد خطوط میدان مغناطیسی عبوری از سطح



$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

θ : زاویه بین جهت $\vec{B}$ و بردار $\vec{A}$ عمود بر سطح.

رابطه:

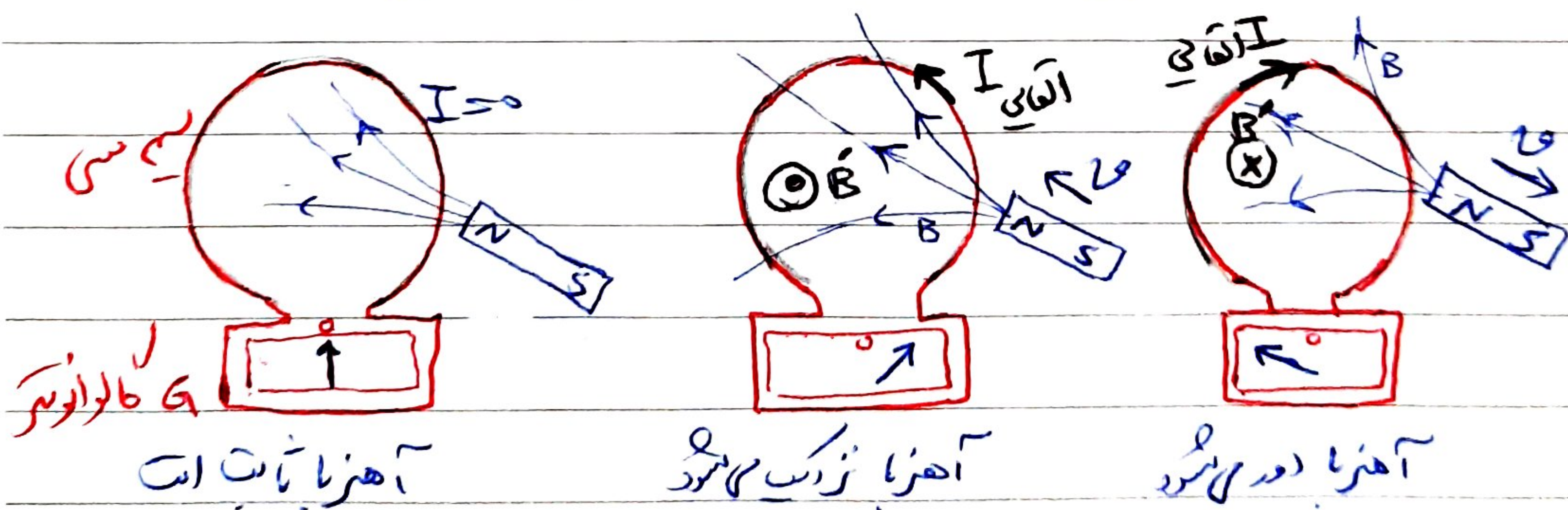
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

آزمایش آمای طراری (۱۱): مشاهده کرد:

در حال آهسته به بیرون زدن سیم، جریان در سیم مشاهده شد.

متوقف نمود جریان قطع کرد.

از سیم دور نمود، جریان در جهت عکس حالت اول مشاهده شد.



فازاد مشاهده شد که وقتی تلفظ عبوری از یک سطح سیم به در حال تغییر باشد، یک نیروی محرکه الکتریکی در سیم به وجود می آید.

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (1)$$

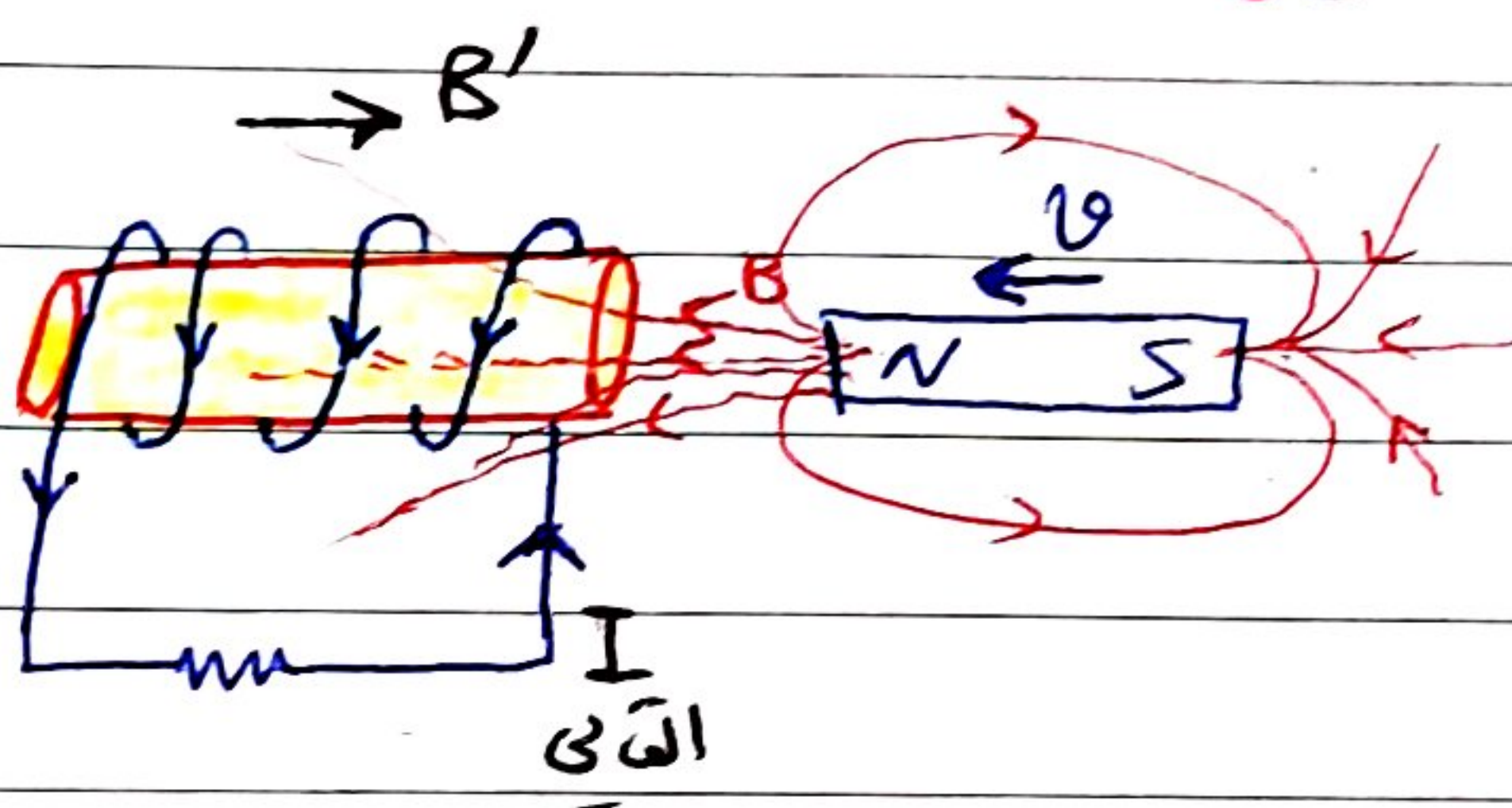
■ $\epsilon = f \Phi$ (مغناطیسی شار) (مغناطیسی شار)

- قانون لenz: جهت جریان القای در جهت است که میزان متغی را

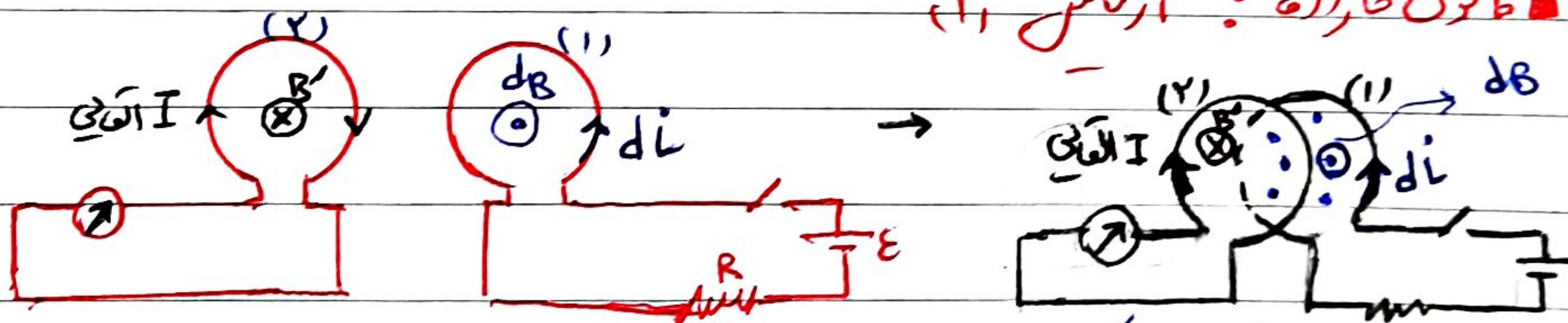
از این جریان القای، با تغییر متغی القای شده ی جریان،
مخالفت میکند.

تغییر شار مغناطیسی، باعث ایجاد القای، در قانون فاراد، ظاهر شود.

- نیروی محرکه القای، با تغییر متغی مخالفت میکند (به عنوان یک باتری)



■ قانون فاراد: آزمایش (۱)



در همین لحظه اتصال می دهیم، تغییر شار اتفاق می افتد.

در همین لحظه اتصال می دهیم، جریان در مدار (۱) تغییر می کند (شروع به افزایش) پس

به علت تغییر جریان، $d\Phi$ متغیر در مدار (۱) ایجاد می شود و در نتیجه

در سیم (۲) نیروی سیم (۱)، ϵ (نیروی القای) (از این سیم) =

جریان القای I در (۲) ایجاد می شود.

(دو حلقه بالا در یک هم قرار دارند)

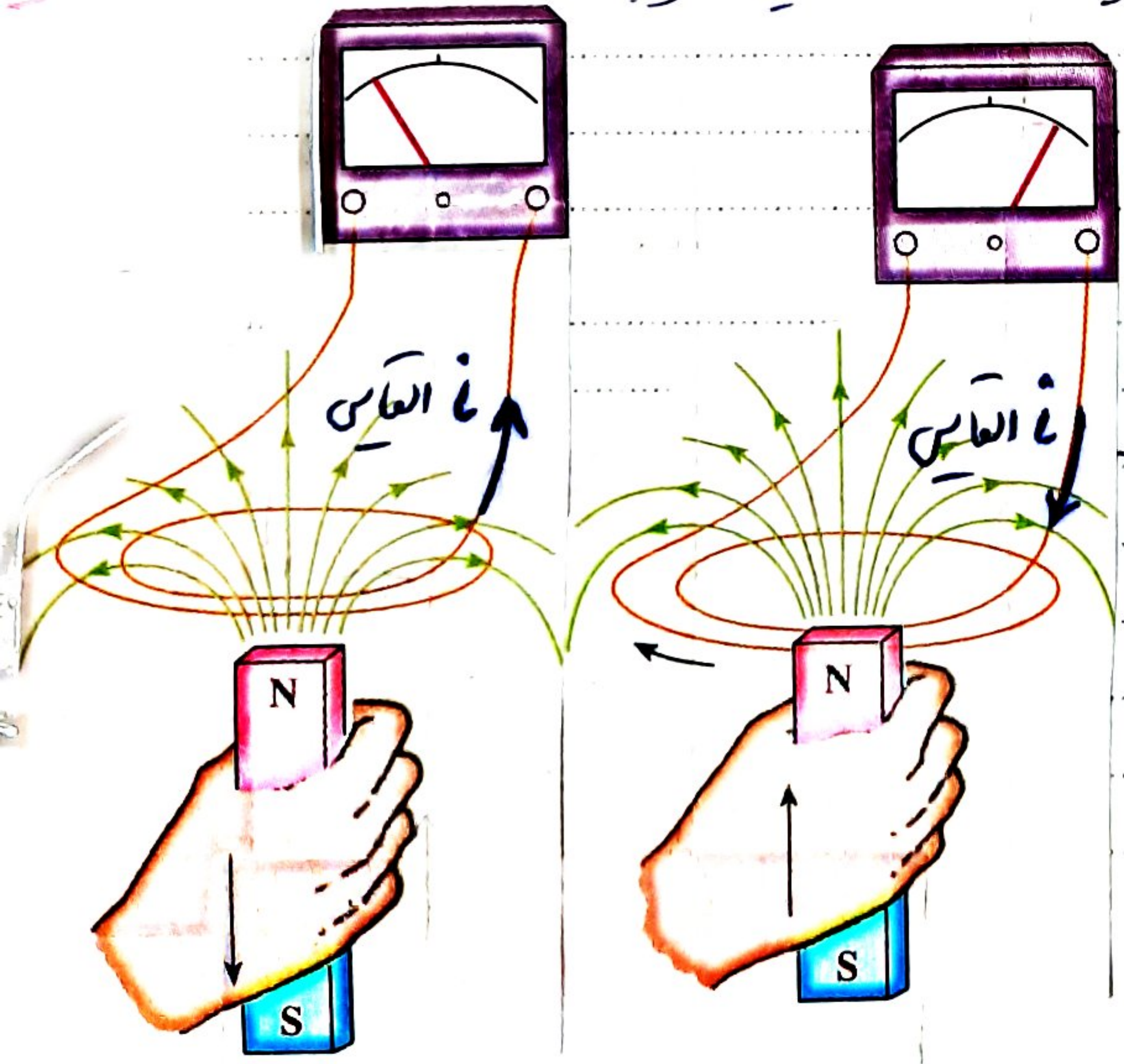
در یک مدار به چندین روش می توان نیروی محرکه الکتریکی ایجاد کرد :

۱- با تغییر بزرگی میدان B

۲- با تغییر مساحت A

۳- زاویه θ نسبت به زمان عرض شود

مانند القا خازنی



□ در یک مدار به چندین روش می توان نیروی محرکه القایی ایجاد کرد:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

۱- با تغییر بزرگی میدان

$$\mathcal{E}_{\text{induced}} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

۲- با تغییر مساحت

۳- زاویه θ بین بزرگی میدان و مساحت

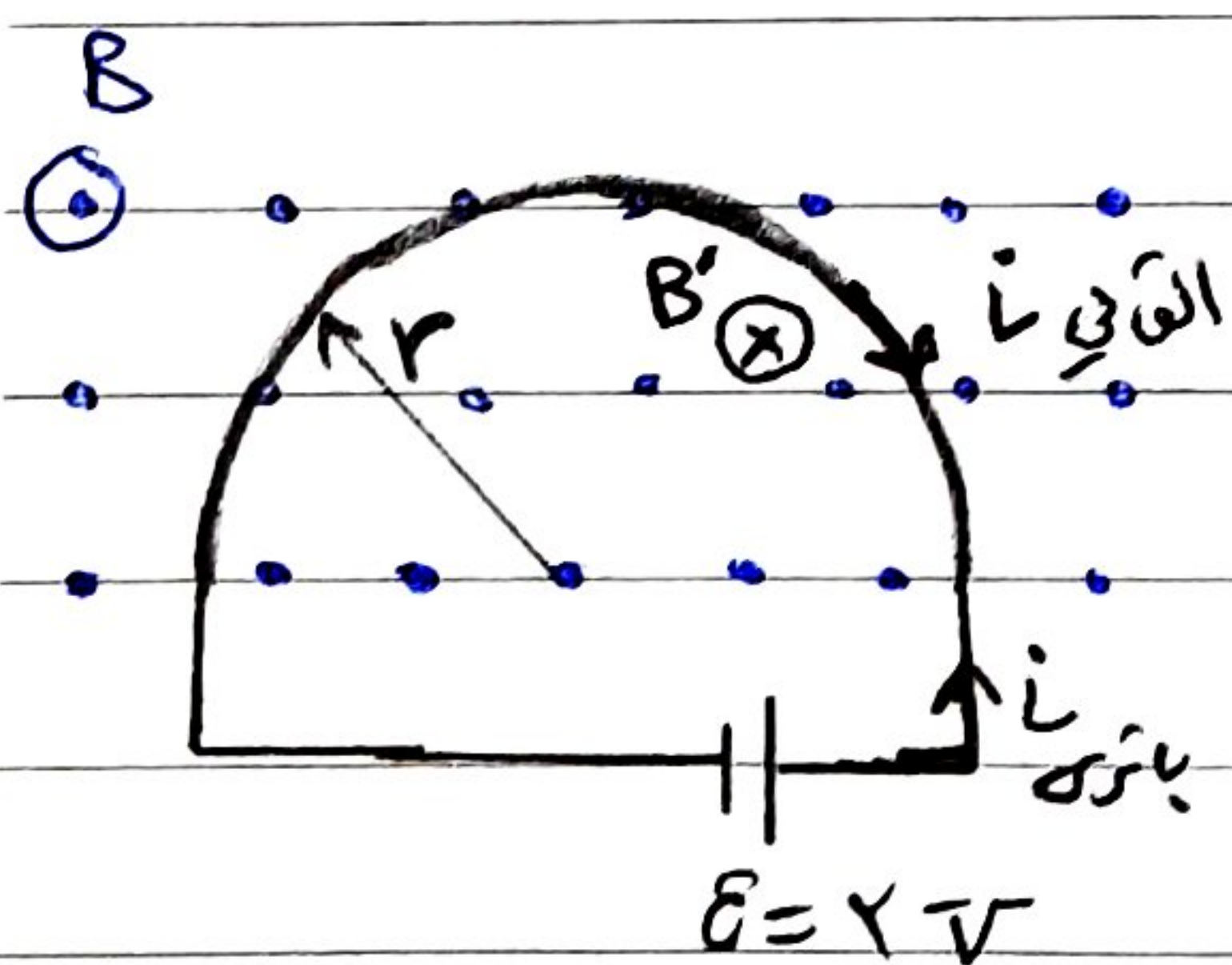
مثال ۱: یک حلقه رنای نیم دایره ای به شعاع $r = ۰.۲$ متر که درون

میدان مغناطیسی متناوب B قرار دارد. اندازه B طبق رابطه

$$B = 4t^2 + 2t + 3$$

حلقه متصل است. مقاومت حلقه $R = 2 \Omega$ است.

الف. اندازه و جهت نیروی محرکه القایی $\mathcal{E}_{\text{induced}}$ در حلقه که از تغییر میدان B در مدت $t = 1.5$ حاصل می شود چقدر است؟



$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA$$

سازمغناطیسی در حال زیارت شدن است.

$$|\mathcal{E}| = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} (BA) = A \frac{dB}{dt} = A \frac{d}{dt} (4t^2 + 2t + 3)$$

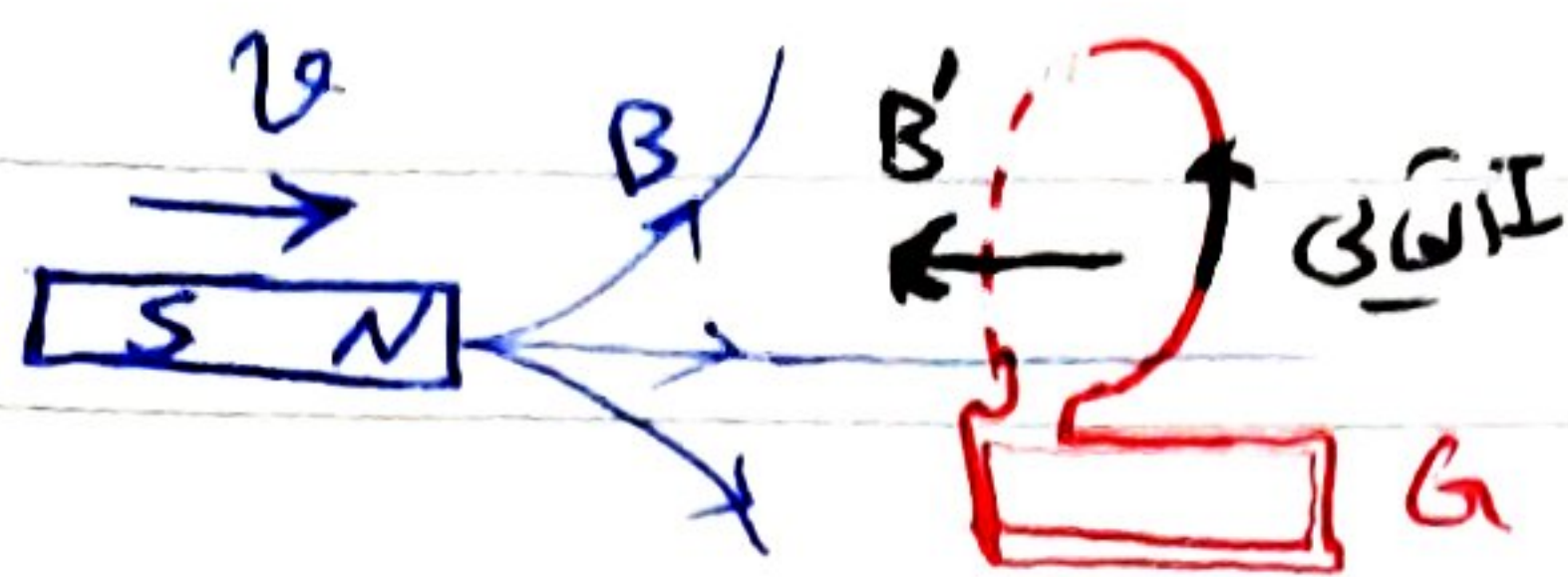
$$= \frac{\pi r^2}{2} (8t + 2) \xrightarrow{t=1.5} \mathcal{E} = \frac{\pi}{2} \times 0.2^2 (8 \times 1.5 + 2) = 5.12$$

ولت و جهت جریان القایی تولید شده در حلقه: **ساعتگرد** (جهت نیروی محرکه القایی)

ب: جهت جریان طی در حلقه و مقدار آن در 1.0 sec ؟

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_{\text{induced}} - \mathcal{E}_{\text{battery}}}{R} = \frac{5.12 - 2}{2} = 1.56 \text{ A}$$

□ شکل دیر مانون فارادی:



با تغییرت رقتی از سطح بیسم،
 ع القای ای در سیم شود ← میدان الکتریکی القای ای در سیم ← این میدان الکتریکی القای
 به بارهای رشتی مدغم سیم، نیرو وارد کرده و آنرا حرکت دهد و یک جریان القای
 ای در سیم کند.

$$\frac{d\Phi_B}{dt} \rightarrow \mathcal{E} \rightarrow \vec{E} \rightarrow I$$

القایی القایی القایی

$$(\vec{E} = \vec{F}/q), W = \oint q \vec{E} \cdot d\vec{l}, \quad \mathcal{E} = \frac{W}{q} \Rightarrow$$

$$\textcircled{2} \quad \mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad , \quad \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \textcircled{1}$$

$$\rightarrow \textcircled{3} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

قانون القای فارادی - شکل کلی

معهم: تغییرت رقتی، میدان الکتریکی تولید می کند!

میدان الکتریکی به دو صورت ای در سیم و ناشی از بار الکتریکی q
 ناشی از تغییرت رقتی عبوری از سطح

□ طریقت حالب:

در مدارات ماکسول دیده می شود که هنگام تغییرت رقتی، میدان
 الکتریکی تولید می کند، تغییرت رقتی هم، میدان رقتی تولید می کند!

۱۴ برای این دو میدان (و تفاوت وجود دارد) اضافه

۱- برای میدان الکتریکی که منشأ آن بار الکتریکی ساکن است، پتانسیل الکتریکی تعریف

۱۶ می شود

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$$

۱۷ اگر a و b یک نقطه شوند (میرسب) $0 = - \int E \cdot d\ell$

۱۸ ولی برای E القایی $\oint E \cdot d\ell \neq 0$ است پس E القایی پتانسیل نیست

پتانسیل الکتریکی برای میدان الکتریکی القایی قابل تعریف نیست.

مثال ۲: در یک ناحیه دایره‌ای مشغول به ششای R میدان مغناطیسی B با آهنگ ثابت نسبت به زمان افزایش می‌یابد. ثابت $\frac{dB}{dt}$. تغییرات بزرگ E الکتریکی بر حسب r چگونه است؟ (r : فاصله یک نقطه از مرکز دایره‌ای)

حل:

قانون الکتریکی فارادی

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

به شعاع $r < R$

ششای مغناطیسی عبوری از سطح دایره‌ای به شعاع $r < R$ در حال

اقتضای است که پس از قانون فاراده ولتی: میدان مغناطیسی الکتریکی I الکتریکی

← جهت جریان الکتریکی یا جهت الکتریکی، پارامترهای (قانون دست راست)

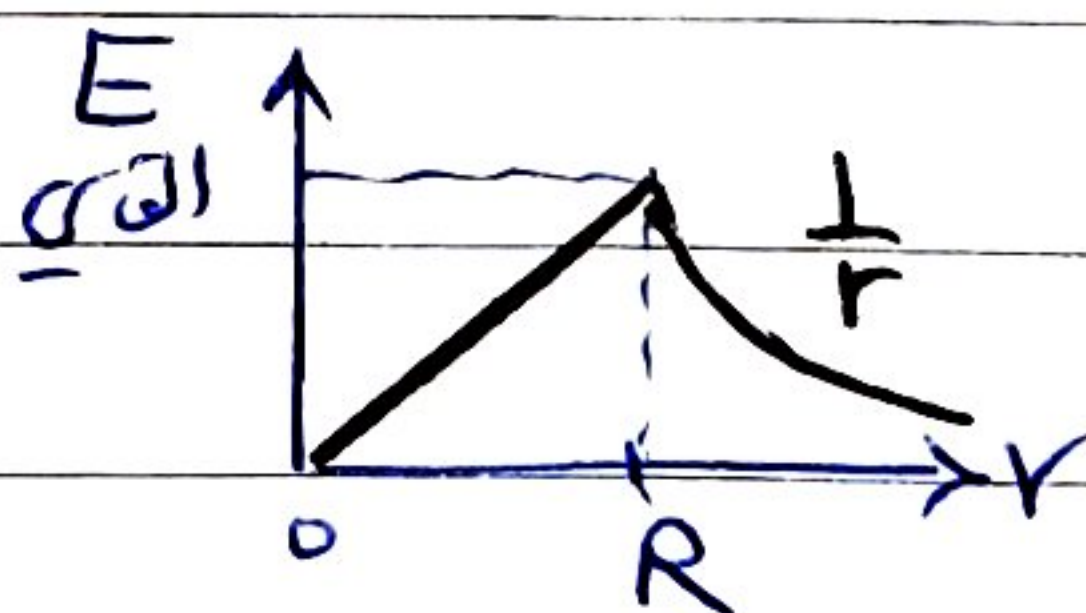
(نسبت در جهت B' و جهت رانگت همواره دست راست: جهت I الکتریکی)

در سطح $r < R$ و $r > R$

$$\rightarrow E_{\text{الکتریکی}}(r) = - \frac{d}{dt} (BA) = -A \frac{dB}{dt} = -\pi r^2 \times \text{ثابت}$$

$$r < R: E_{\text{الکتریکی}} = -(\text{ثابت}) \cdot \frac{r}{2}$$

پارامترهای



برای $r > R$:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

در مسیر بسته به شعاع $r > R$

هم مرکز با ناحیه دایره‌ای مشغول داده شد

$$E(r) = - \frac{d}{dt} (BA) = -A \frac{dB}{dt} = -\pi R^2 \times \text{ثابت}$$

$$\rightarrow E_{\text{الکتریکی}}(r > R) = -\frac{R^2}{2r} \times \text{ثابت}$$

پارامترهای

مثال ۳: سیمه ۳۳ ورامیر ۱۰ هکتار

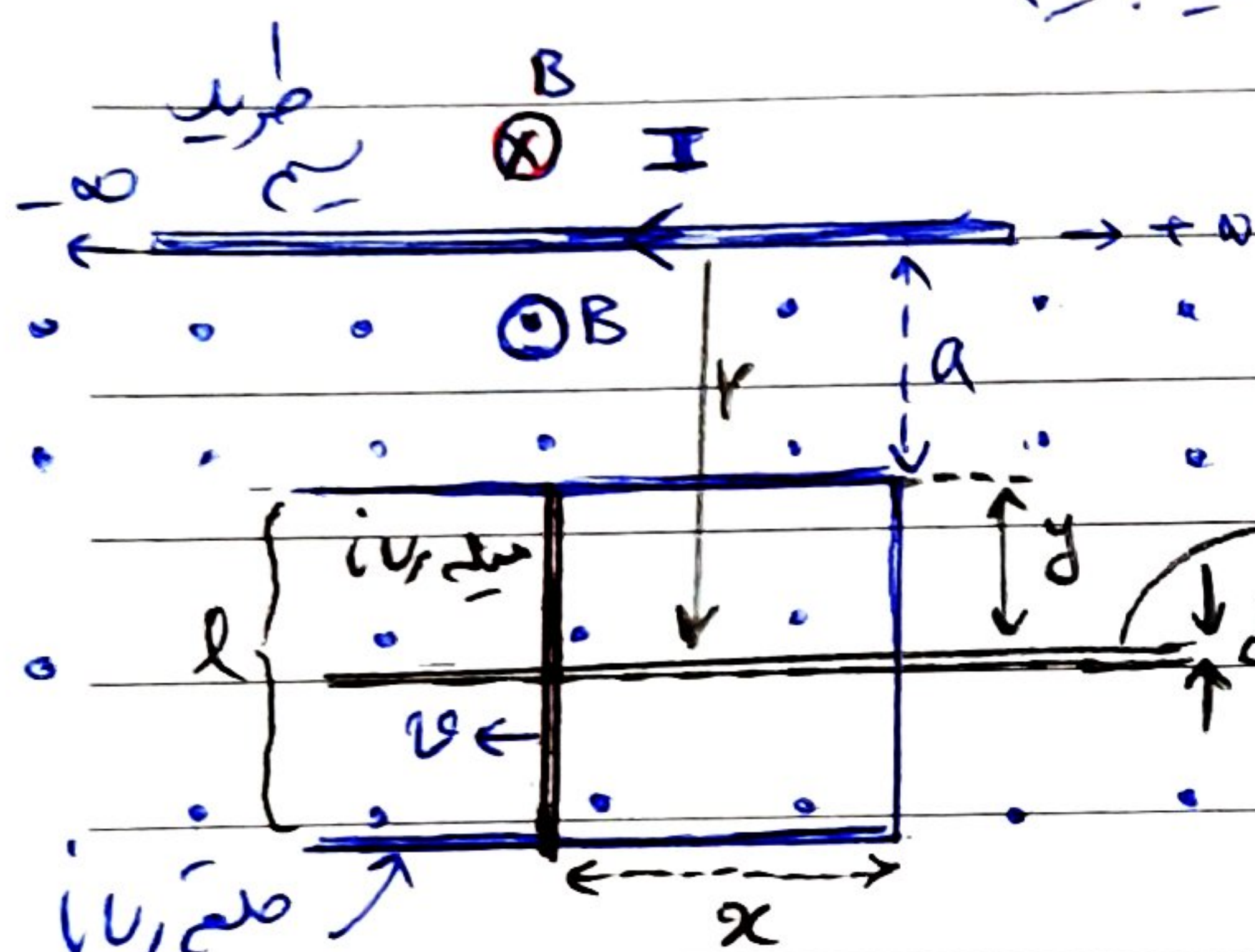
سیمه ای به طول ۱ متر حرکت می کند و در آن افقی حرکت دارد و سیمه
سیمه در آن یک حلقه را تشکیل می دهند. مقاومت سیمه R.

و مقاومت بقیه حلقه ناچیز. الف. فیلد الکتریکی حلقه را ب. جریان الکتریکی؟

۲. آنتن و کله از مرکز گزی در سیمه؟ د. بزرگ نیروی مستطیلی وارده بر سیمه متحرک؟

ه. آنتن انجام کار را می نرود را ببینید!

و. نیروی خارجی وارده بر سیمه P



(نویسندگان) همان خزنه سطح A

حل: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$

سیمه طول ۱ متر جریان I، در اطراف حلقه ای با سیمه از مرکز
 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

سیمه که به سمت چپ حرکت می کند، شیبی از درون حلقه، سیمه در سیمه.

بر طبق قانون نرنست و فارادی یک جریان الکتریکی درون سیمه I ایجاد می شود.

(نکته)

چون سیمه B با درشتی از سیمه طول I، کم و کم در سیمه توان از $\Phi_B = B \cdot A$

انتخاب کردن سیمه از $\Phi_B = \int B \cdot dA$ به سیمه در مرکز

الان خزنه سطح dA، سیمه در سیمه همان خزنه سطح dA

(همه B بدون سیمه)

(همه B با dA)

یک مستطیل با طول x و عرض dy

(افزار مستطیلی کوچک) به فاصله ۲ از سیمه طول ۱ متر در سیمه I

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

ادامه مثال ۳ : هدف :

$$\rightarrow \phi_B = \int d\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA$$

این شیب عبوری از سطح در یک لحظه

این شیب عبوری از سطح در یک لحظه

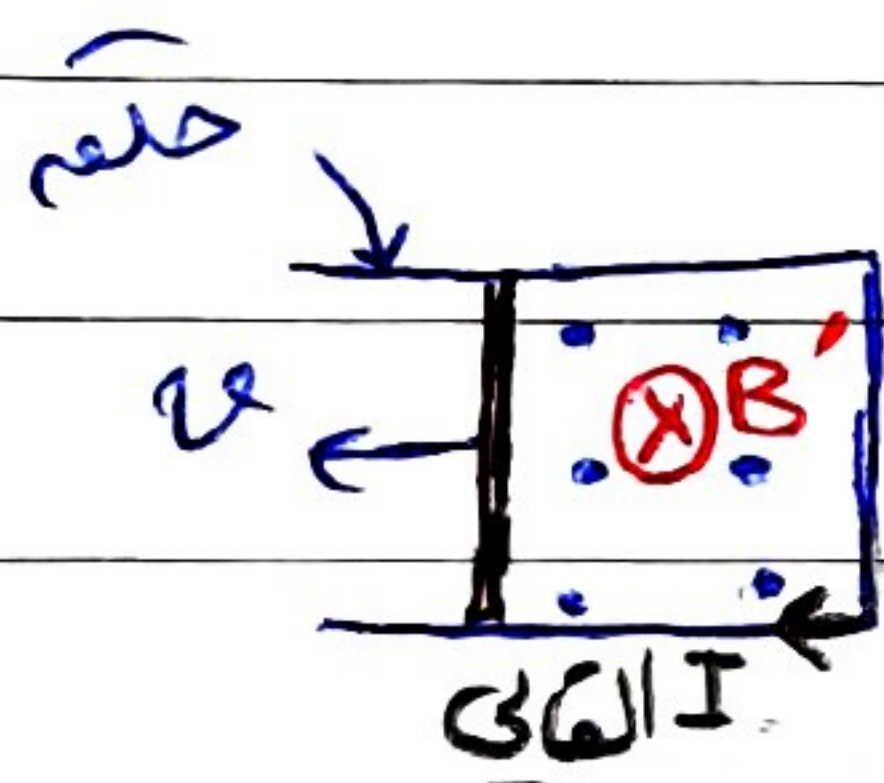
$$= \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (x dy)$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} x \int_a^{a+l} \frac{dy}{y+a} = \frac{\mu_0 I x}{2\pi} \ln(y+a) \Big|_a^{a+l} = \frac{\mu_0 I x}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a}$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 I x}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a} \right)$$

این ولت بر ثانیه در جهت دارد

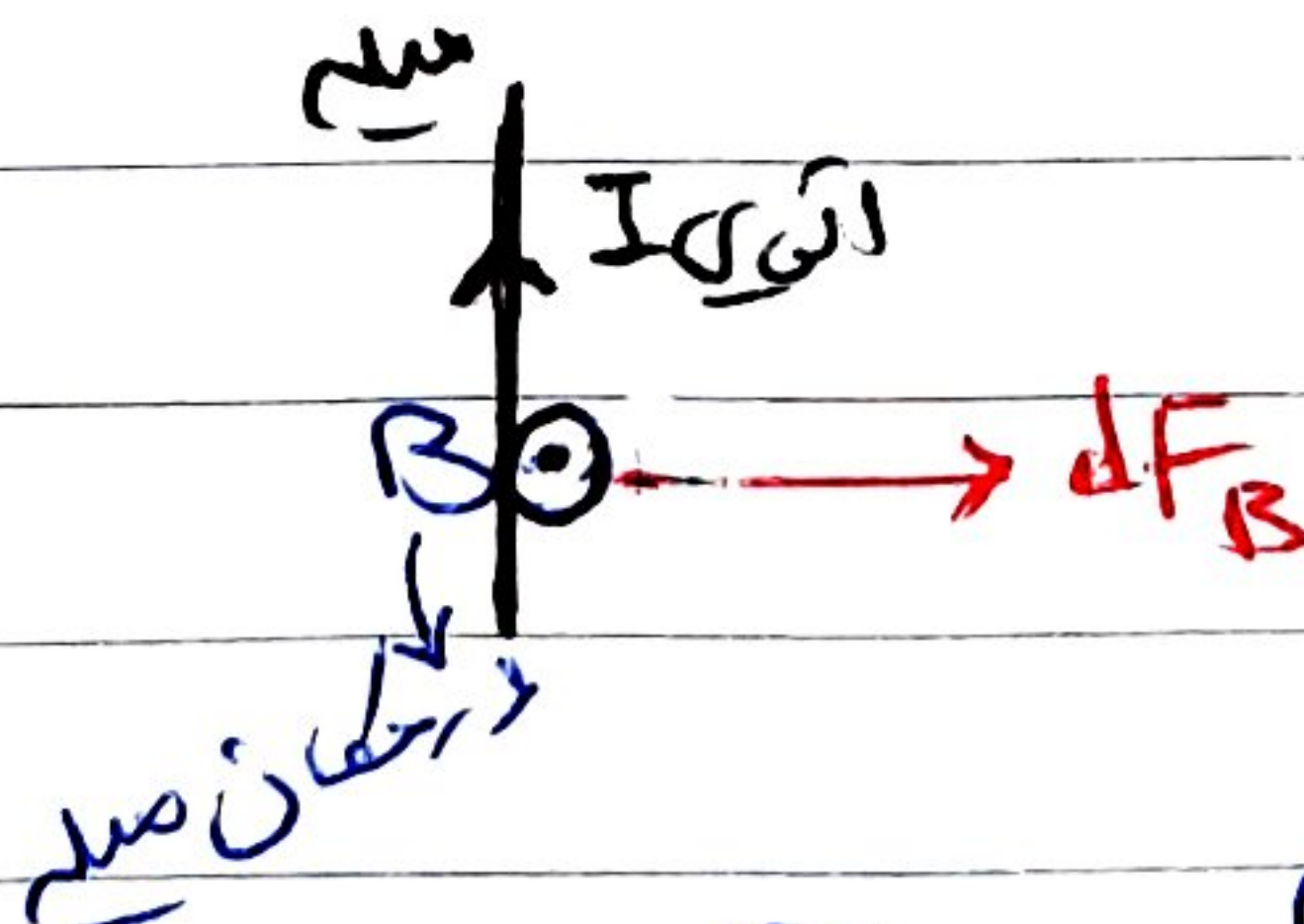
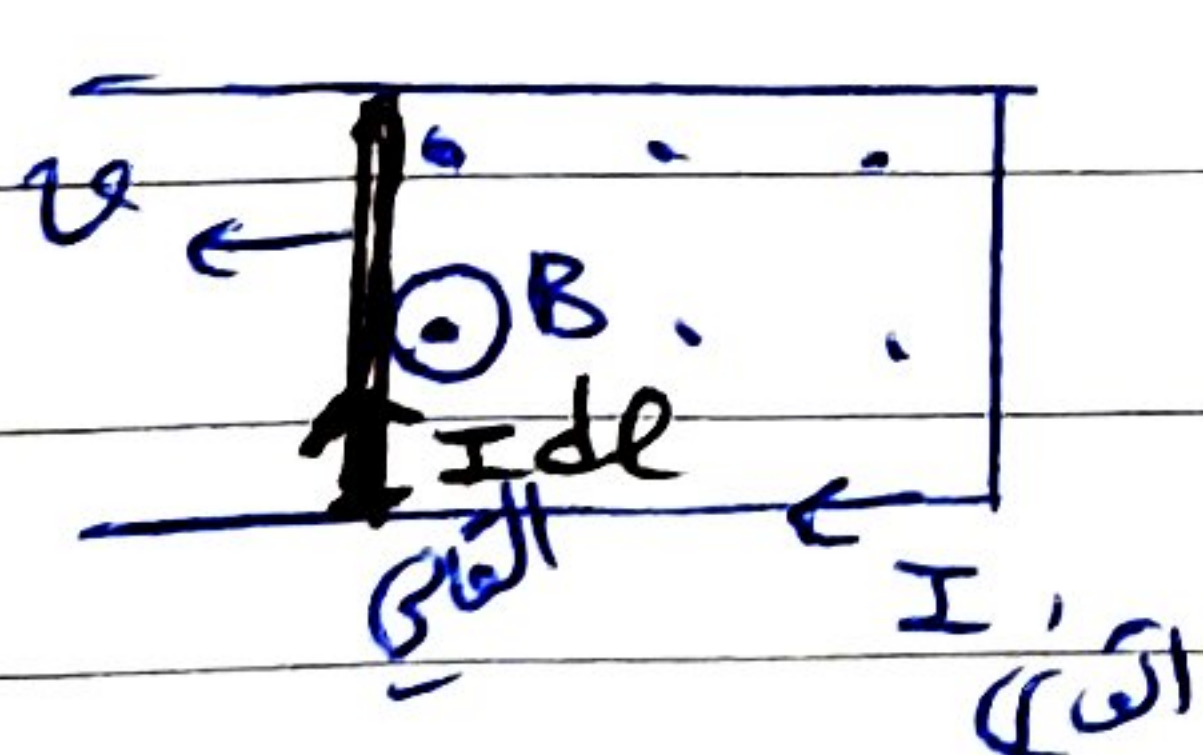
$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a} \frac{dx}{dt} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{a+l}{a} v$$



ب : جهت ولت در جهت $\mathcal{E}$ است $\Rightarrow$ $\mathcal{E}$ در جهت $\mathcal{E}$ است

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln \frac{a+l}{a} A$$

$$P = \frac{dU}{dt} = R I^2 = R \left(\frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln \frac{a+l}{a} \right)^2 \quad \text{2.} \quad \frac{\text{J}}{\text{Sec}}$$



$$d\vec{F}_B = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\rightarrow |dF_B| = I dl B \rightarrow F_B = \int dF_B = \frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln \frac{a+l}{a} \int B dl$$

$$= \frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln \frac{a+l}{a} \int \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dy, \quad r = a+ay$$

ادامه مثال ۳:

اگرچه
 $\rightarrow F_B = \frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln \frac{a+e}{a} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^l \frac{dy}{y+e}$
 نیروی مغناطیسی
 وارد شده به
 سیم متحرک
 حاصل
 چگالی انرژی

$$= \underbrace{\left(\frac{\mu_0 I v}{2\pi R} \ln \frac{a+e}{a} \right)}_{(*)} \times \ln(y+e) \Big|_0^l$$

حجت به سمت راست.

$$= \underbrace{(*)}_{(*)} \times \ln \frac{l+e}{a}$$

ه: آفتاب، که این نیرو؟

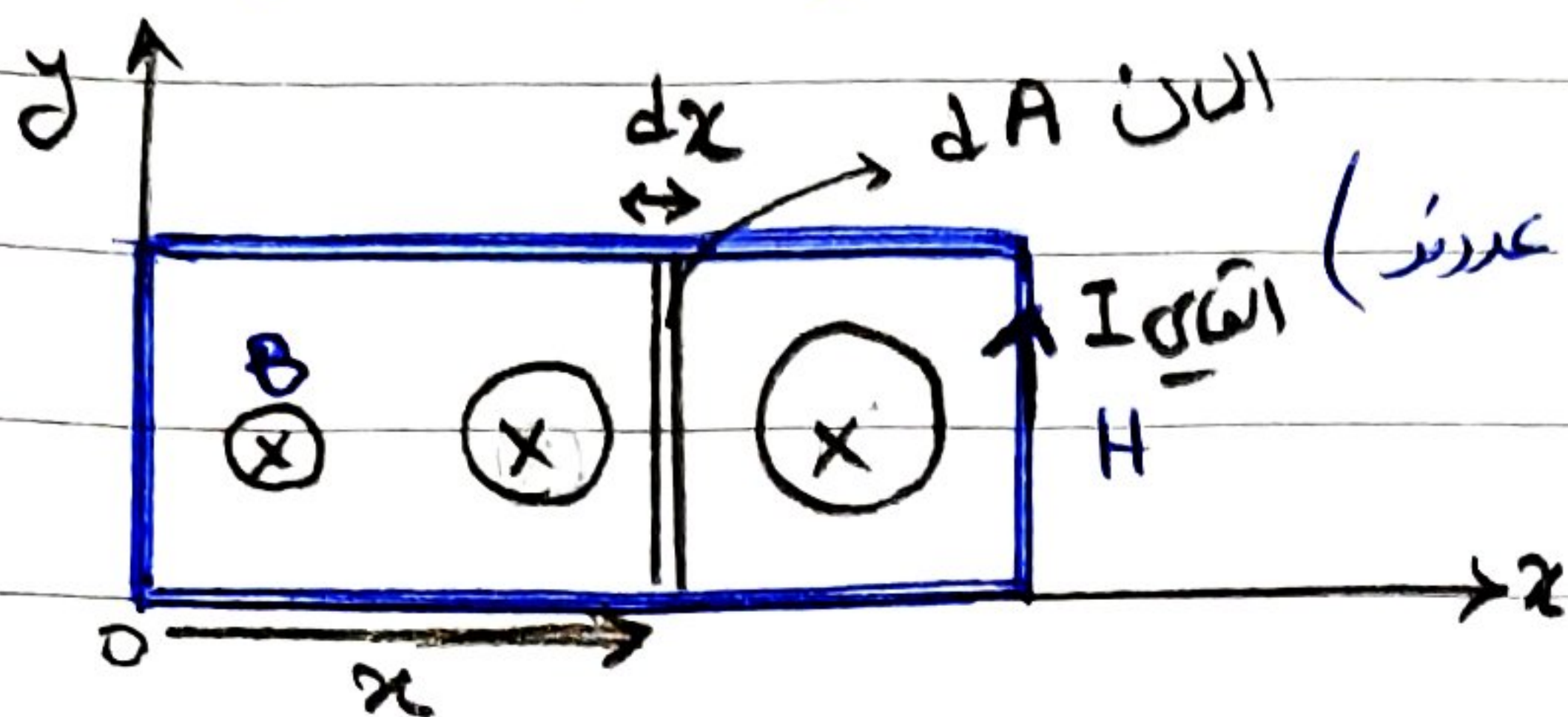
$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F}_B \cdot \vec{v}$$

$$|P| = (84) v = \frac{1}{R} \left(\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \ln \frac{l+e}{a} \right)^2$$

و: نیروی خارجی دلدردر سیم تا سیم با سرعت v حرکت کند.

نیروی نیروی خارجی دلدردر سیم حاله (F_B) است تا سیم با سرعت v حرکت
 خدا را مدد. (به سمت چپ)

مثال ۴: یک حلقه مسطح شکل درون میدان $B = 4t^2$ قرار دارد. عرض حلقه W و ارتفاع آن H است. اندازه و جهت نیروی محرکه الکتریکی را در زمان $t = 0, 1, 2$ باید.



$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

چون میدان B در سطح حلقه یکسو است، بنابراین از رابطه $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ استفاده کرده باید و برابر خواهد بود با $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ استفاده شود.

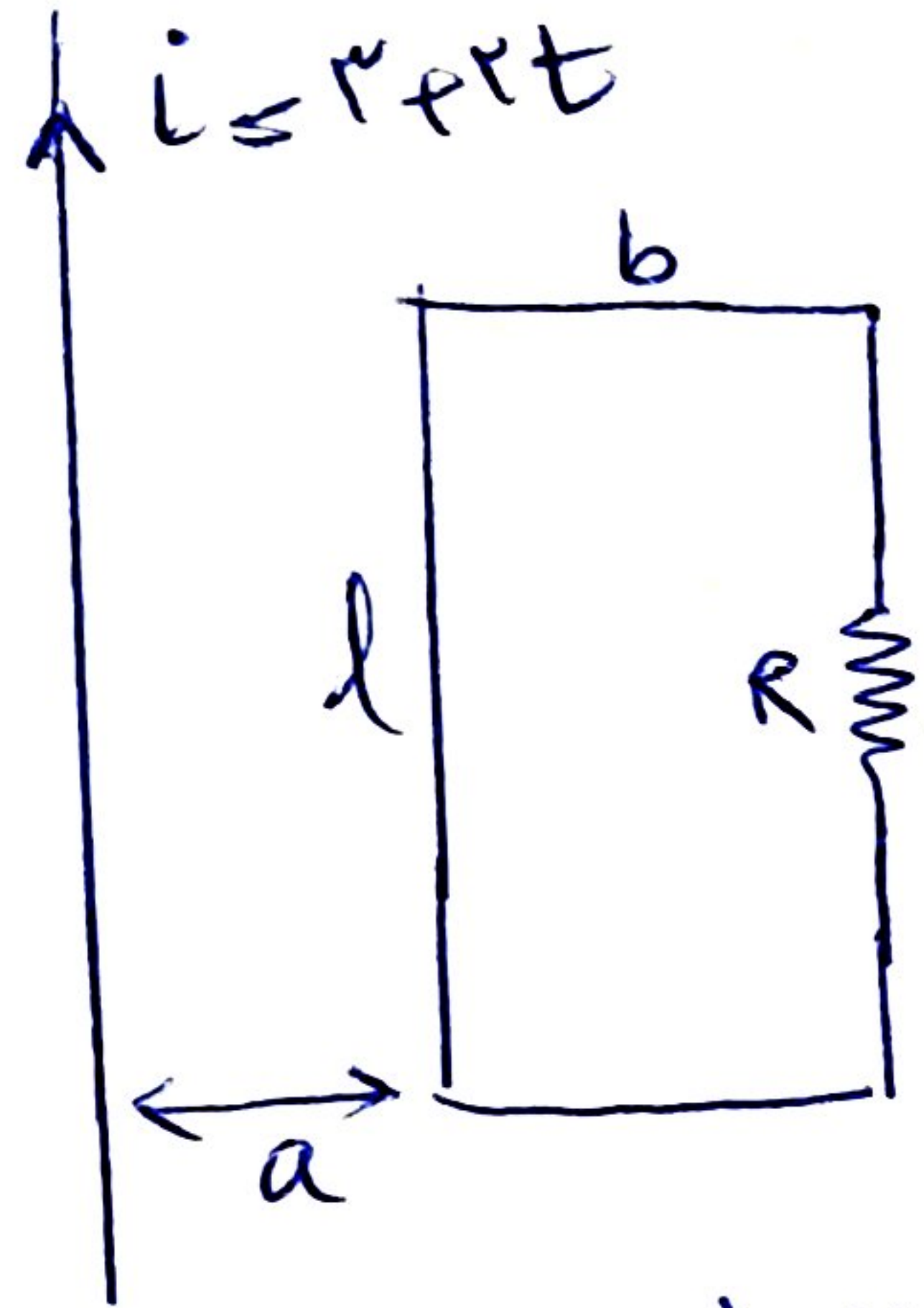
$$\begin{aligned} \Phi_B &= \int d\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \\ &= \int B H dx = \dots \\ &= \int (4t^2) H dx = 4t^2 H \int_0^W x dx = \frac{4}{2} t^2 H W^2 \\ &= 2 t^2 H W^2 \end{aligned}$$

($d\vec{B}$ درون مسو موازی $d\vec{A}$)

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{2} t^2 H W^2 \right) = - \frac{4}{2} H W^2 \frac{d}{dt} t^2 \\ &= - \frac{4}{2} H W^2 t \quad t = 0, 1, 2 \quad |\mathcal{E}| = 12 \text{ ولت} \end{aligned}$$

جهت $\mathcal{E}$ یا I : چون درون حلقه، میدان B در حال افزایش است، طبق قانون لنتز، باید میدان مغناطیسی الکتریکی B' (نقطه و $\otimes$) یا در جهت I باشد.

نمونه سوال امتحانی فصل الف



۵- در شکل زیر، حلقه مستطیلی وسیع به نسبت طول که

از آنکه جریان الکتریکی متغیر $i = 3 + 2t$ را میگذرد،

در یک صحنه قرار دارند. این مستطیل دارای مقاومت R ،

طول l و عرض a است و شلوع تحت چپ آن به فاصله

a از وسیع طول است. الف. نیروی مغناطیسی را بر حلقه بیابید.

ب. مقدار ولتجبه جریان الکتریکی l بیابید.

جواب الف: $\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{a+b}{a}$

ب: $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ پارس کرد

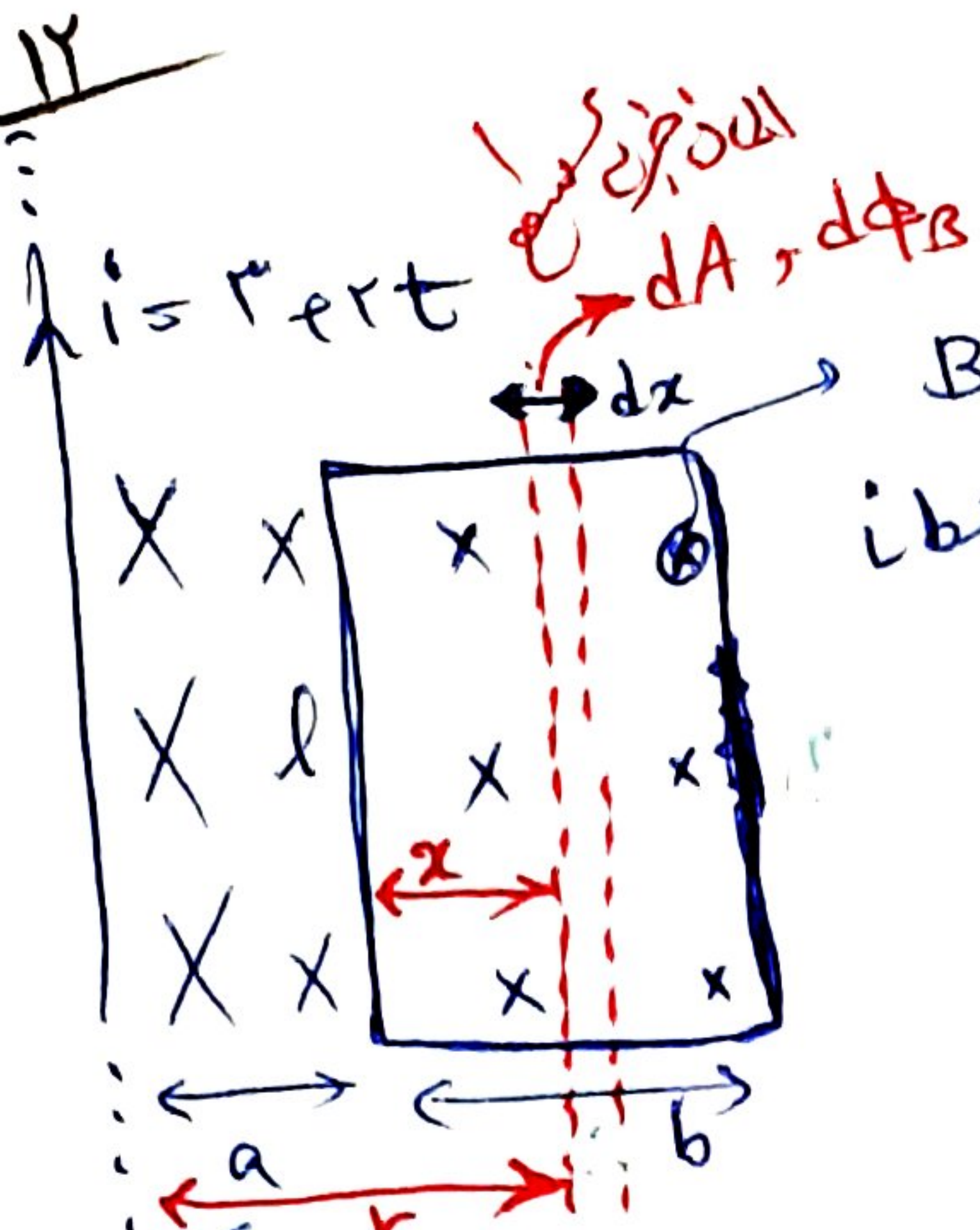
فصل

من بعد سوال آسان. فصل الکتر

هر سال ۵۰۰ :

$d\Phi_B$: شار مغناطیسی
از سطح مقطع dA

جهت B
تولید شده در سیم



سیم که به سیم طولی است و در آنجا در اطراف خود،

طبق قانون آمپر : $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

و چون B تولید شده در سیم، در سطح مقطع مستطیلی است

نیست پس بار مغناطیسی را عبور از سطحه غیر توان از $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$ استفاده کرد.

پس از $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ استفاده کرد.

$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$
اندکی تولید شده در سیم

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} (l dx) = \int_0^b \frac{\mu_0 i l}{2\pi (a+x)} dx$
B درون صفحه با dA موازی است

$= \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \int_0^b \frac{dx}{(a+x)} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln(a+x) \Big|_0^b = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}$
در یک لحظه از عبور از سطحه
داخرا به بیرون می‌رود
در یک لحظه، سیم در تقاطع

از عبور از سطحه

$\Rightarrow \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 i(t) l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \right]$

$= - \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \frac{d}{dt} i(t) = - \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} \frac{d}{dt} (i_0 e^{rt})$

$= - \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} = \boxed{- \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{a+b}{a}}$

نیروی محرکه الکتریکی

که چون Φ_B در حال افزایش است $\mathcal{E}$ جهت $\mathcal{E}$ طبق قانون لورنتز : بار سیم را به

ب : $i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 l}{\pi R} \ln \frac{a+b}{a}$
بار سیم را
end.

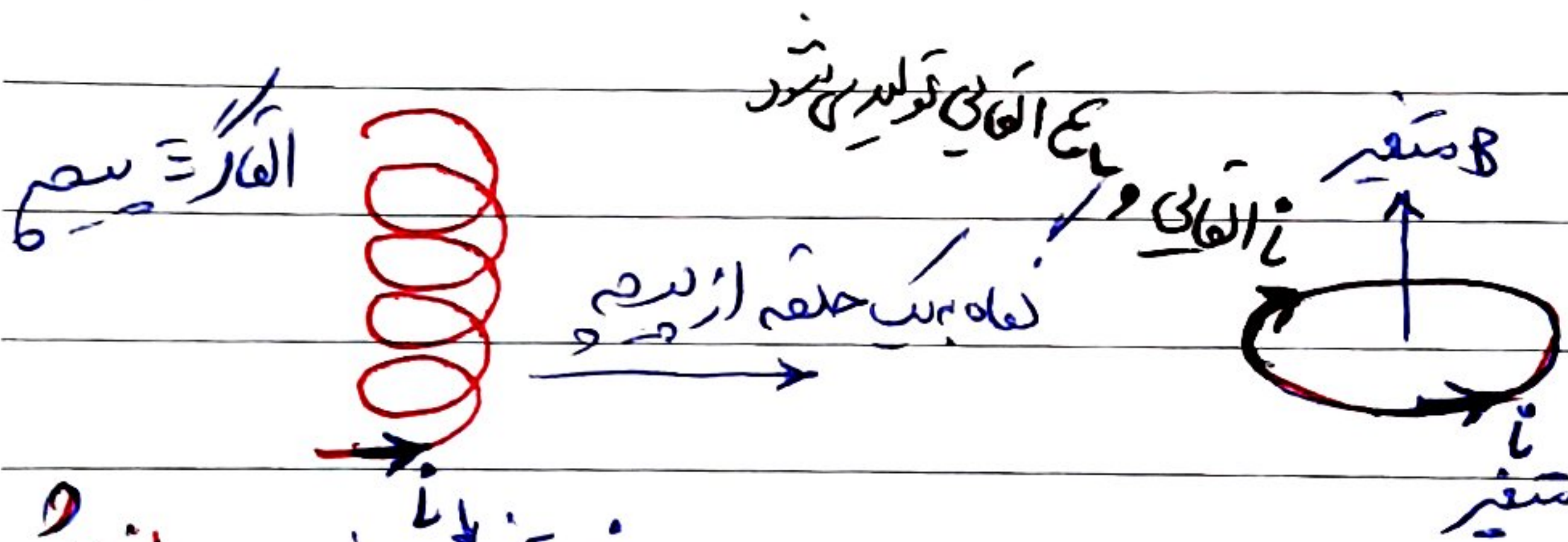
□ القاگر: وسیع یا سلولای باشد که با عبور جریان متغیر از آن، تولید میدان مغناطیسی متغیر می‌کند.

نماد القاگر

[در مفسر ها قبل دیدیم که در یک خازن می‌توانیم از دینامی که به هم می‌زنند، بار تولید B، می‌توان از یک القاگر استفاده کرد]

□ خود القایی یا القایت: در هر وسیع که حامل جریان متغیر باشد، یک نیروی محرکه القایی $\mathcal{E}_L$ به وجود می‌آید. این فرایند را خود القایی گویند، و « نیروی محرکه پدید آمده را نیروی محرکه خود القایی نامند » این $\mathcal{E}_L$ مانند همه ها القایی، از قانون فارادای دلتا پیرامونی پدید

می‌آید. القاگر وسیع



« با متغیر شدن، حال افزایش »

$$\mathcal{E}_L = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A})$$

$$\textcircled{1} \quad \mathcal{E}_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

N = تعداد حلقه‌ها در وسیع

$$\textcircled{2} \quad \mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt}$$

« ش عبوری برآید »

L : ضریب خود القایی وسیع (ضریب القایت)

$$\textcircled{3} \quad L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

$\textcircled{1} = \textcircled{2} \rightarrow$

L : فقط به هندسه القاگر بستگی دارد.

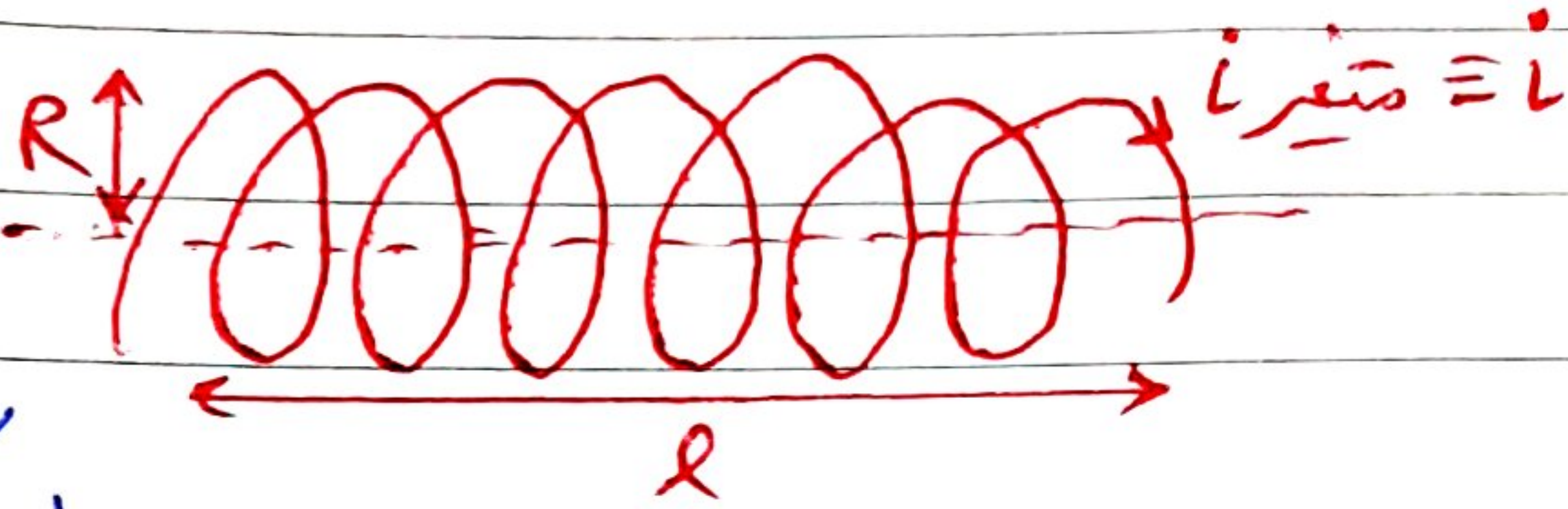
$$L: \text{کفای} \quad = \frac{T \cdot m^2}{A} \quad \text{هنری (H)}$$

جریان عبوری از القاگر
ش عبوری از القاگر

- به طور کلی محاسبی L کار پیچیده‌ای است.

- برای سیم‌لوله ایده آل یک حلقه می‌توانیم ساخت
 مثال ۶: فرض خوداتقی (الفاده) یک سیم‌لوله ایده آل به شعاع مقطع R
 و تعداد N حلقه، به طول l ، را به دست آوریم.

حل:



سیم‌لوله
 $B = \mu_0 n i = \mu_0 \frac{N}{l} i$ ، $L = \frac{N \Phi_B}{i}$ (۳)

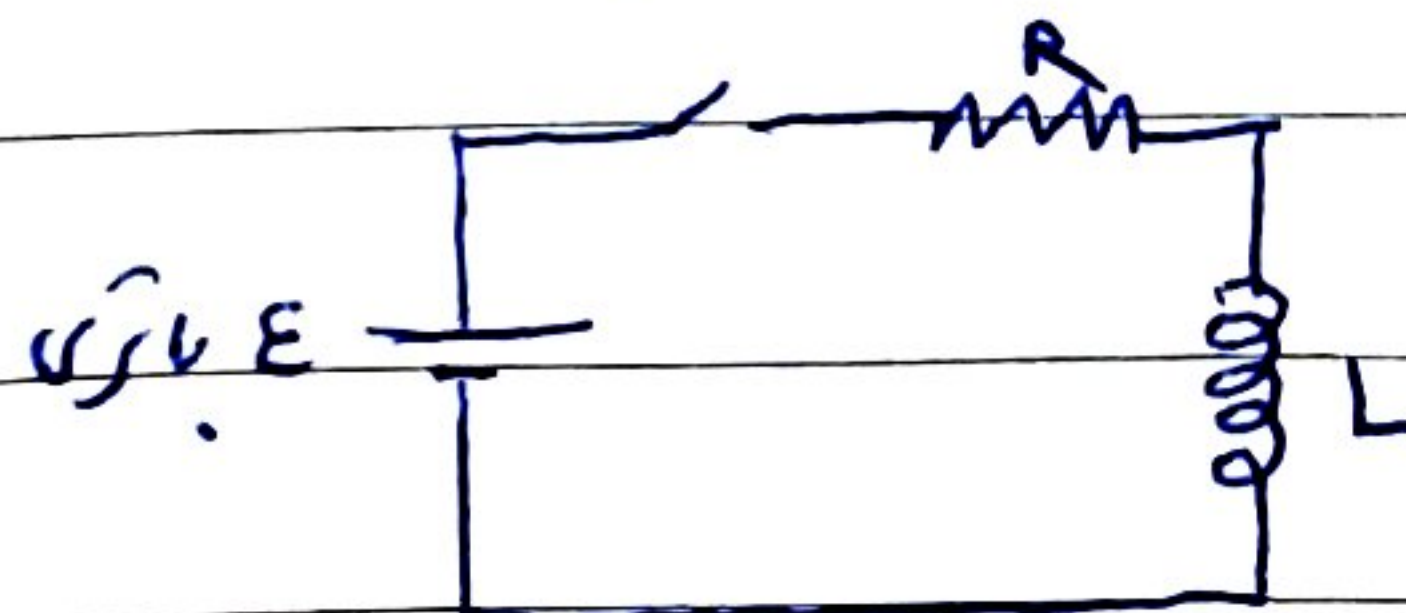
$$L = \frac{N}{i} (BA) = \frac{N}{i} \left(\mu_0 \frac{N}{l} i A \right) = \frac{\mu_0 A}{l} N^2$$

یعنی L فقط به هندسه الکتریک (دور و دانته) و
 نه از بسخ رفت.

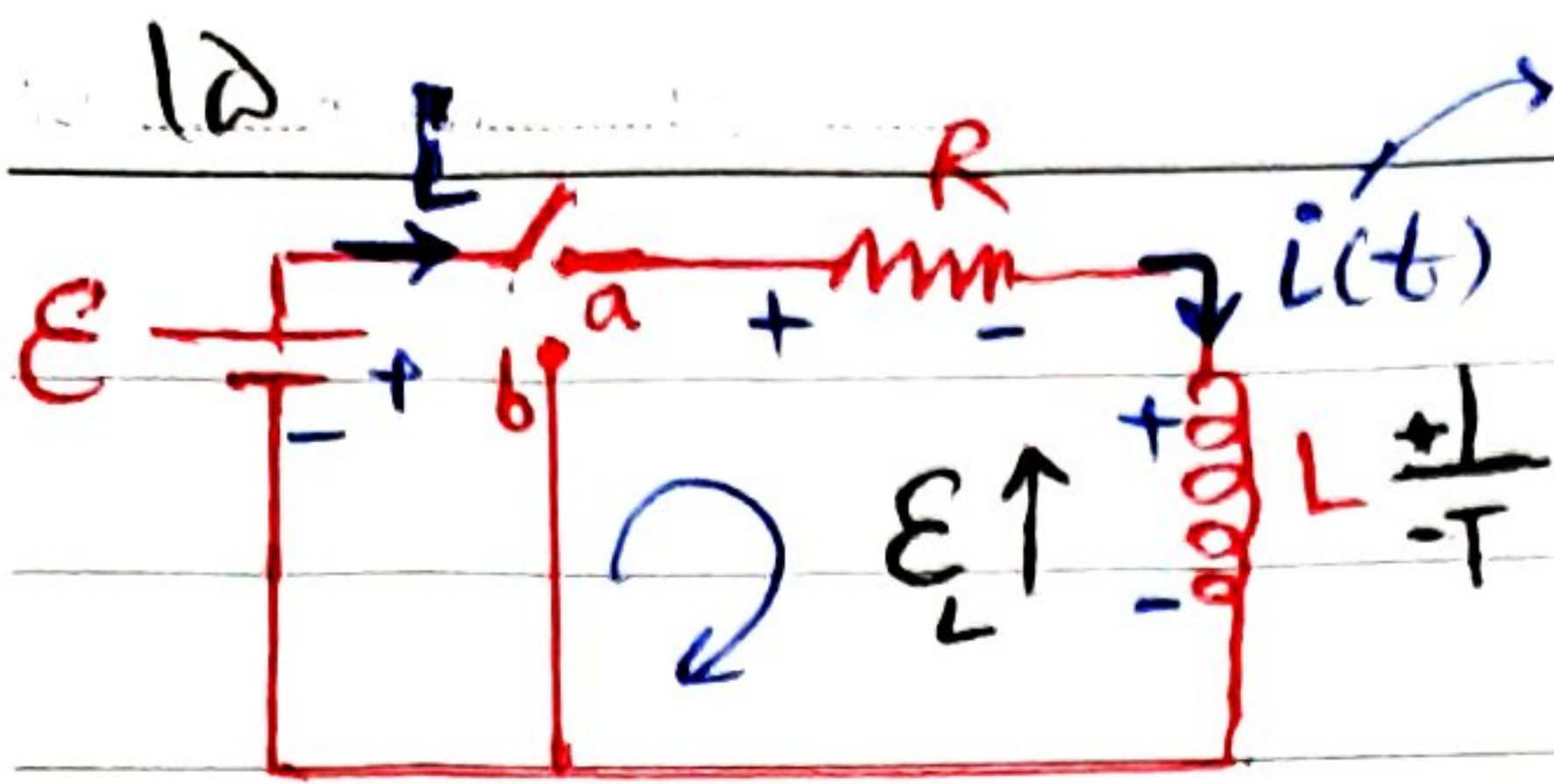
نکته: این که L متناسب با N^2 است، به تعبیر نیست. چون هم B و هم L ،
 با N متناسبند.

□ مدارهای RL

همانطور که در مدارهای RC ، با آساند، از یک مولد جریان که به مدار R و C وصل می‌کنیم،
 و دریم خازن، یک مرتبه پر می‌شود یعنی $q = C \mathcal{E} (1 - e^{-t/\tau})$ خازن
 حال اگر یک سوله $\mathcal{E}$ را به یک مقاومت R و یک الفاکر L وصل کنیم،
 افزایش یا کاهش جریان در مدار، یک مرتبه نیست و به صورت نمایی است.



۱۵



در حال افزایش است

مثال ۷: کسب انرژی در سلف

جریان مدار را در لحظه t بیابید.

$$\text{قانون حلقه } \sum V = 0 : E - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \quad (*)$$

$$\rightarrow \frac{di}{E - iR} = \frac{dt}{L} \rightarrow \frac{di}{iR - E} = -\frac{dt}{L} \rightarrow \int_0^i \frac{di}{iR - E} = -\int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$\rightarrow \frac{1}{R} \ln \frac{iR - E}{-E} = -\frac{t}{L} \rightarrow e^{-tR/L} = \frac{iR - E}{-E}$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} t=0 \rightarrow i=0 \\ t \rightarrow \infty : i = \frac{E}{R} \end{array} \right.$$

↓ افت انرژی جریان (مدار وصل)

جریان در مدار RL متغیر به تدریج

ثابت زمانی خودانرژی

$$\tau_L = \frac{L}{R}$$

وقتی کسب به مدت طولانی وصل است، افت انرژی یک سیم را به سیمولی عمل می‌کند.

ب: $\mathcal{E}_L$ ای بارسته در آنک را بیابید؟

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{E}{R} e^{-R/L t} = -\mathcal{E} e^{-R/L t}$$

 $\mathcal{E}_L$ مخالف افزایش جریان

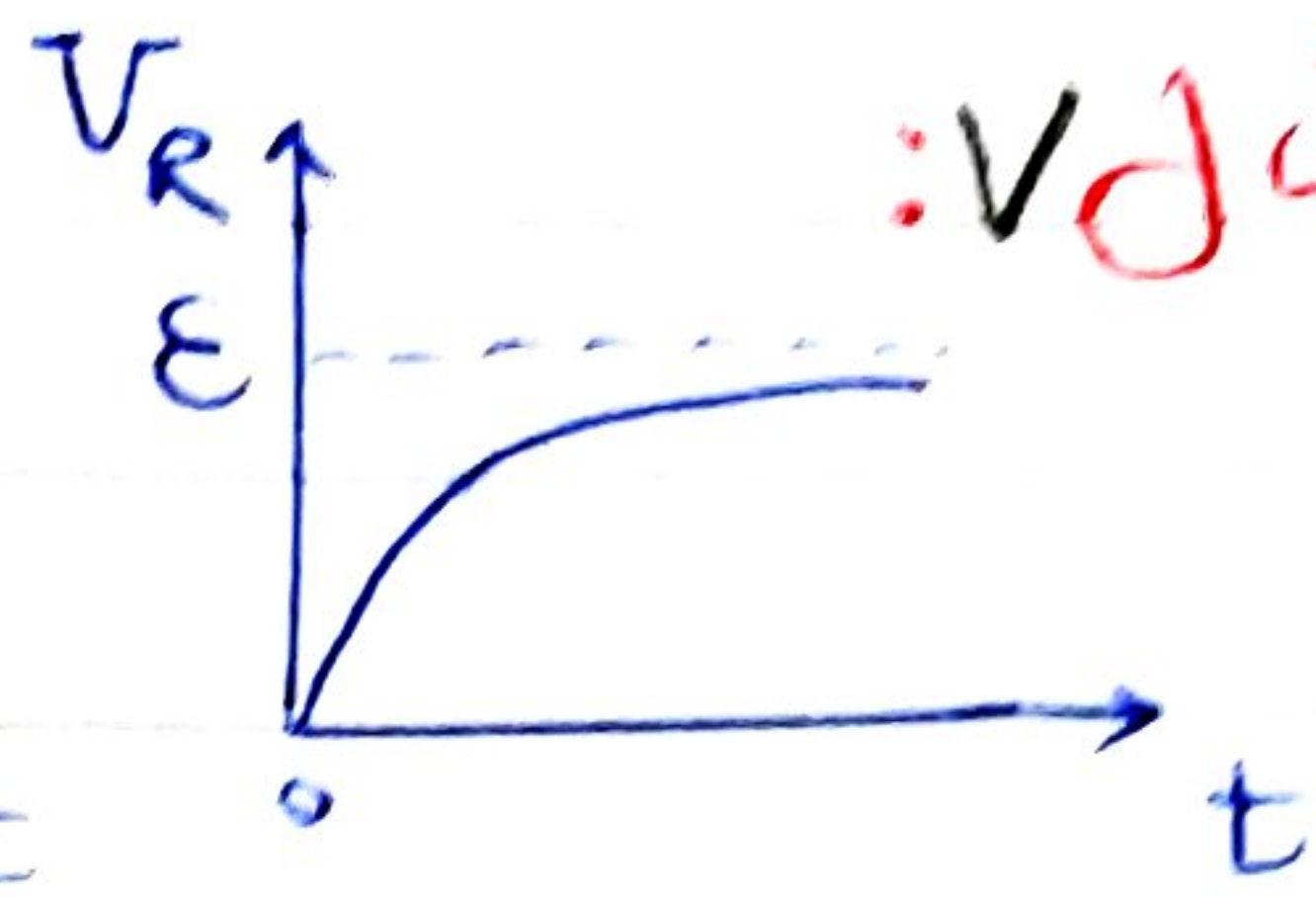
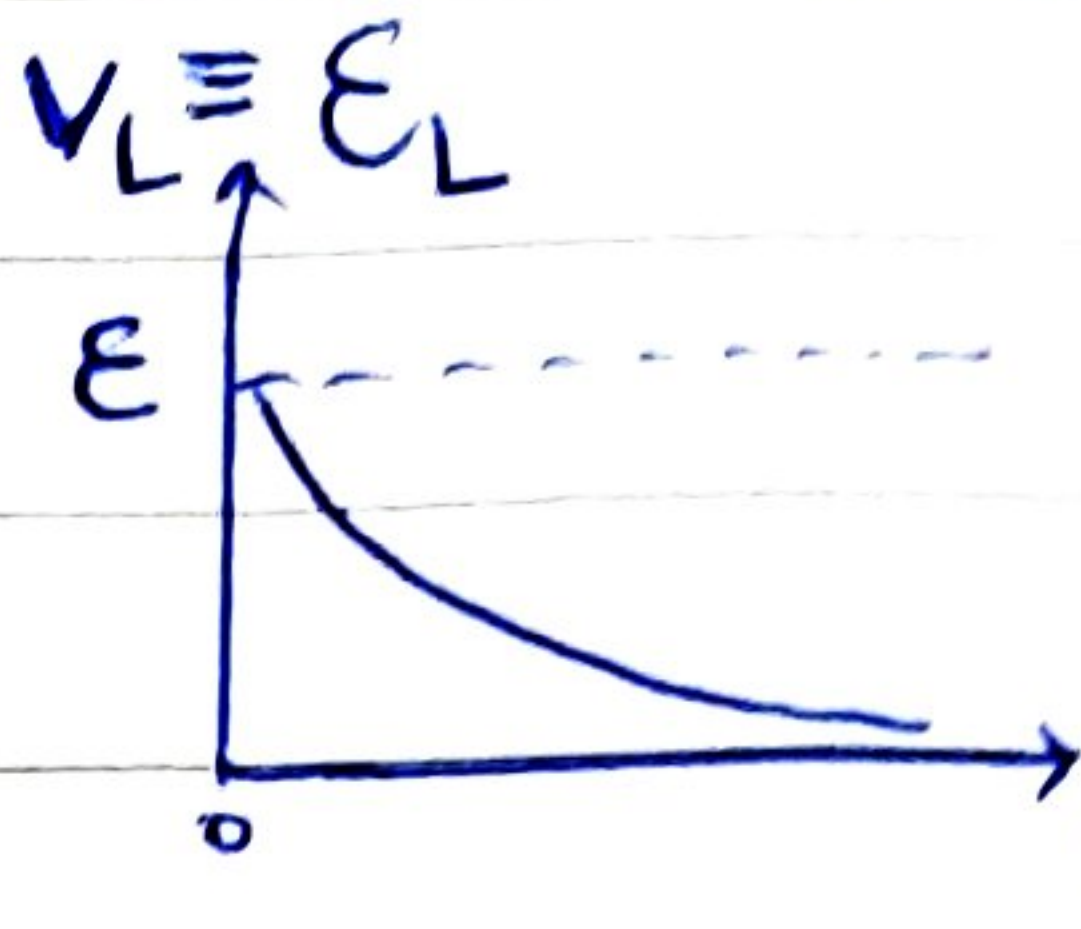
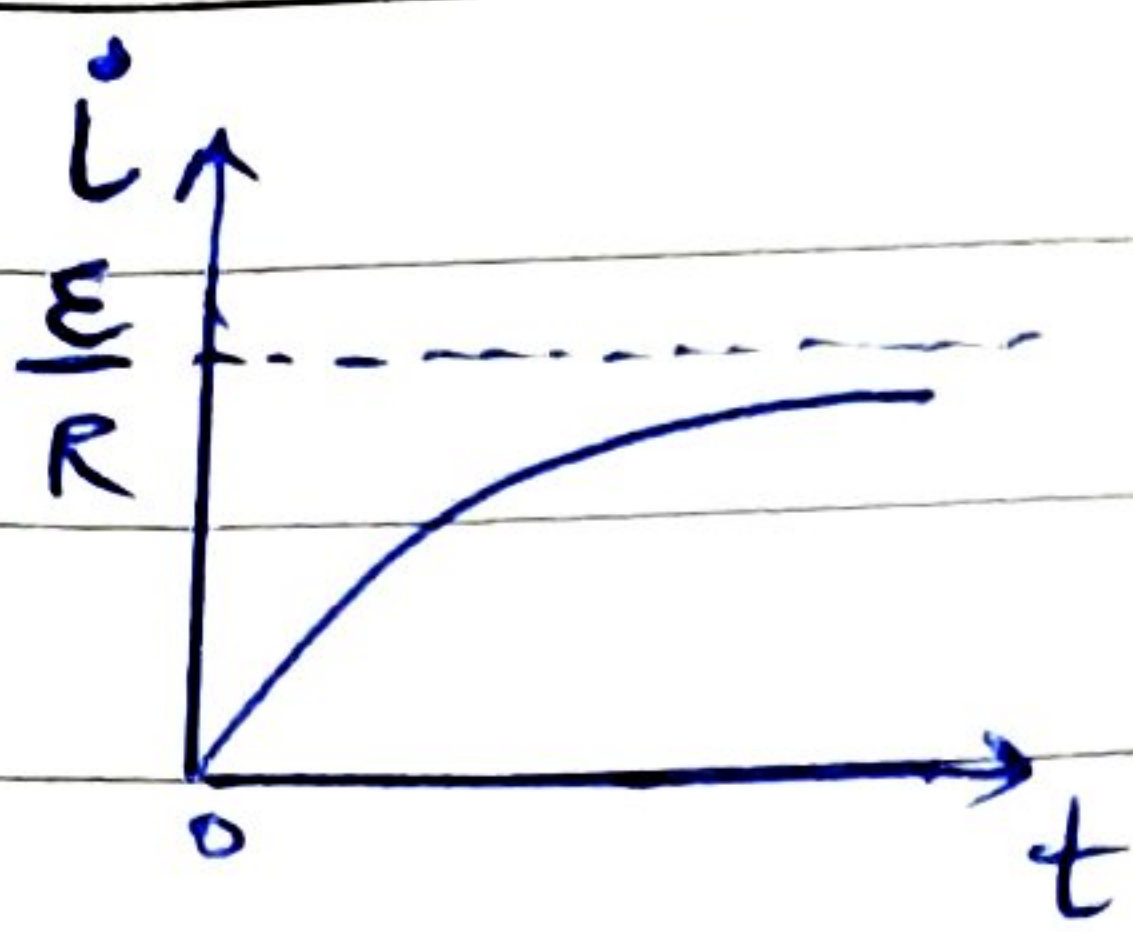
ج: اختلاف پتانسیل در سیم مقاومت R را در لحظه t بیابید؟

$$|V_R| = iR = E(1 - e^{-R/L t})$$

د: اختلاف پتانسیل در سیم اندر آن (R در دو طرف) را بیابید.

$$|V_L| = \mathcal{E}_L = L \frac{di}{dt}, \quad \mathcal{E}_L = -\mathcal{E} e^{-\frac{R}{L} t}$$

در $t \rightarrow \infty : \mathcal{E} \approx 0$
 افت انرژی یک سیم را به سیمولی عمل می‌کند.



ادامه مثال V:

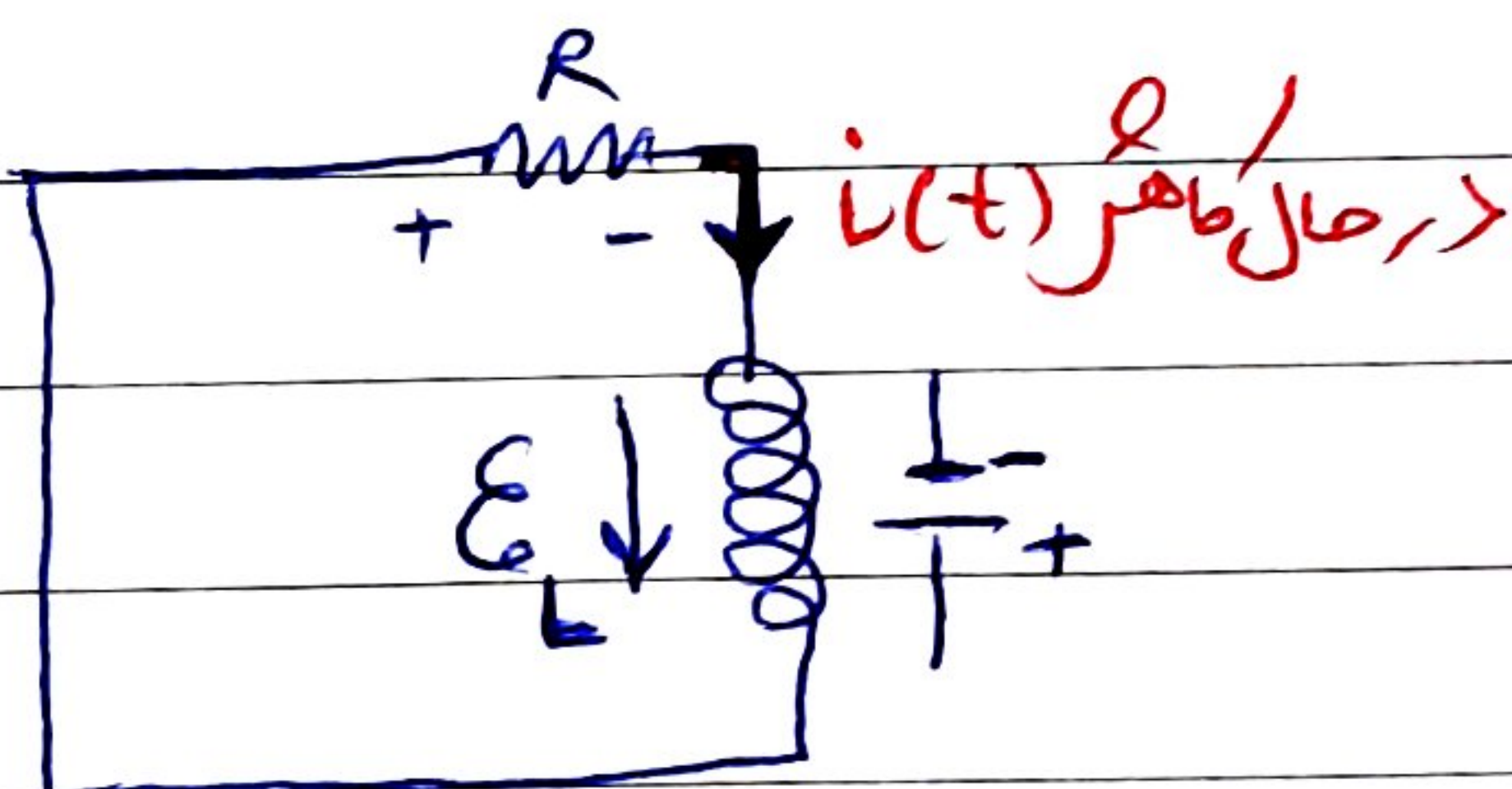
$t=0$ در زمان اولیه	$i(t)$	V_L	V_R
	0	E	0
$t \rightarrow \infty$ در زمان طولانی	$\frac{E}{R}$	0	E

مثال ۸: در مثال قبل، اگر کلید را وصل نسوز، جریان مدار در لحظه P (یعنی با اثری از مدار خارج نسوز) ($E=0$) (مدار قطع کلید)

در رابطه * : $E=0$

$$\Rightarrow iR + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\rightarrow -\frac{di}{Ri} = \frac{dt}{L}$$



$$\int \frac{di}{Ri} = -\int \frac{dt}{L}$$

$$\frac{E}{R} = i_{max}$$

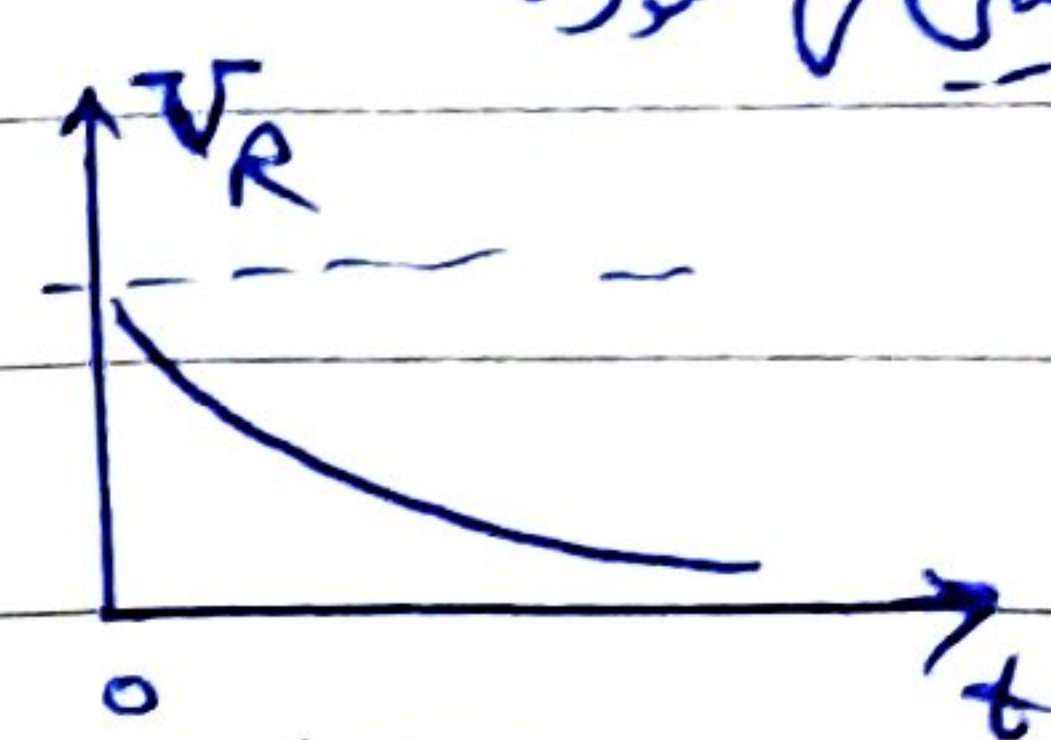
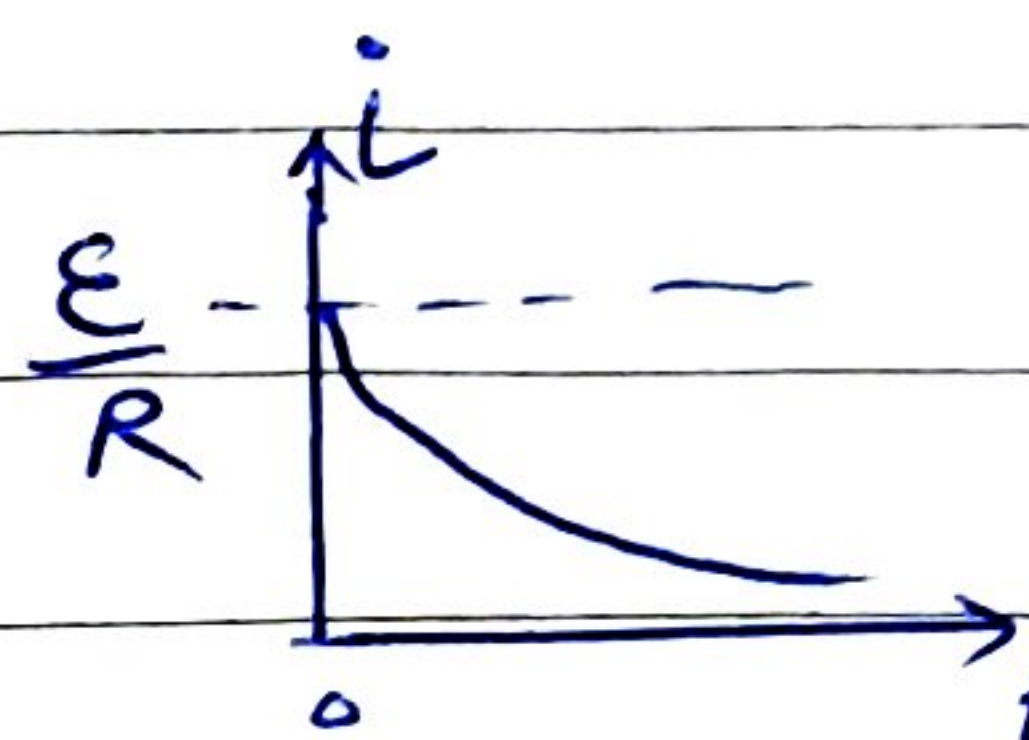
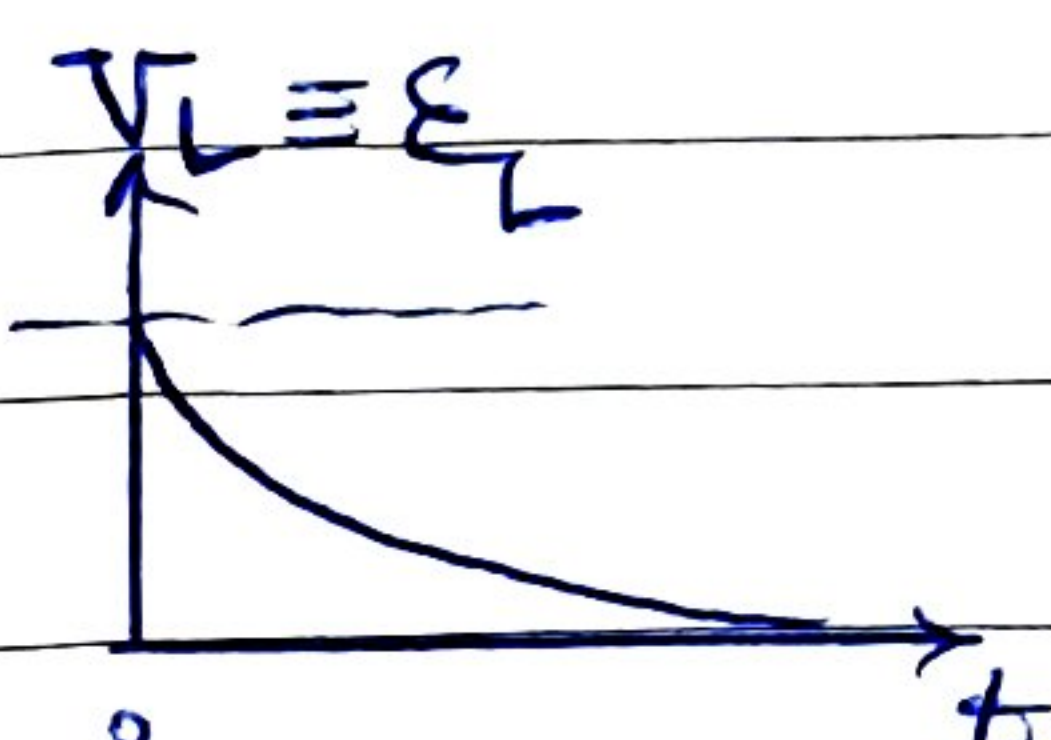
$$\rightarrow \frac{1}{R} L \ln i \Big|_{i_{max}}^i = -\frac{t}{L} \rightarrow i(t) = i_{max} e^{-tR/L}$$

کاهش جریان (مدار قطع)

ثابت زمانی $\tau_L = \frac{L}{R}$

$$\left. \begin{array}{l} t=0 : i = i_{max} = \frac{E}{R} \\ t \rightarrow \infty : i = 0 \end{array} \right\} \text{تجارب}$$

* کاهش جریان در مدار RL، با ثابت زمانی τ_L تغییر می‌نماید.



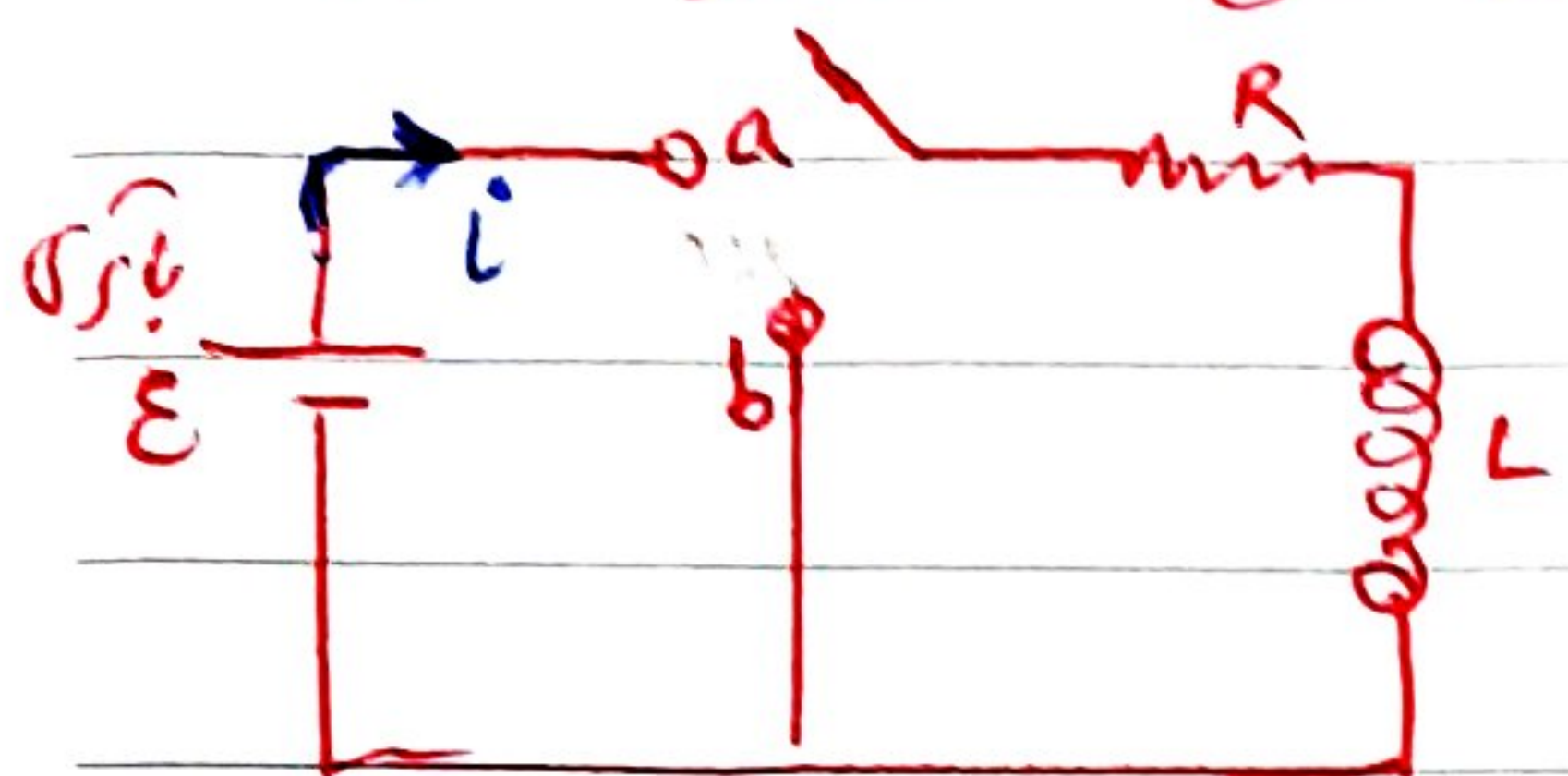
IRAN EMROOZ

$$V_L = E_L = -L \frac{di}{dt} = R i_{max} e^{-tR/L}$$

□ پیرنایک و فلات:

نا لویک = جریان متغیر

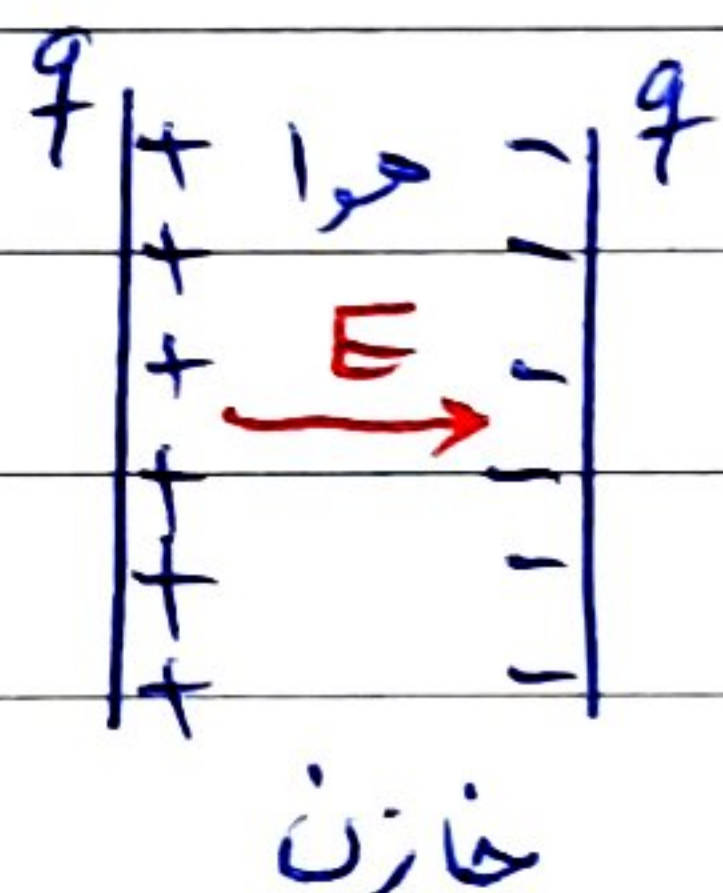
در ابتدا الفاکر با تغییرات جریان که از آن می‌شود (هندازدن لکیر a)، مخالفت می‌کند. اما پس از گذشت زمان کافی، الفاکر همانند یک سیستم معمولی عمل می‌کند.



بابت زمان سر از زدن لکیر a

آهنگ افزایش جریانه، کاهش می‌دهد و اندازة ϵ ، خود الفاکر که $\frac{di}{dt}$ متناهی است، لویک و لویک تر می‌شود، پس جریانه به $\frac{\epsilon}{R}$ میل می‌کند.

□ انرژی مقطبی ذخیره شده در الفاکر L در لکیر از آنکه جریانه نامی در آن



$$U_E = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

انرژی الکتریکی درون خازن

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

چنانچه انرژی الکتریکی ذخیره شده در درون سیم E در درون سیم



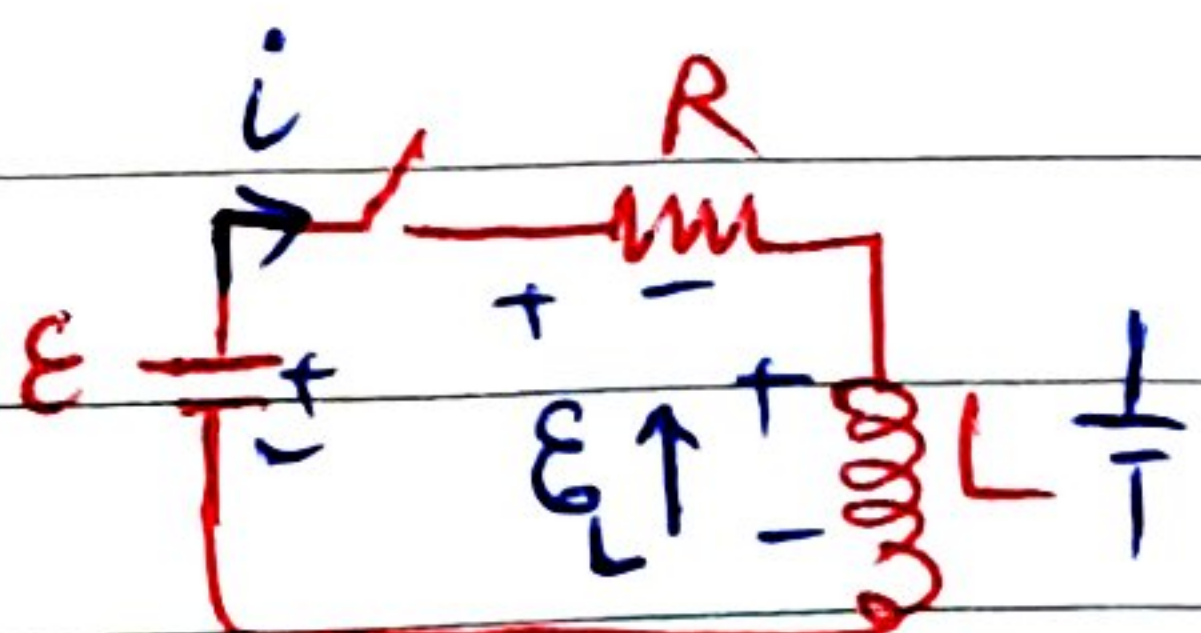
$$U_B = \frac{1}{2} L i^2$$

انرژی مقطبی درون الفاکر

$$u_B = \frac{1}{2 \mu_0} B^2$$

حالی انرژی مقطبی ذخیره شده در درون میدان B درون الفاکر

□ نکته:



$$\sum V = 0$$

حالت مستقیم: $\epsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0$

$\times i$

$$\epsilon i - i^2 R - i L \frac{di}{dt} = 0$$

می‌توان نوشت که توان الکتریکی

توان گرمایی

توانی که توسط مقاومت R

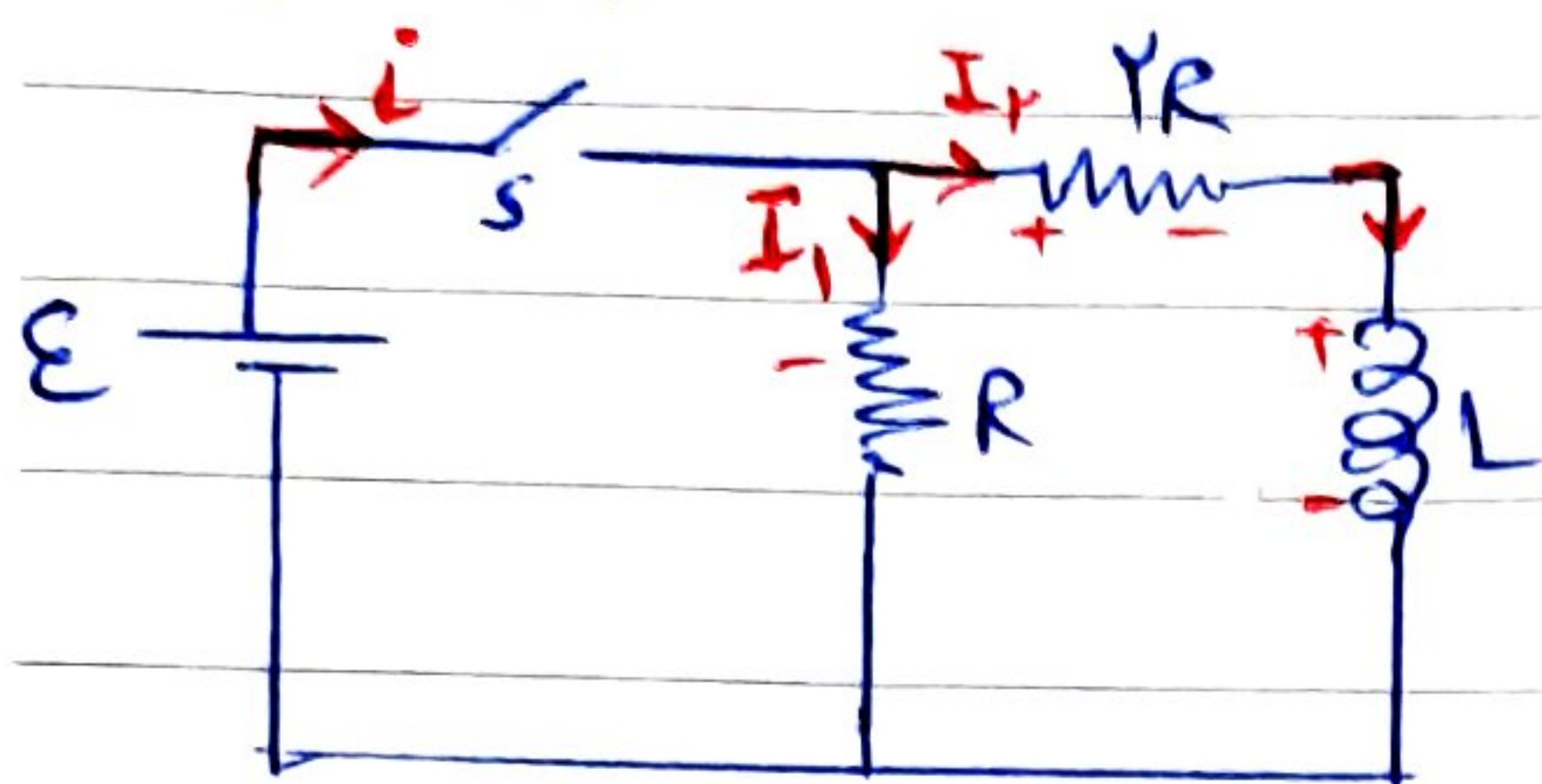
توان الفاکر

$$U_B = \int P dt = \frac{1}{2} L i^2$$

مثال ۹: سیم پیچ هم در مدار قطع می‌شود

الف: کسری از ولتاژ در لحظه قطع می‌شود. سیم پیچ را از مدار قطع می‌کنیم. جریان در لحظه قطع می‌شود. در وقت قطع می‌شود؟

حل:

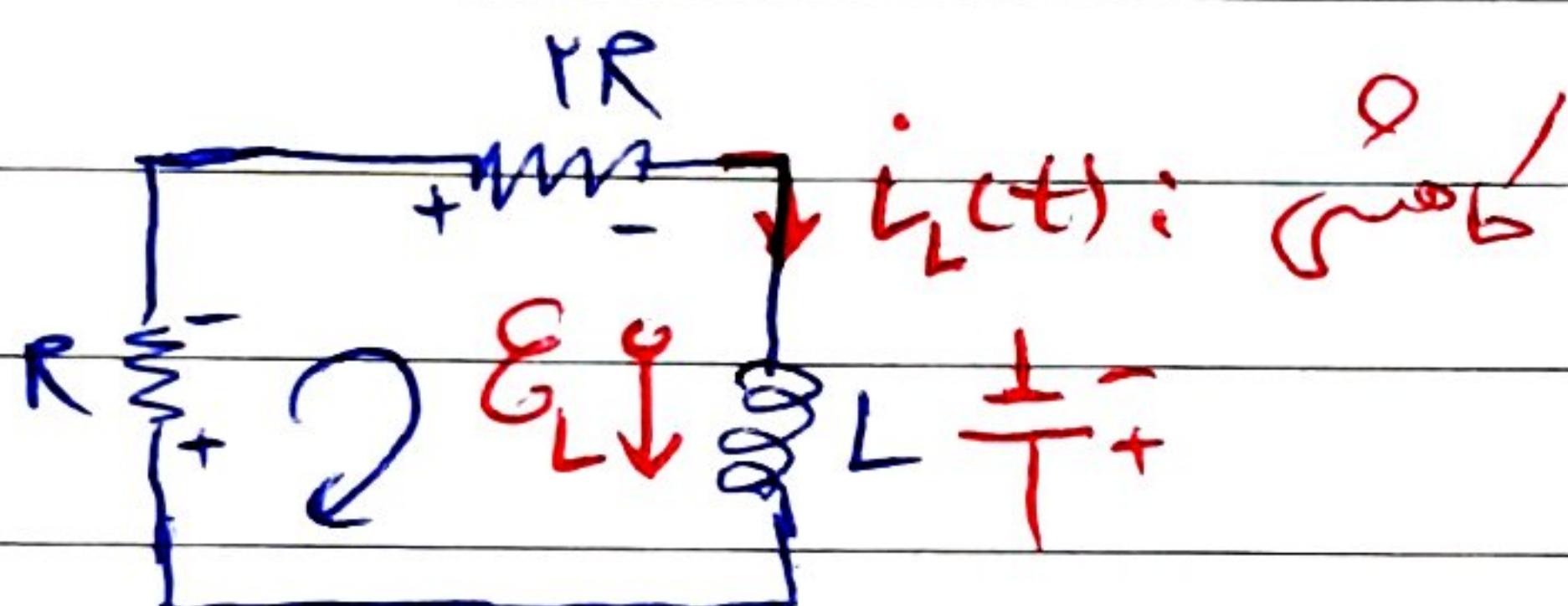


$$I_1 = \frac{E}{R}$$

$$I_2 = \frac{E}{2R}$$

حالت پایدار، یعنی القای شارژ می‌شود و می‌تواند عمل کند.

ب: اگر در لحظه $t=0$ کسری را قطع می‌کنیم، جریان در لحظه $t=0$ قطع می‌شود.



$$\sum V = 0: E_L - iR - i(2R) = 0$$

$$-L \frac{di}{dt} - 3iR = 0 \rightarrow \frac{di}{iR} = -\frac{dt}{L}$$

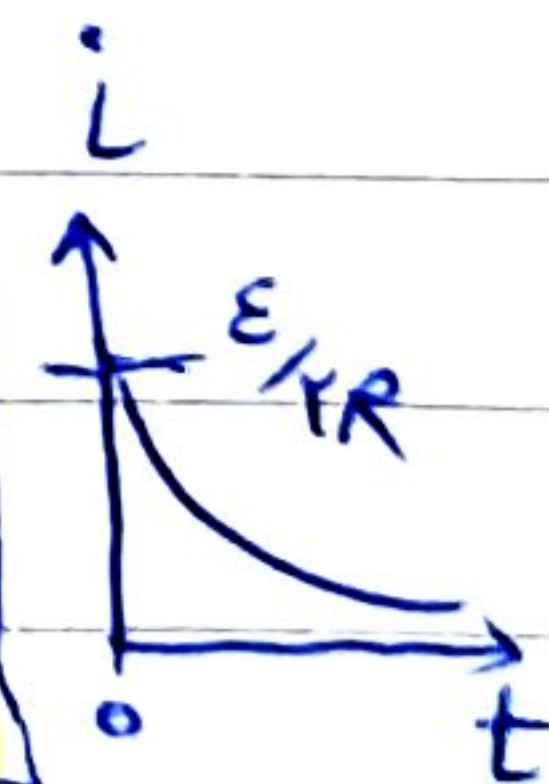
$$\int_{I_2}^i \frac{di}{iR} = -\int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$\frac{1}{3R} \ln i \Big|_{I_2}^i = -\frac{t}{L} \rightarrow \frac{1}{3R} \ln \frac{i}{I_2} = -\frac{t}{L}$$

$$I_2 < i < I_1$$

$$\frac{i}{I_2} = e^{-\frac{3Rt}{L}}$$

$$i(t) = I_2 e^{-\frac{3R}{L}t}$$



جریان در لحظه $t=0$ برابر با قطع می‌شود.

$$\tau_L = \frac{L}{3R}$$

ادامه مثال ۹: میراث اندک یک ثابت زمانی از قطع سیرک، انرژی ذخیره شده در القاگر

$$t = \tau_L = \frac{L}{R}$$

$$i(t) = I_r e^{-t/\tau_L} = I_r e^{-\frac{t}{\tau_L}} = I_r e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\Rightarrow U_B = \frac{1}{2} L i^2(t) = \frac{1}{2} L \left(I_r e^{-\frac{R}{L}t} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} L I_r^2 e^{-2t} = \frac{1}{2} L \left(\frac{\mathcal{E}}{R} \right)^2 e^{-2t} = \frac{1}{2} \frac{L}{R^2} \frac{\mathcal{E}^2}{e^{2t}}$$

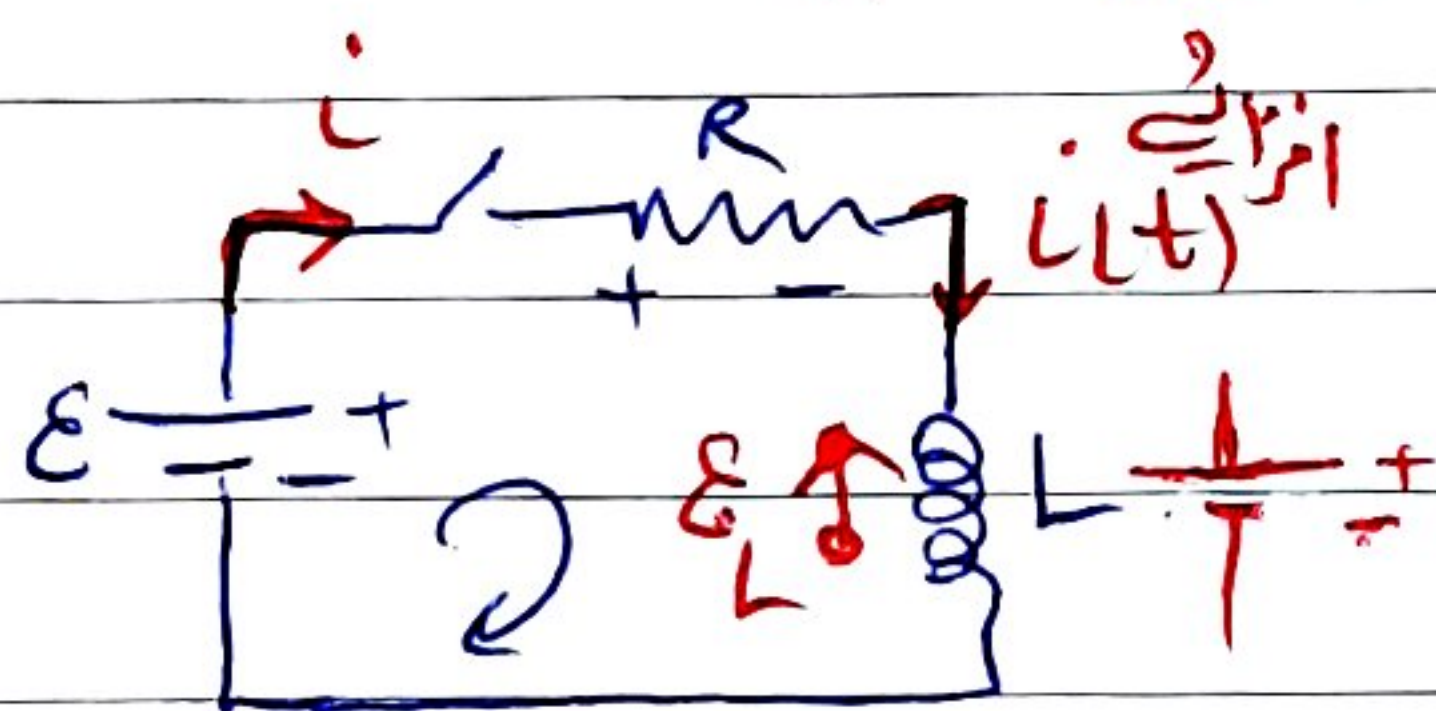
در قطب القاگر در شکل داده شد.

مثال ۱۰: کسیر لحظه $t=0$ به یون الف. در حین دو نیمه اول مقید از آن توسط باتری خدیع می شود (تولید می شود) متغیر می باشد

در لحظه t باید

$$\mathcal{E} = 1.0 \text{ V}, R = 4.0 \Omega$$

$$L = 0.5 \text{ H}$$



$$\sum V = 0: \mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0 \rightarrow \dots$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-R/L t}) \rightarrow P = i\mathcal{E} \dots$$

در لحظه t باید

توان باتری

$$P = \mathcal{E} \left(\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-R/L t}) \right) = \frac{\mathcal{E}^2}{R} (1 - e^{-R/L t})$$

$$P_{\text{باتری}} = \frac{dU}{dt} \rightarrow dU = P dt \rightarrow U = \int dU = \int P dt$$

از آن می توانیم در باتری در دو نیمه

$$U = \int_0^t \frac{\mathcal{E}^2}{R} [1 - e^{-tR/L}] dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[t + \frac{L}{R} e^{-R/L t} \right]_0^t$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[t + \frac{L}{R} (e^{-R/L t} - 1) \right] \dots$$

اردن مثال ۱۰: ب: حیدر از این انرژی (سریعاً) الکتریسیته شود

$$U_B = \frac{1}{2} L \dot{I}^2(t) = \frac{1}{2} L \frac{\mathcal{E}^2}{R^2} [1 - e^{-R/L t}]^2$$

از این انرژی در الکتریک
تولید می‌شود

ج: حیدر از این انرژی در الکتریک، حقیقتاً R تلف می‌شود

$$P_R = R \dot{I}^2(t) = \frac{\mathcal{E}^2}{R} (1 - e^{-R/L t})^2$$

آنها تلف می‌شوند در R

$$\rightarrow P_R = \frac{dU}{dt} \rightarrow dU = P_R dt \rightarrow U = \int_0^t dU_R$$

از این تلف می‌شود در R تا لحظه t

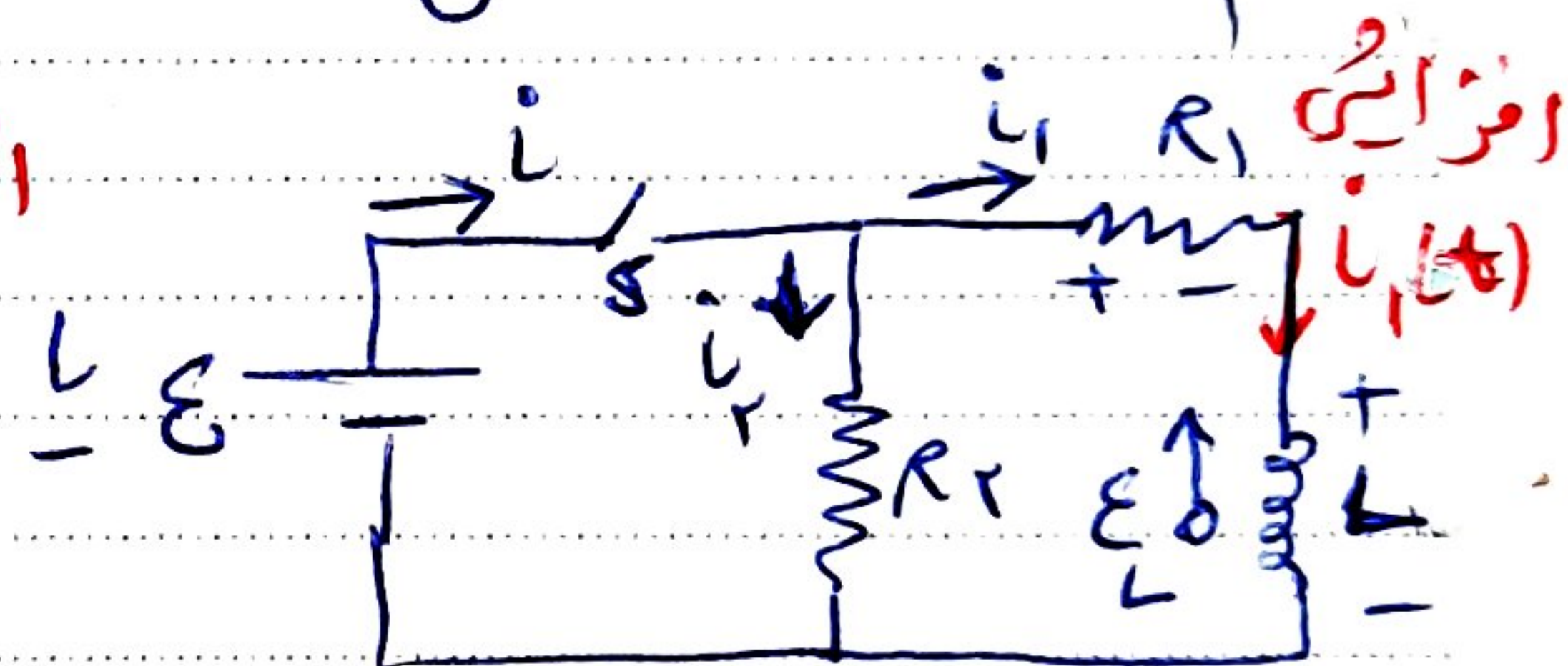
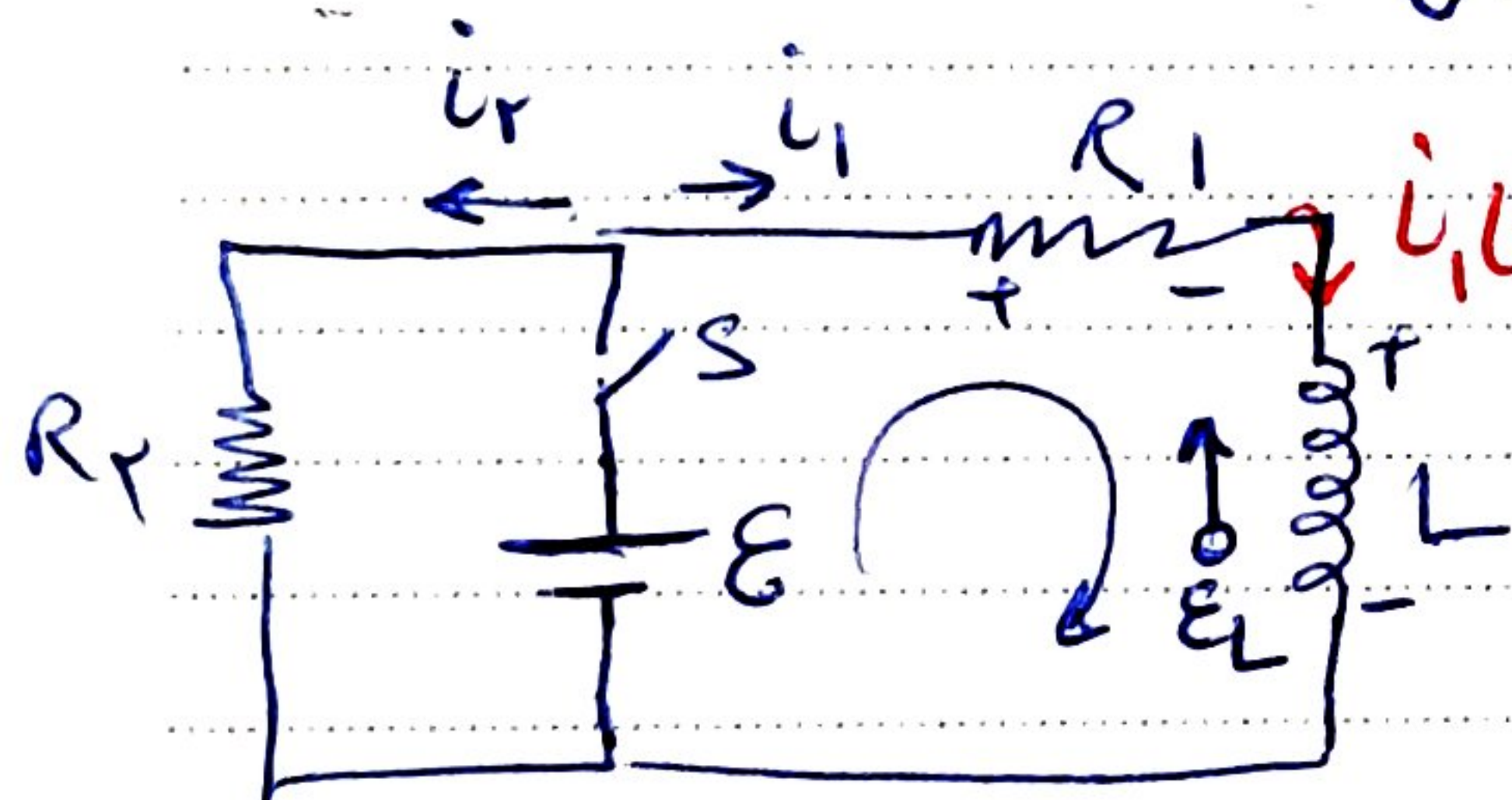
$$\rightarrow U_R = \int_0^t P_R dt = \int_0^t R \dot{I}^2(t) dt = \int_0^t \frac{\mathcal{E}^2}{R} (1 - e^{-R/L t})^2 dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[t + \frac{2L}{R} e^{-R/L t} \Big|_0^t - \frac{L}{R} e^{-\frac{2R}{L} t} \Big|_0^t \right]$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[t + \frac{2L}{R} e^{-R/L t} - \frac{2L}{R} - \frac{L}{R} e^{-\frac{2R}{L} t} + \frac{L}{R} \right]$$

۲۱

م یم هورولا فصل ۳۲ الفکار (در)



کلید S زده می شود، i1 عدد دیگری P.t

$$\varepsilon - i_1 R_1 - L \frac{di_1}{dt} = 0$$

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{\varepsilon - i_1 R_1}{L} \Rightarrow \int_0^{i_1} \frac{di_1}{i_1 R_1 - \varepsilon} = - \int_0^t \frac{dt}{L}$$

$$\frac{1}{R_1} \ln \frac{i_1 R_1 - \varepsilon}{-\varepsilon} = -\frac{t}{L}$$

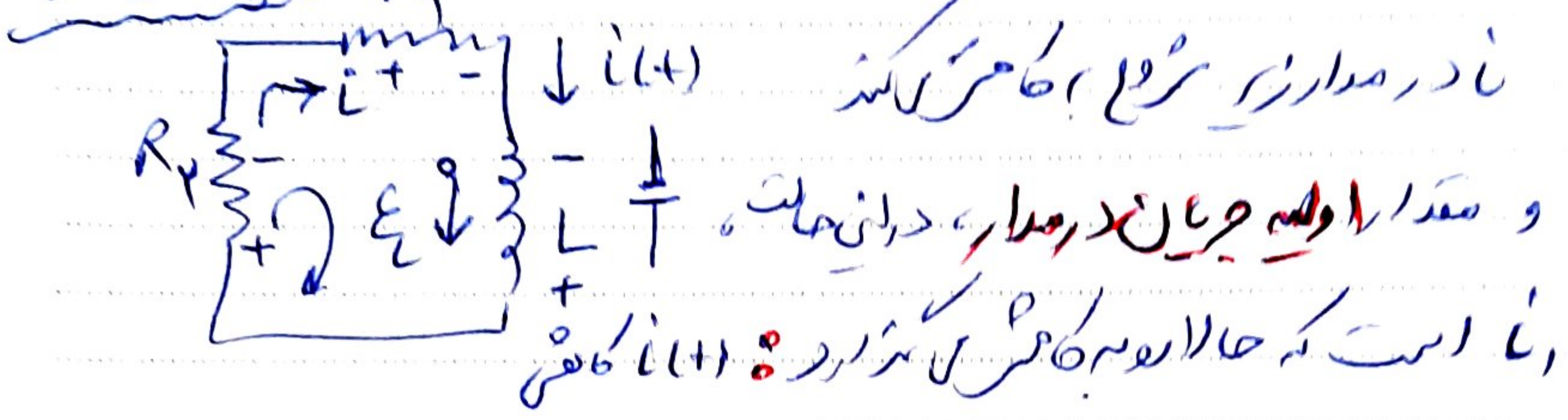
$$i_1(t) = \left(\frac{\varepsilon}{R_1} \right) (1 - e^{-\frac{R_1}{L} t})$$

$$\downarrow$$

 $i_{1 \max}$

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹

ب. مثال یکدیگر قطع شود. $i(t)$ مدار



(۴ در رابطه قبل حذف شود) $-iR_1 - L \frac{di}{dt} - iR_2 = 0$

$$L \frac{di}{dt} = -i(R_1 + R_2)$$

$$\int \frac{di}{i} = \int -\frac{(R_1 + R_2)}{L} dt$$

$i_{\max} = \frac{E}{R_1}$

$$L \ln \frac{i}{i_{\max}} = -\frac{(R_1 + R_2)}{L} t \rightarrow i(t) = i_{\max} e^{-\frac{R_1 + R_2}{L} t}$$

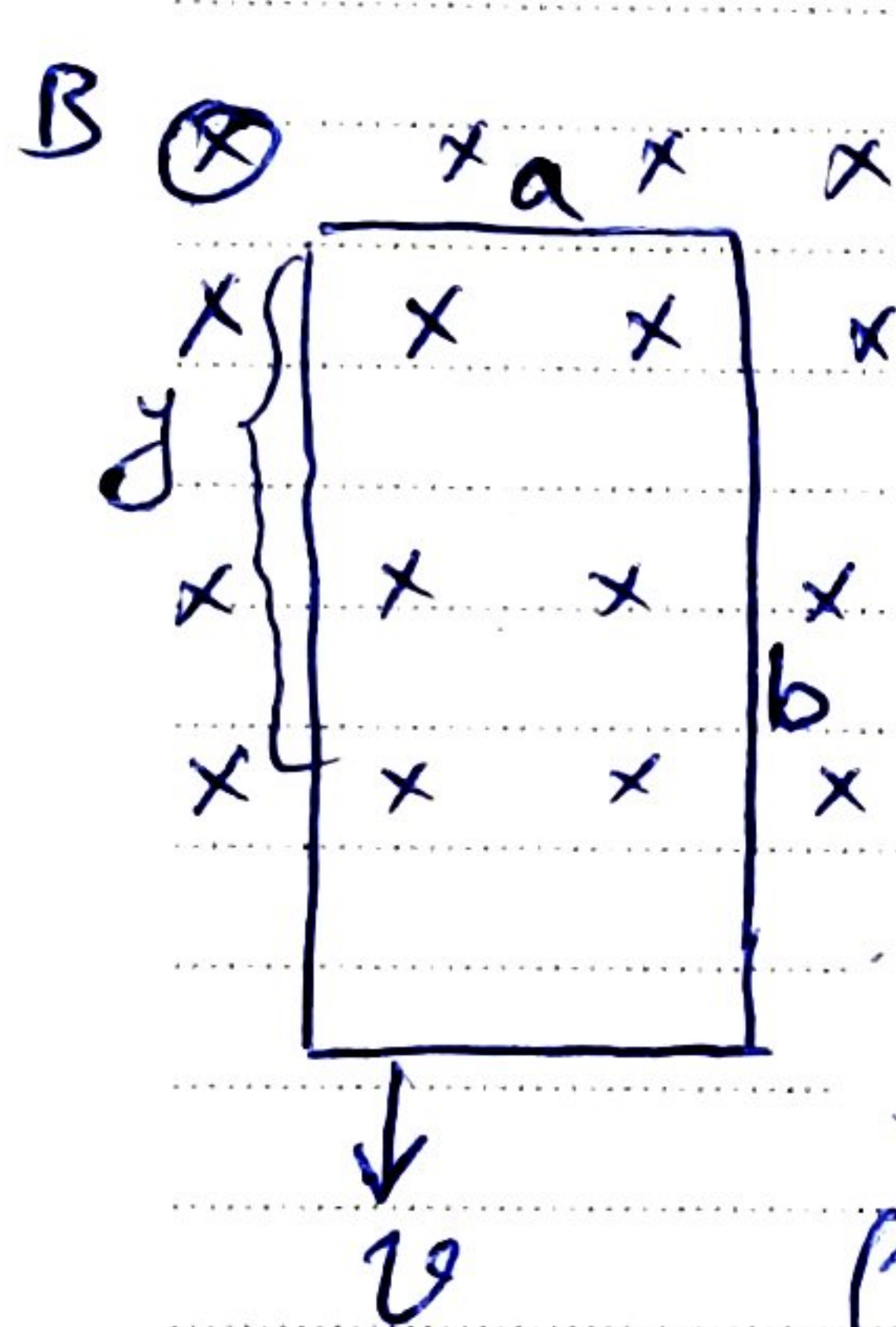
$\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$ زمان ماندن

روز	روز	روز	روز	روز	روز	روز
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

۲. در حالت ب، در ابتدا در لحظه ای که کلید باز می شود
در $t=0$ ، در ابتدا در لحظه ای که کلید باز می شود

در ابتدا در لحظه ای که کلید باز می شود $E_L = (R_1 + R_2) i_{\max} = (R_1 + R_2) \frac{E}{R_1}$

۸. حلقه سیم مستطیلی توسط گرانتر زنی در حال سقوط است. حتی لغزش افقی
۹. که دارای میدان مغناطیسی B است که از آن (B که در جهت عمود بر صفحه است).
۱۰. حلقه دارای جرم m و مقاومت R است. در لحظه ای که سرعت حلقه در حال



۱۱. لغزش می کند و v است به سمت پایین:

۱۲. الف. جریان (مقدار جهت) الکتریکی؟

۱۳. ب. نیروی مرکز الکتریکی تولید شده در حلقه؟

۱۴. ج. میدان الکتریکی در حلقه؟

۱۵. د. نیروی مغناطیسی و دیر بر حلقه؟

۱۶. ه. سرعت سقوط حلقه بر حسب پارامترهای داده شده؟

۱۷. حل: حلقه در حال سقوط است و باید در حلقه $\vec{E}$ القا می شود (از حلقه حاصل می آید)

۱۸. $\Rightarrow$ یک جواب از الکتریسیته است که در حلقه تولید می شود B' است

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A}) = - \frac{d}{dt} (BA) = -B \frac{d}{dt} (ay)$$

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

$$= -Bav$$

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -Bav$$

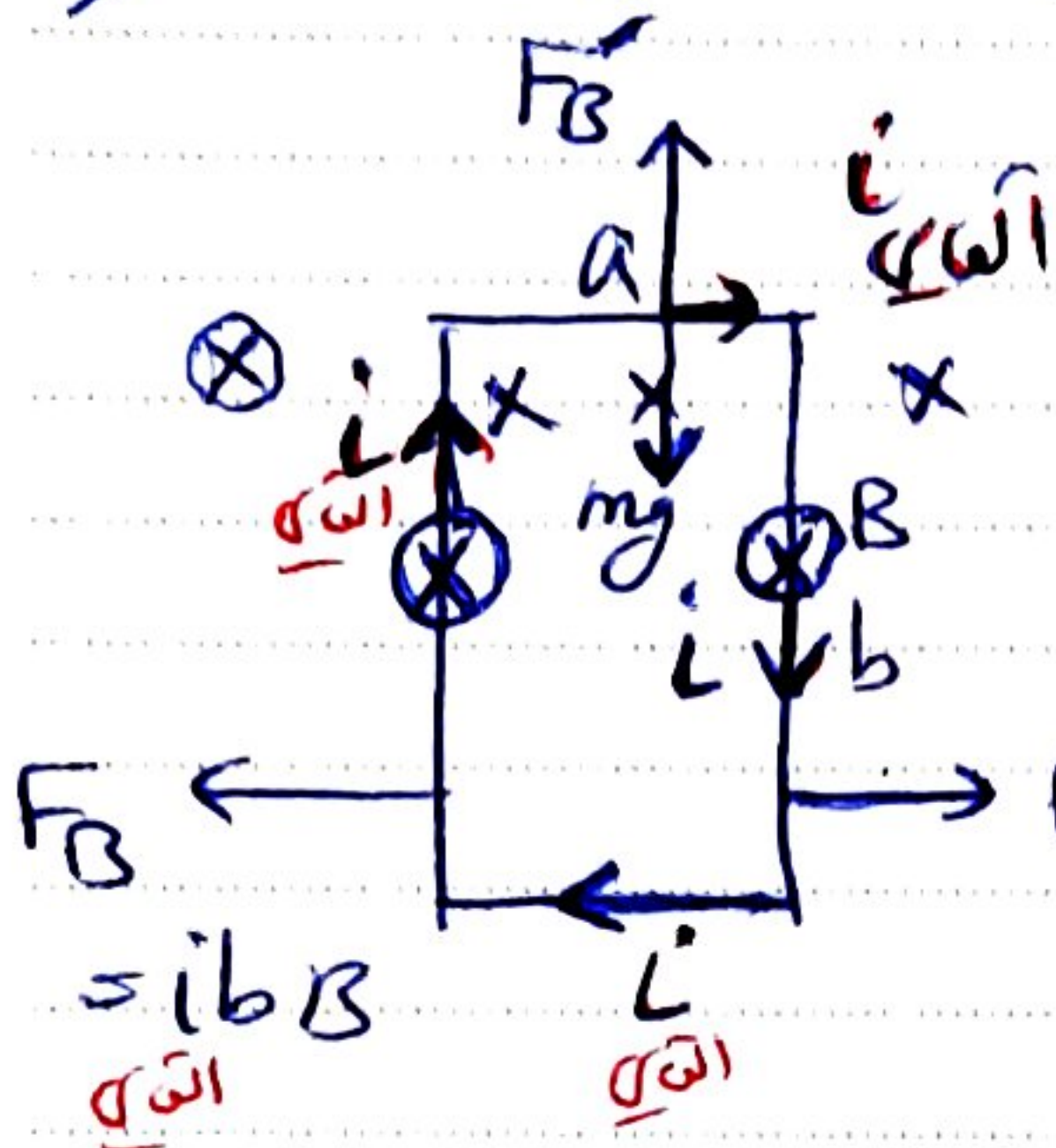
$$\rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E(2a+2b) = -Bav \rightarrow E = - \frac{Bav}{2(a+b)}$$

نکته: درست است که $\mathcal{E} = B a v$ اما این هم درست است

اما این هم درست است که $\mathcal{E} = B a v$

لحظه‌ای که داریم محاسبه می‌کنیم، ثابت است در زمان از آنجا

سپردن به زیر



$$F_B = I l B \sin \theta$$

$$mg = F'_B = I a B \sin \theta$$

$$mg = I a B = \frac{B a v}{R} a B$$

تعبیر

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{B a v}{R}$$

$$v = \frac{m g R}{B^2 a^2}$$

سرعت تعادلی

در حالت تعادل:

در حالت تعادل نیرو وارد نمی‌شود

روز	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	شنبه
۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸
۲۹	۳۰	۳۱				

در حالت تعادل $F'_B = I a B$

و نیروی وارد شده در هر لحظه (به سمت راست) $\Rightarrow$ کل نیروی وارد شده در لحظه $\Rightarrow$ لاگانه است، صفر

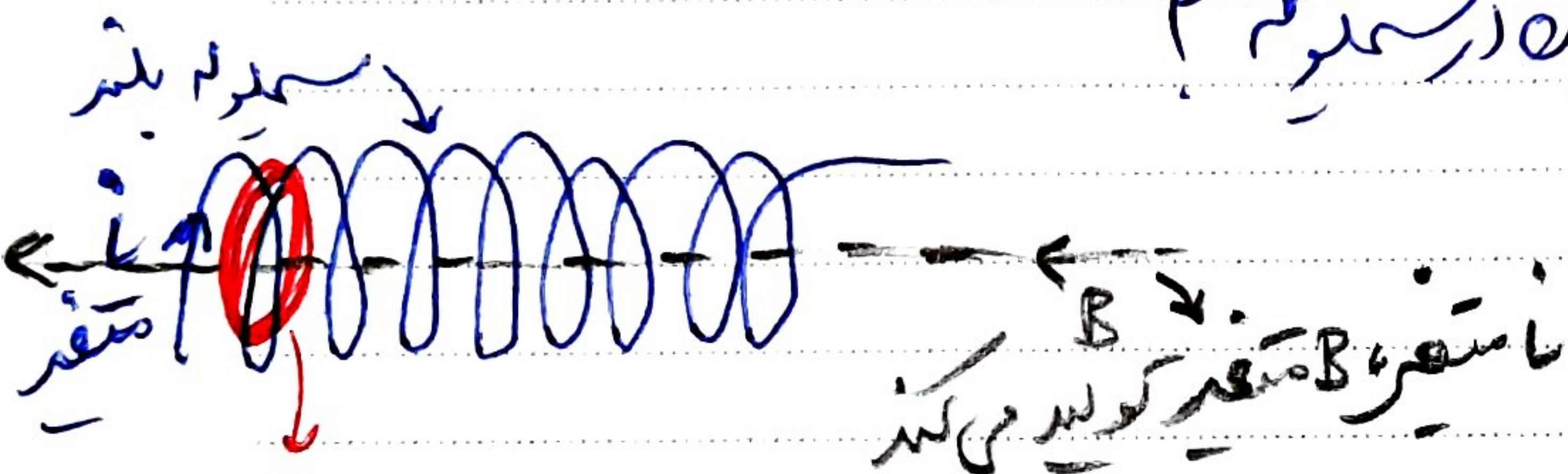
م ۷ عددی و فیس ۳۲ اندر فای

کد پیچ و سیم کت ۳۰ (روی) در آنتنی یک سیم بلند که ...

در روبرو دارد، مرکز آن مرکز سطح پیچ و سیم برابر است $R=5$

و محورهای آنها برهم منطبق اند. اگر $\epsilon_m f$ آنتنی در پیچ $2 mV$

باشد آنتن تغییر و در سیم P



سیم کت
۳۰ دوری

نا عبوری از سیم بلند متغیر است $(= B \text{ متغیر تولید می کند})$

که عبوری از پیچ، پس در حال تغییر است $(= \text{پس در سیم پیچ})$

ع تولید می شود:

$$\epsilon = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} (BA) \quad \text{و} \quad B = \mu_0 n i$$

آنتنی تولید می شود

سیم

تعداد دور پیچ $= 30$ دور

تولید می کند / تولید می کند

تولید می کند / تولید می کند

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰

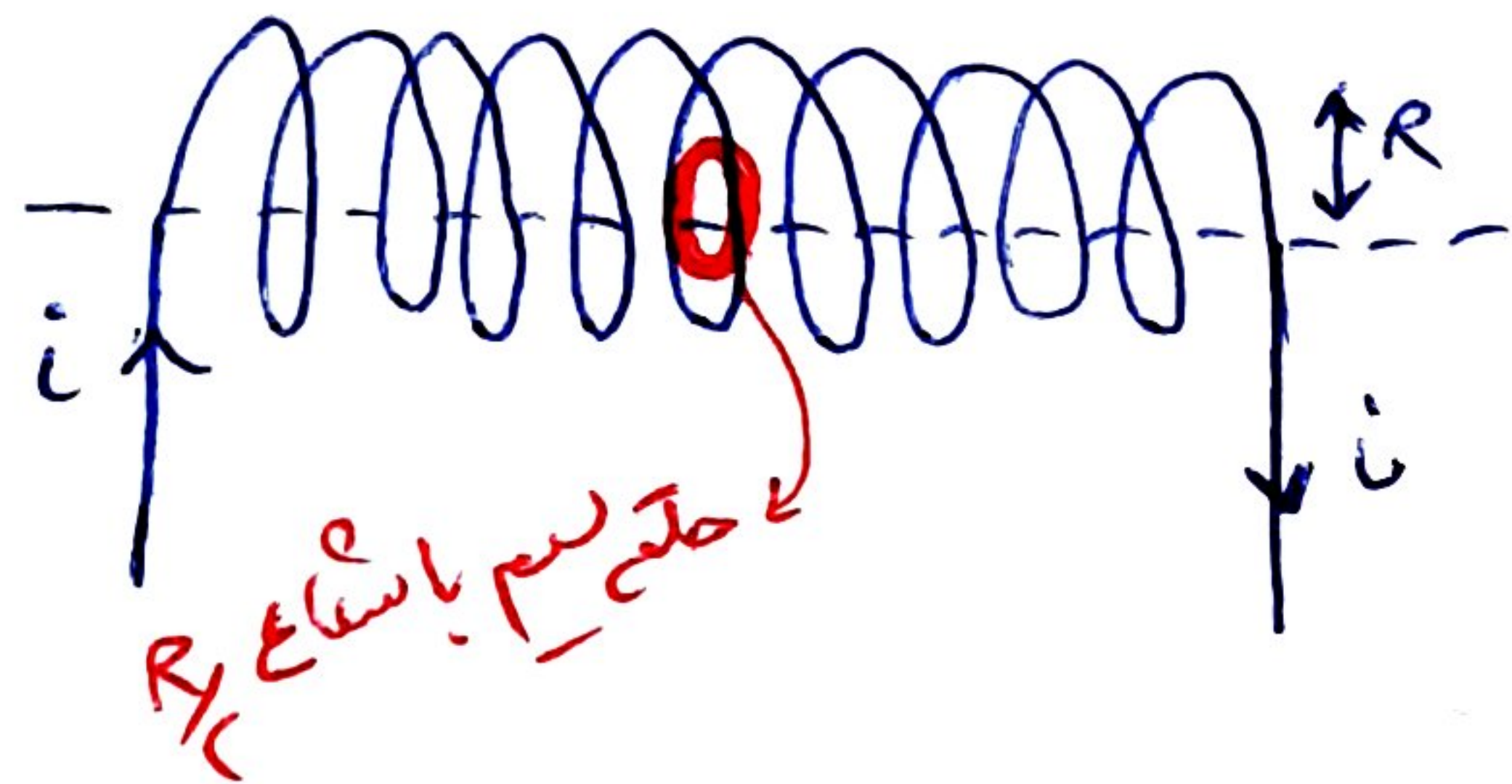
$$\epsilon = -NA \frac{d}{dt} (\mu_0 n i) = -NA \mu_0 n \frac{di}{dt}$$

$$2 mV = - \mu_0 \times n R^2 \mu_0 (3000) \frac{di}{dt}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

$$\frac{di}{dt} = \dots$$

۱۱- یک سیم باریک آل حلقه‌ای با دایره شعاع R



و تعداد n دور در واحد طول است.

الف - با استفاده از قانون آمپر، میدان حلقه‌ای را در ناحیه

داخل سیم باریک (بر حسب رابطه) بدست آورید.

ب - در صورتی که جریان سیم باریک به صورت $i = 2t + 1$ باشد، یک حلقه نیم به شعاع $R/2$ در داخل

سیم باریک (و محور به محور سیم باریک) قرار گیرد، نیرو در مرکز حلقه‌ی ایجاد شده در داخل حلقه نیم را بدست آورید.

ج - میدان الکتریکی E را در یک نقطه در محفظه حلقه نیم بدست آورید. ۸ امتحان

$$E = \frac{\mu_0 n R}{2} \quad \text{الف}$$

: ج

$$E = -\frac{\mu_0 n n R^2}{2} \quad \text{الف}$$

: ب

$$B = \mu_0 n i$$

جواب: الف:

۲۷

a d l

d

مربع

Diagram illustrating a rectangular loop of length l and width b placed over a solenoid. The solenoid has current i flowing upwards and a magnetic field B pointing to the right. The loop has vertices labeled a , b , c , and d . A red arrow indicates the direction of the magnetic field B .

(طرح حلقہ بہ حوالات محمد سید محمد مراد دارد) و

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$\rightarrow \int \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i$$

$$\Rightarrow B l = \mu_0 (N i) \Rightarrow B = \frac{\mu_0 N i}{l} \quad \frac{N}{l} = n$$

$\Rightarrow \boxed{B = \mu_0 n i}$ سہولت پر ہے

سیدان حجت علی تو سید در نامه دفر سید علی حامد حیران

تجربہ: طریقہ عدالت رات : درامداد محبور سحر امی ، (درماندن داره سحر)

ب : چون $n = 2t + 1$ مشغولات، هر یک صرفه مالی متغیر از درون $\frac{1}{2}$ سهمی که از درون

معصوب کتبہ نیر و منیر کتب خانہ در دہلی حلقہ جمعہ کتب خانہ - (دھون نا دھل لفرانٹ پر

۳. عبور از دیون **ملی**، **مسم**، احوال افزایش بر. = طبق عاده، دست راست و فوکلتر:

حبيبنا الله ابنا محمد بن عبد الله

[illegible]

حوضه سوال اثرات. فصل الف

۲۸

ادام سوال ۱۱ :

$$\Rightarrow \boxed{E = - \frac{\mu_0 n \pi R^2}{2}}$$

الفی در حلقه سیم

$$\boxed{\oint_{\text{الفی}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi_B}{dt}} \quad \equiv \quad \oint_{\text{الفی}} E \quad \downarrow$$

شکل دوم (الفی) قانون آمپر
ابزار حلقه سیم

اندازه اثرات

$$\Rightarrow \theta = 0 \quad E_{\text{الفی}}(2\pi R) = + \frac{\mu_0 n \pi R^2}{2}$$

اندازه

لایه میدان
نقطه در مجموع حلقه سیم

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\mu_0 n R}{2}}$$

میان اکثری الفی دو مجموع حلقه سیم

و مختصر در شکل صفتی فصل ۲ ن داده است

(درجه بین الفی است) (۱۱ عتد)

end

۶- در شکل زیر، الف - ابتدا کسری که سببه ورودی تا مدار به حالت پایدار

رسد. در این حالت پایدار، مقدار جریان های I_1 ، I_2 ، I_3 و

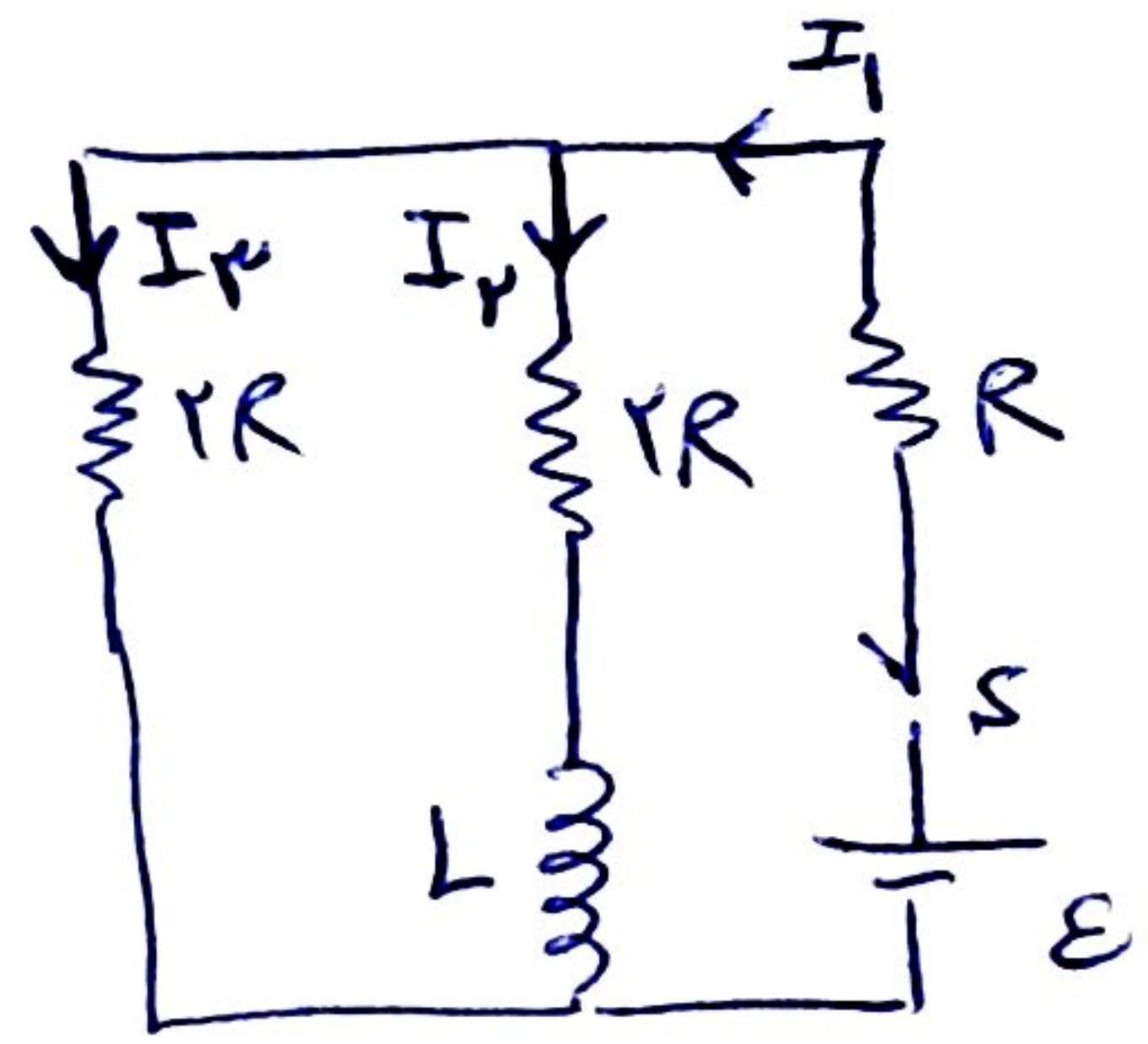
بصب ϵ و R بیاید. و نیز اثر اثر الک اگر ϵ بصب ϵ ،

R و L بنویسد.

ب- اکنون در $t=0$ کلید S را قطع کنیم تا با اثر و قدرت R از مدار خارج شوند. در این

حالت، شدت جریان مدار ϵ بصب t (به اشیاء کامل) بدست آورید.

ج- مقدار کمترین که بعد از $t=0$ نهایتاً در $4R$ به گرمایش می رسد ϵ بیاید.

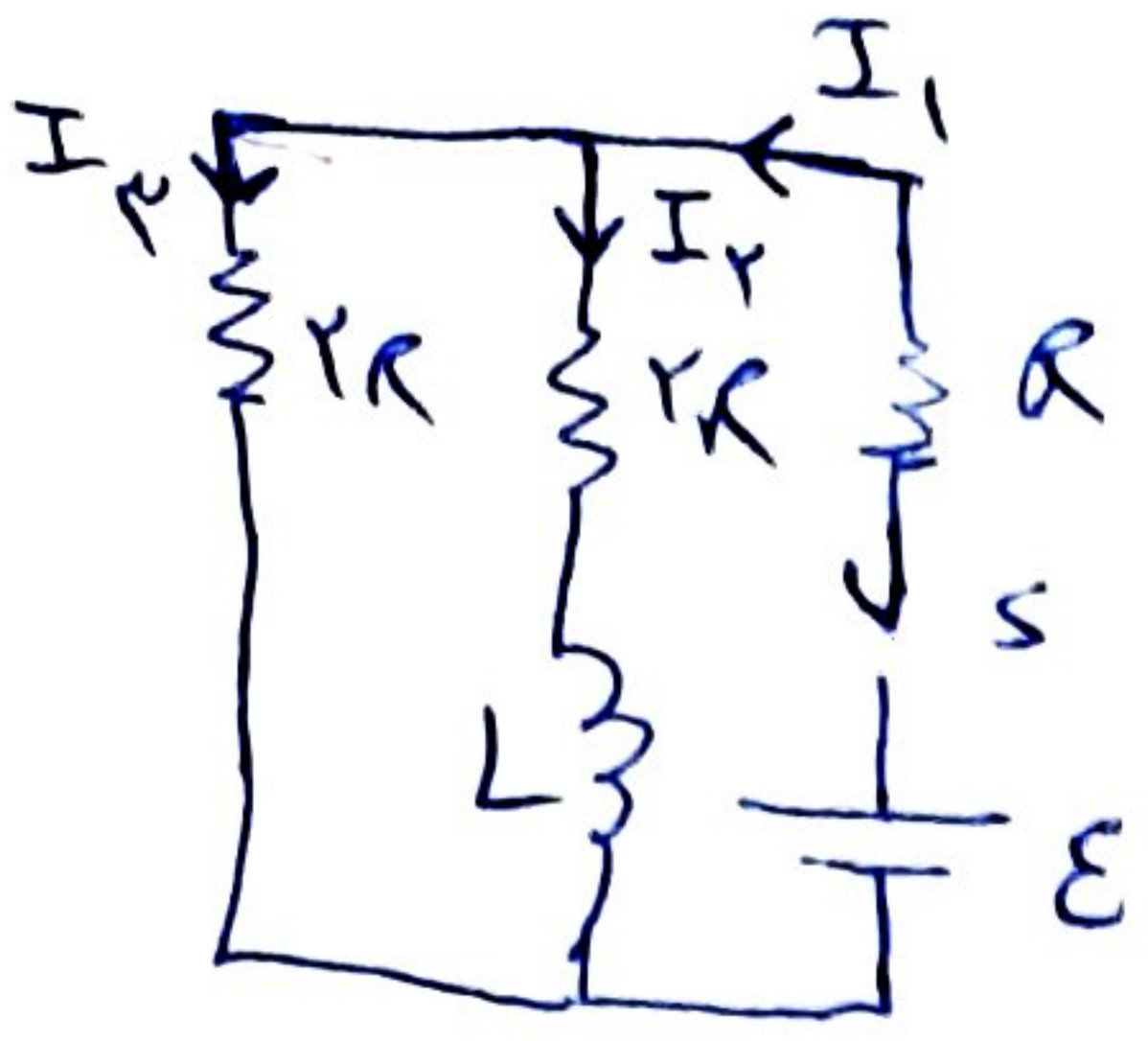


حل بحالت پایدار (استeady state) . فصل الکتریک

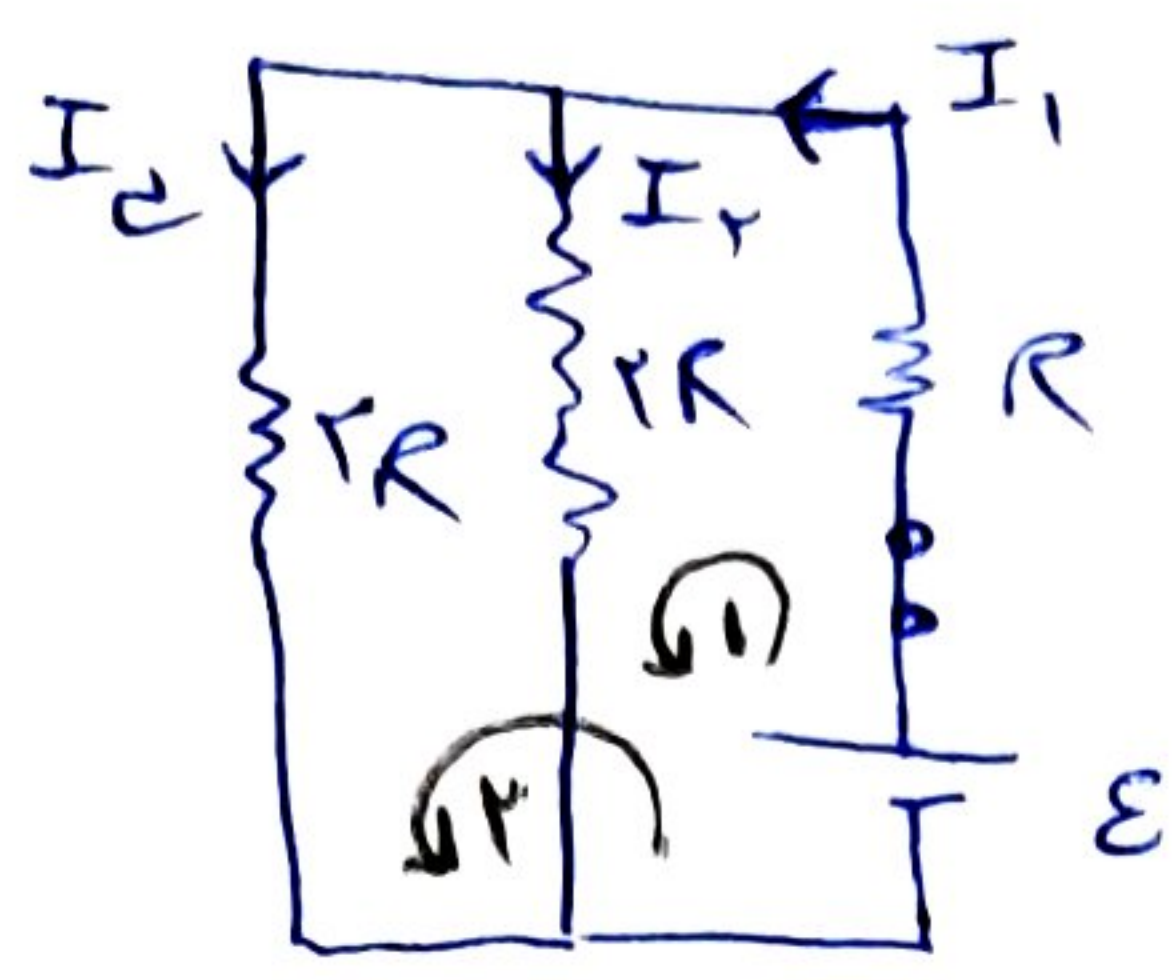
مسئله 9. ابتدا یک مدار به صورت زیر در نظر بگیرید .

در حالت پایدار ، مقدار I_1, I_2, I_3 ؟

در حالت پایدار ، اگر ما یک سیم را به صورتی وصل کنیم



حالت پایدار



$\sum \mathcal{E} = 0$ (قانون حلقه)

(1) $\mathcal{E} - RI_1 - (2R)I_2 = 0$

(2) $\mathcal{E} - RI_1 - (2R)I_3 = 0$

(3) $I_1 = I_2 + I_3$

با معادله سه مجهول I_1, I_2, I_3 می توانیم حل کنیم . (البته از قانون اهم هم می توانیم استفاده کنیم)

پس داریم : $I_2 = I_3 \Rightarrow I_1 = 2I_2 = 2I_3 \Rightarrow I_2 = I_3$ درون مدار

$\mathcal{E} - RI_1 - (2R)(\frac{I_1}{2}) = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{2R}$

$\Rightarrow I_2 = \frac{\mathcal{E}}{4R}$ و $I_3 = \frac{\mathcal{E}}{4R}$

پس اگر ما در حالت اف P اگر ما یک سیم را به صورتی وصل کنیم :

$U_B = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_2^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{\mathcal{E}}{4R} \right)^2 = \frac{1}{32} L \frac{\mathcal{E}^2}{R^2}$

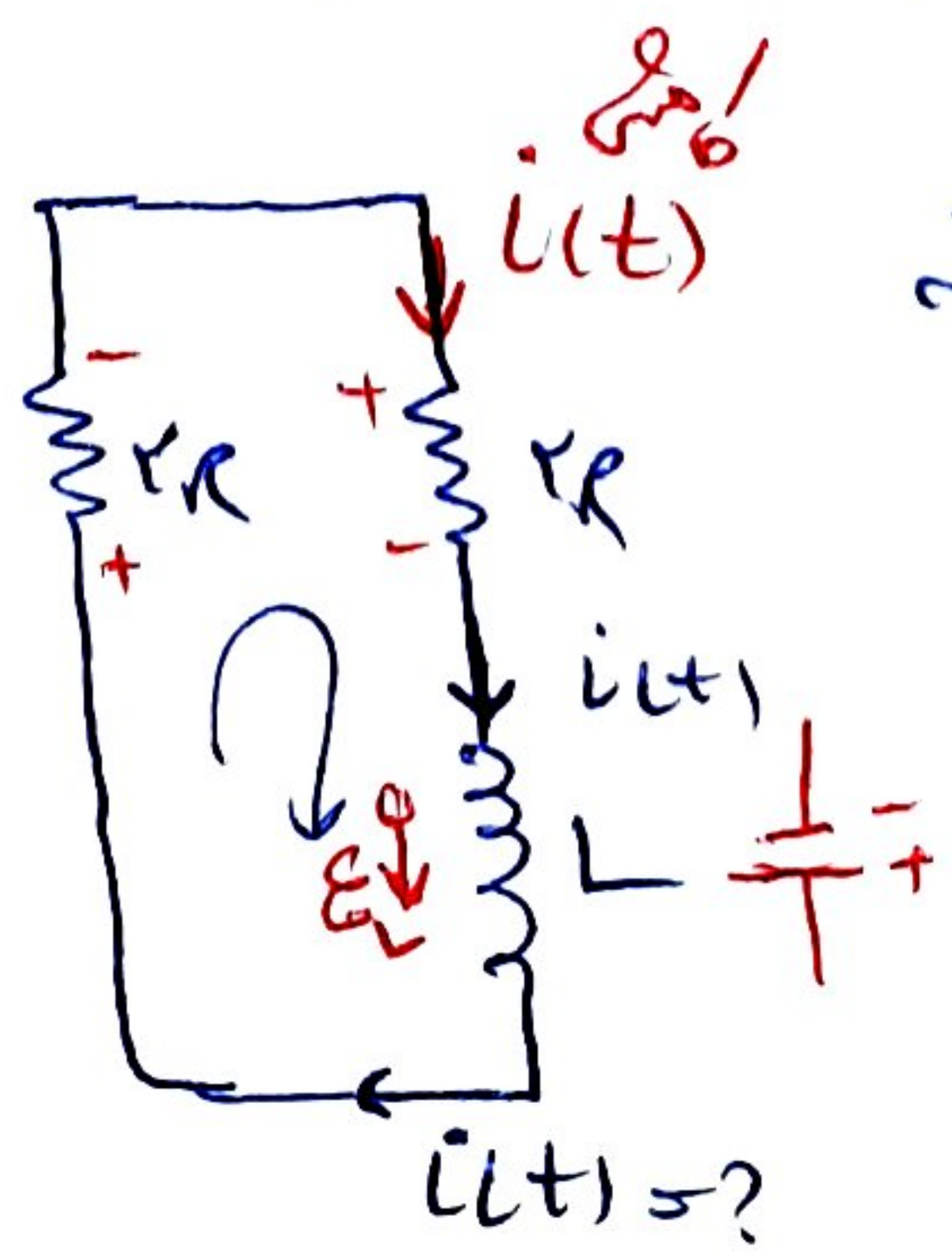
چون که سیم از L در حالت پایدار

$= I_2$

ع. اکنون در $t=0$ سیم را قطع می کنیم

پس مقاومت R از مدار خارج می شود . در این حالت ، مدت چقدر طول می کشد تا P

شکل مدار وقتی که سیم را وصل کردیم



$\sum \mathcal{E} = 0$ (قانون حلقه)

$L \frac{di}{dt} - i2R - i2R = 0$

حالت پایدار

۳۱ : تعیین سوال ۶

$$\Rightarrow -L \frac{di}{dt} - iR = 0 \rightarrow \frac{di}{iR} = -\frac{dt}{L} \rightarrow$$

$$\int_{I_r}^i \frac{di}{iR} = \int_0^t -\frac{dt}{L} \rightarrow \frac{1}{R} [\ln i - \ln I_r] = -\frac{t}{L}$$

$$\frac{1}{R} \ln \frac{i}{I_r} = -\frac{t}{L} \rightarrow \frac{i}{I_r} = e^{-\frac{R}{L}t} \rightarrow \boxed{i(t) = I_r e^{-\frac{R}{L}t}}$$

$$(i < I_r)$$

چون مقدار در لحظه $t=0$ برابر با I_r می‌باشد

۲. مقدار گرما که در $t=0$ لحظه در R به گرمایش می‌رسد
(مقدار $(\frac{dU}{dt})$)

$$P = (iR) i^2 \rightarrow P = \frac{dU}{dt} \rightarrow dU = P dt \xrightarrow{\int}$$

توان لحظه‌ای مصرف شده در R

$$\rightarrow U = \int_0^{t \rightarrow \infty} P dt = \int_0^{\infty} R [I_r e^{-\frac{R}{L}t}]^2 dt$$

مقدار گرما که تولید می‌شود

در مصرف R

$$= R I_r^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{2R}{L}t} dt = R I_r^2 \left[\frac{L}{-2R} \right] e^{-\frac{2R}{L}t} \Big|_0^{\infty}$$

$$= \frac{R I_r^2 L}{2R} = \frac{I_r^2 L}{2} \quad \text{end.}$$

۸- دو مقاومت یکسان R یکدیگر با ضرب خود (الف) L .

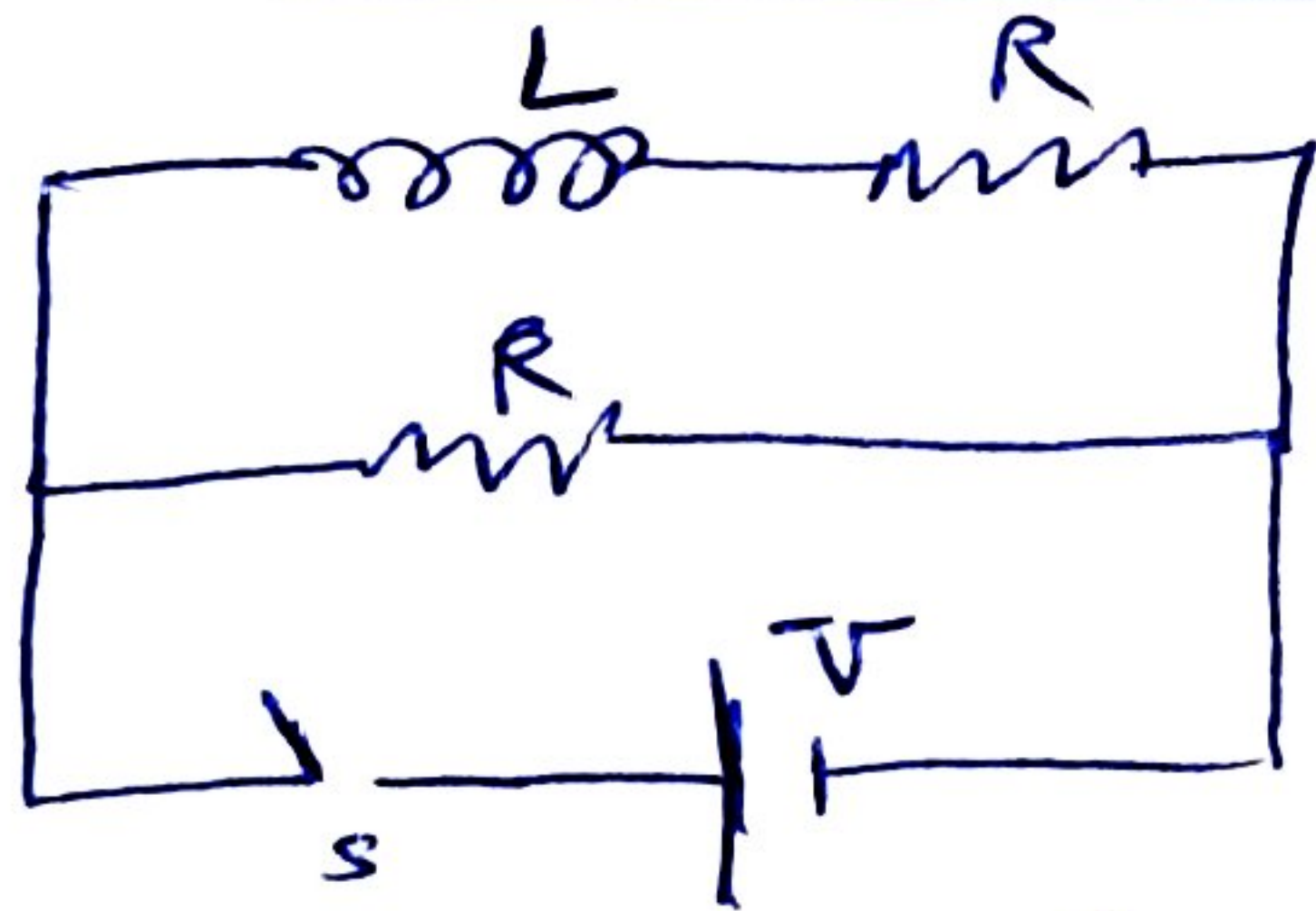
کیا باتر یا نیرو در حرکت است V .

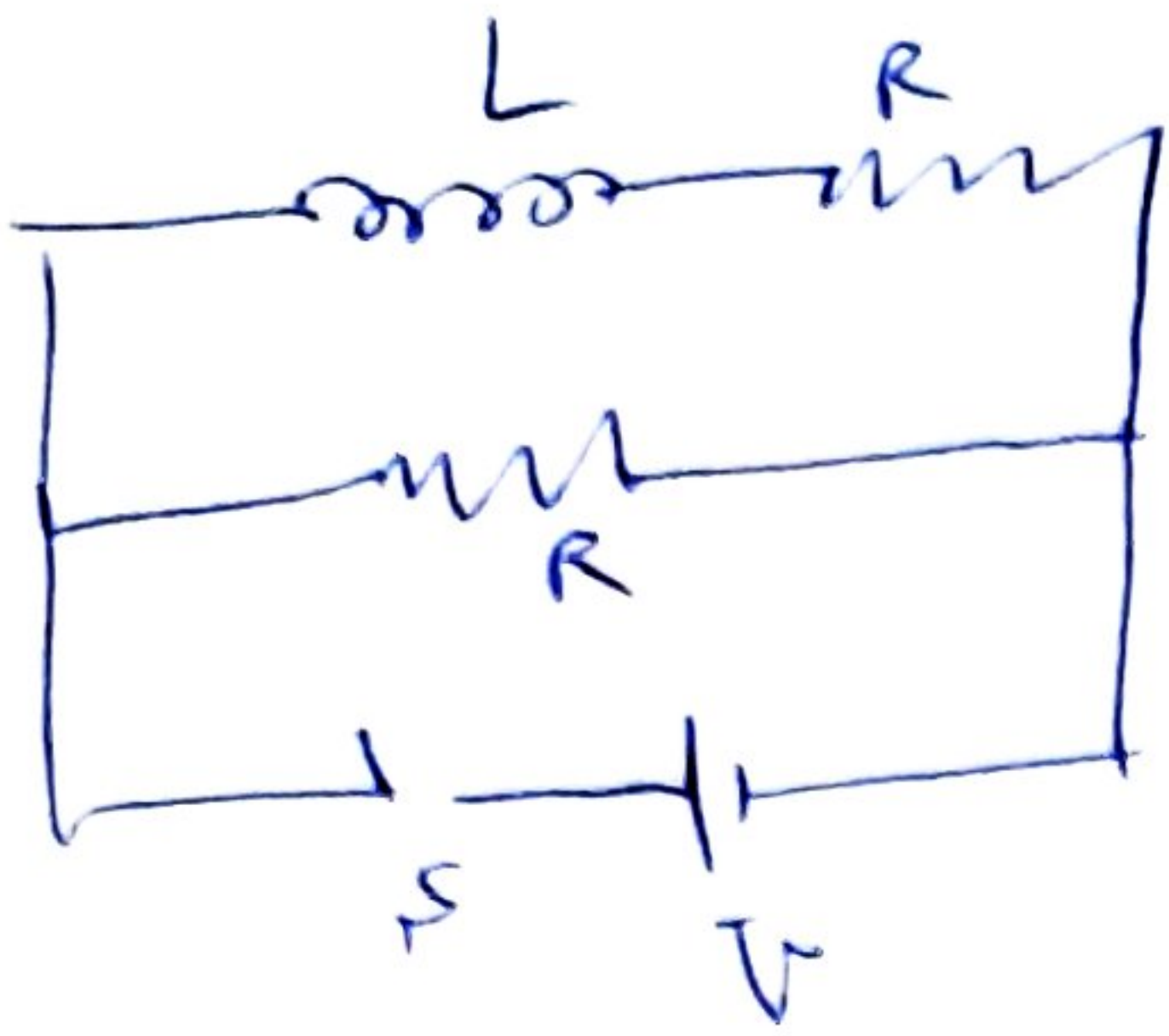
الف. فرض کنید کلید به سمت چپ در باز بودن است. در چه وضعی

است. جریان عبوری از هم مقاومت در دست چپ از وصل کلید P

ب. جریان عبور از هم مقاومت به بعد از گذشت زمان طولانی که از وصل کلید گذشته است. آیا باید P

ج. به از زمان به بعد از طولانی از وصل کلید، حال کلید قطع را بزن. جریان به چه P ؟ خود را آن P ؟





حل سوال ۸ : الف کپسیتور طولانی باز بود (۱۰) است
و سربسته شد است. جریان عبوری
از مقاومت در دسترس از وصل کپسیتور P

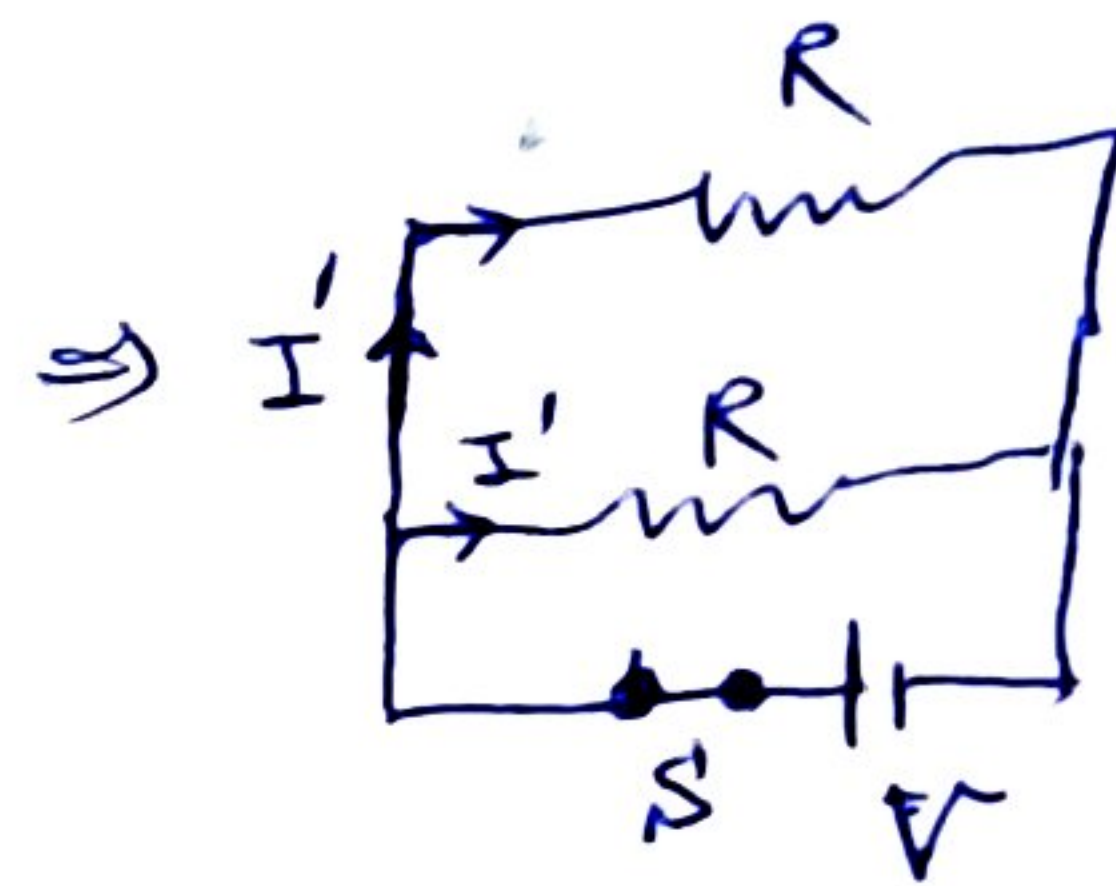
ج : چون کپسیتور طولانی باز بود، است و جریان عبوری در دسترس
از وصل کپسیتور خواهد، جریان قبل از بسته شدن کپسیتور، منفرجه، و در دسترس پس از بسته شدن کپسیتور، جریان در س
پارامتر منفرجه باشد. این جریان در الف کپسیتور به لحاظ پارامتر منفرجه، در نتیجه، جریان در دسترس
بالای است.

$$i = \frac{V}{R}$$

جریان در دسترس پایداری :

ب : چون عبوری از مقاومت و بعد از گذشت زمان طولانی که از وصل کپسیتور گذشته، پایداری

فصل مدار و توانی که کپسیتور
به دست طولانی وصل است
حالت پایداری

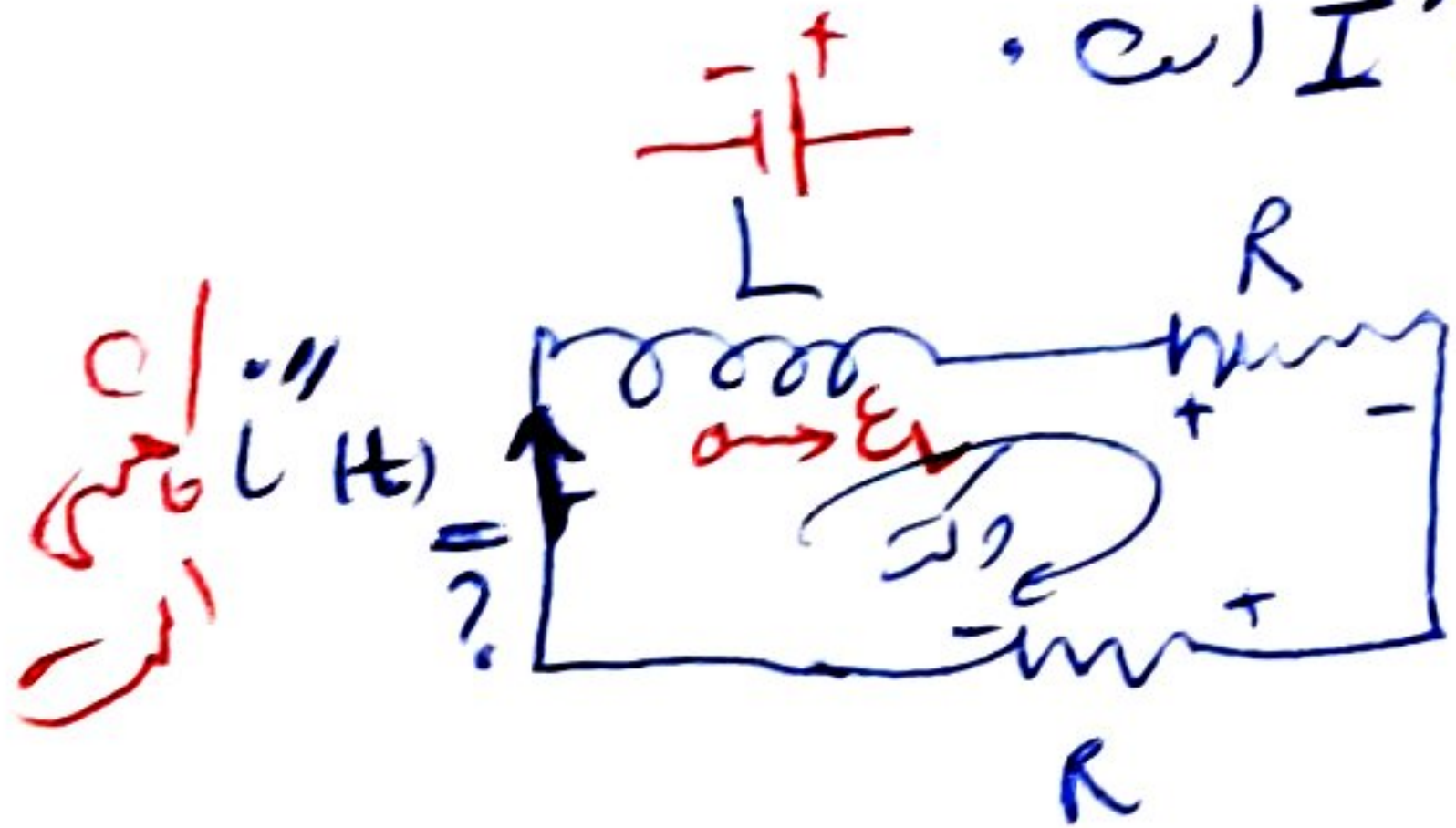


$$\rightarrow I' = \frac{V}{R}$$

$$\rightarrow I' = \frac{V}{R}$$

ج : بعد از زمان بی طولانی از وصل کپسیتور، حال کپسیتور قطع می شود. جریان مدار به P و t می رود.

- کپسیتور از قطع کپسیتور : در این حالت جریان گذرنده از L، I' است.



$$\sum \mathcal{E} = 0$$

$$-L \frac{di''}{dt} - i''R - i''R = 0$$

$$-L \frac{di''}{dt} = 2i''R \rightarrow \frac{di''}{dt} = -\frac{2R}{L} i''$$

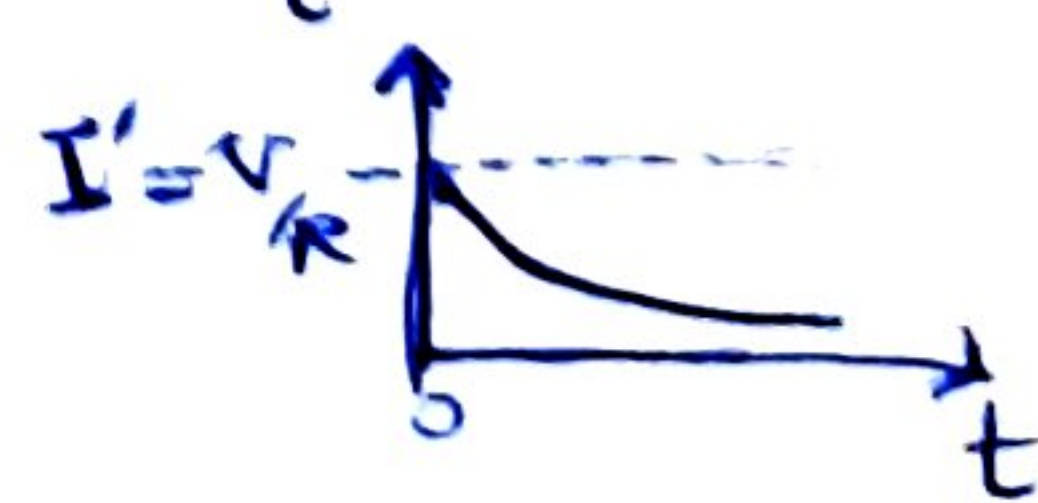
$$\int \frac{di''}{i''} = \int -\frac{2R}{L} dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2R} \ln i'' \Big|_{I'}^{i''} = -\frac{t}{L}$$

$$\frac{1}{2R} [\ln i'' - \ln I'] = -\frac{t}{L} \rightarrow \ln \frac{i''}{I'} = -\frac{2R}{L} t$$

$$(i'' < I')$$

$$\rightarrow i''(t) = I' e^{-\frac{2R}{L} t}$$



جریان دقیقاً در دسترس بعد از
قطع کپسیتور

جریان مدار در لحظه t پس از قطع کپسیتور

محور سُرّال انہی - فاصل آف فارادی

۳۴

۱- در شکل زیر، از سیم نازک و بے ریلیدر جو این مستطیر وابته بہ زمان $t = 0$ تا $t = 1$ سُرّال

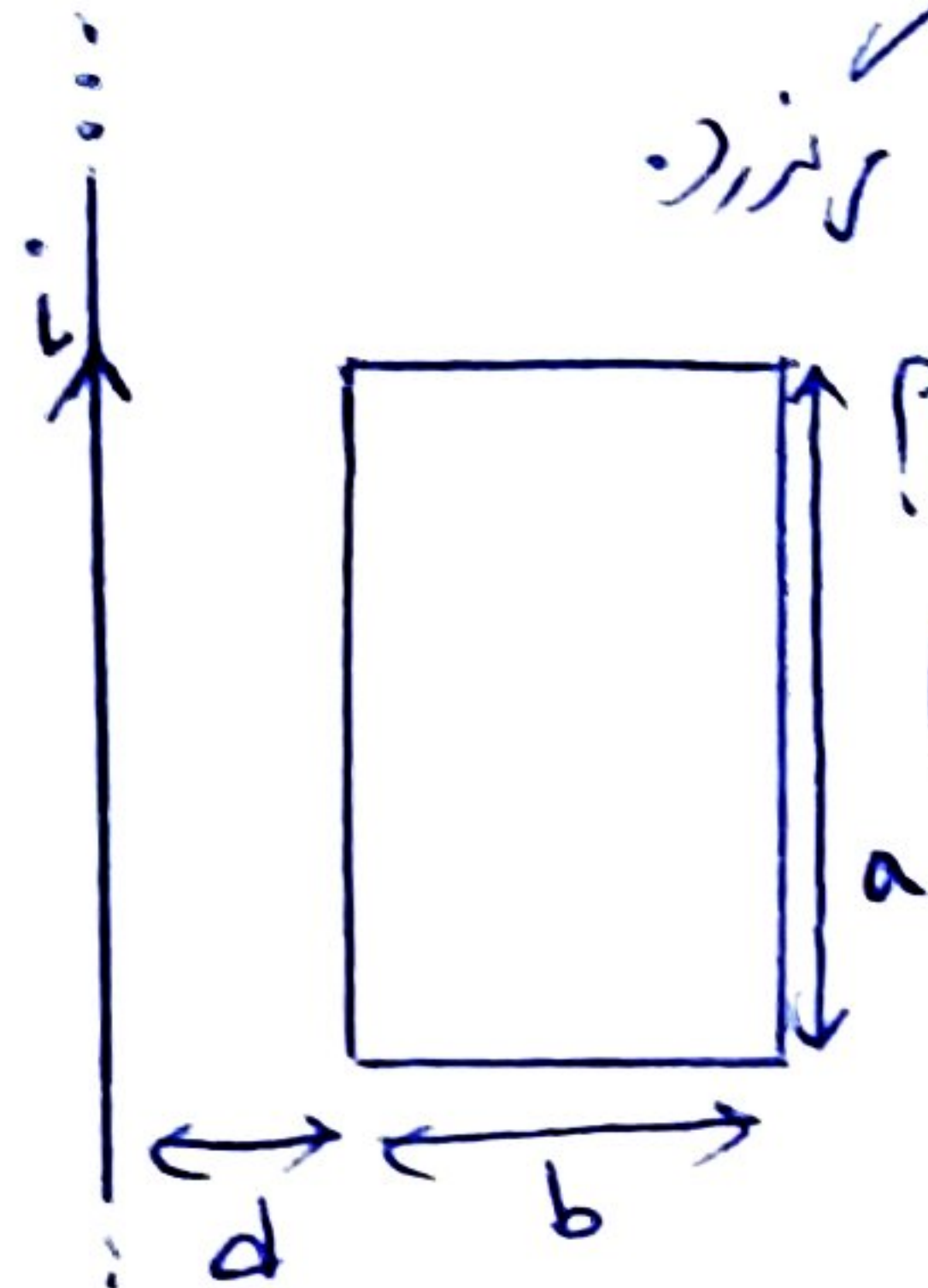
در کثرت سیم ایک طبقہ سیم مستطیر شکل قرار ددہ۔ الف: نیروی محرک الکتریکی ایستہ در طبقہ؟

ب: از مقاومت طبقہ سیم R باشد از بزرگ و جیب جو این الکتریکی ایستہ در طبقہ؟

۸ غره - خرداد ۹۵

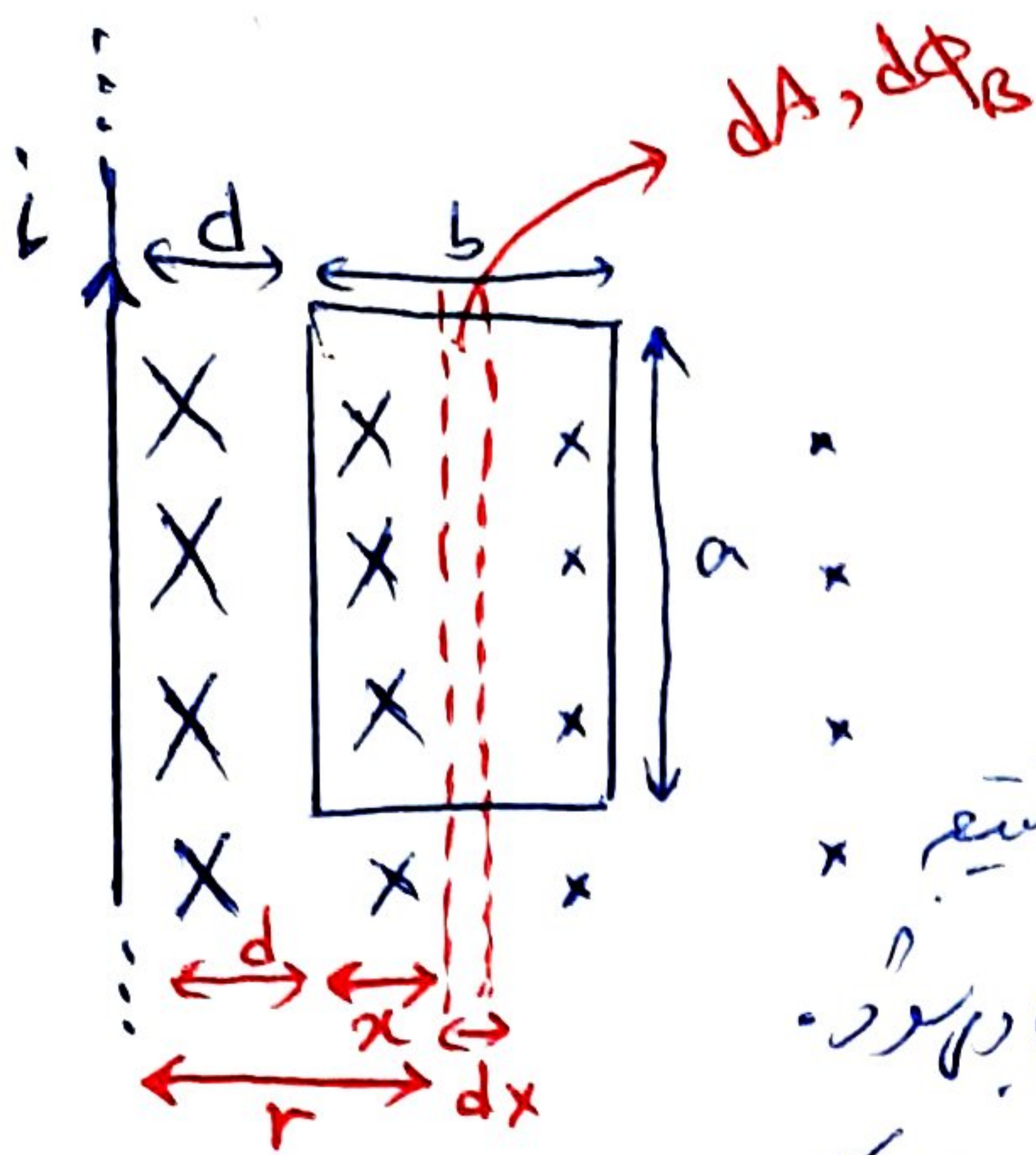
جواب:
$$\mathcal{E} = - \frac{\mu_0 a^2}{2\pi} \ln \frac{d+b}{d}$$

۲- در مدار زیر، در لحظہ $t=0$ کثرت سیم سُرّال



۳۵

حل مسئله لکال آنی - فصل آلفا فارادی



حل لکال ۱: سیم بلند و دایره ای، میدان مغناطیسی B

تویه لکند، طبق قانون آمپر برابر $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ و

چون A متغیرات B میدان مغناطیسی B تویه لکند، متغیر بودن و ثابت

C عبور از حلقه، متغیر باشد (= یک نیروی محرکه الکتریکی دهنده این در حلقه)

و چون میدان مغناطیسی B در سطح حلقه متغیر نیست (به خاطر سیم بلند که دارد) ما می توانیم برای یافتن

C عبور از حلقه، یعنی توان از رابطه $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$ استفاده کرد و باید از $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ استفاده کرد.(تغییرت عبور از حلقه) $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$ نیروی محرکه الکتریکی این در حلقه

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA = \int \frac{\mu_0 i}{2\pi r} (a dx) = \int_0^b \frac{\mu_0 i}{2\pi (d+x)} a dx$$

B عبور از صفحات و با dA حوزی است

$$= \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \int_0^b \frac{dx}{(d+x)} = \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln(d+x) \Big|_0^b$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln \left(\frac{d+b}{d} \right)$$

نکته: "C عبور از حلقه در یک لحظه" (برای توان A لحاظ در تقارن و از آنرا می بینیم، مردم)

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} \left[\frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln \left(\frac{d+b}{d} \right) \right] = - \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{d+b}{d} \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{d+b}{d} \frac{d}{dt} [e^t + 1] = - \frac{\mu_0 a^2}{2\pi} \ln \frac{d+b}{d}$$

چون C عبور از حلقه در حال افزایش است (= طبق قانون لنز، جهت نیروی محرکه الکتریکی: پارامتر

- در عبارت حلقه سیم R باشد، چون آنرا P

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 a^2}{2\pi R} \ln \frac{d+b}{d}$$

end.

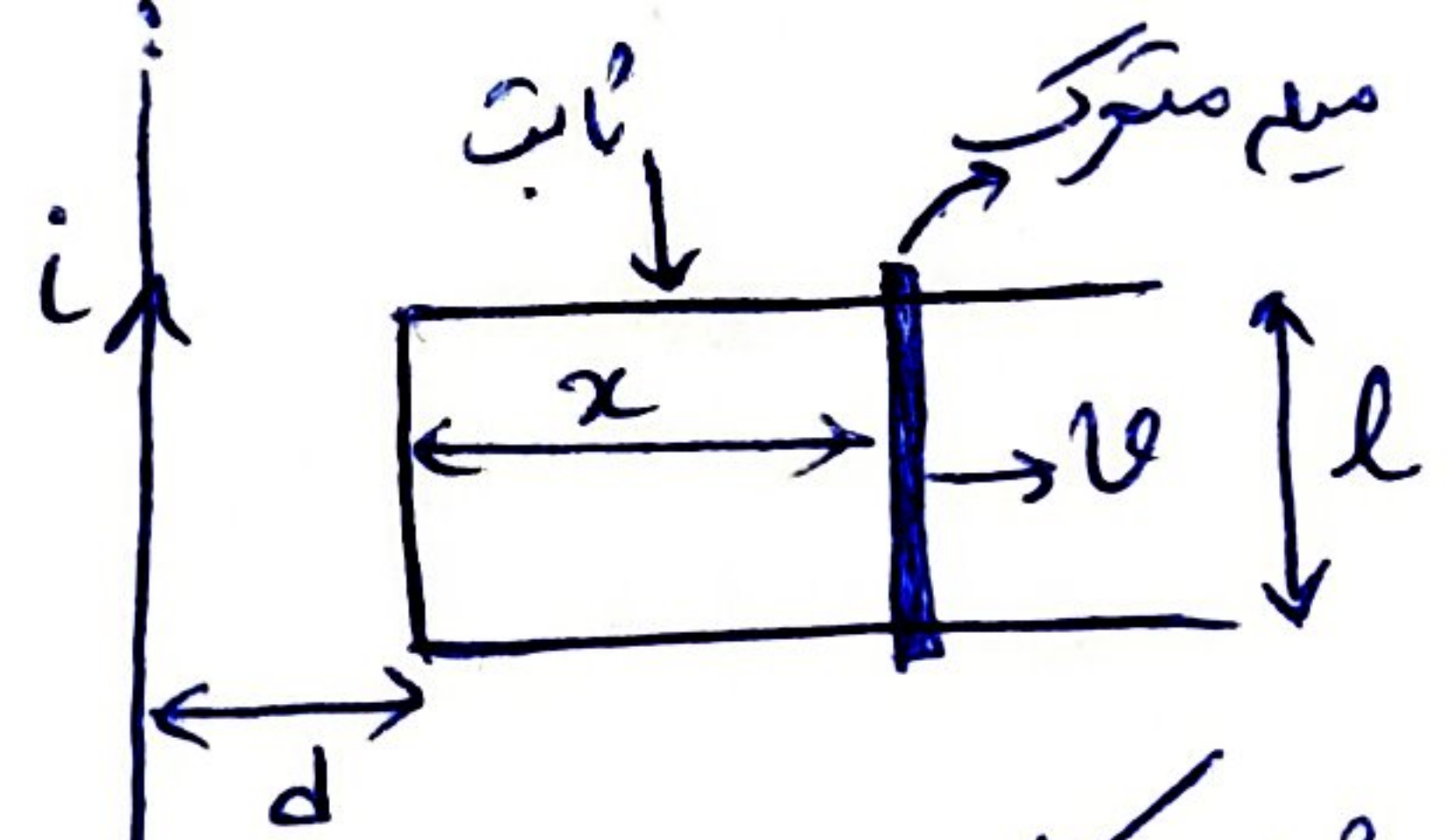
۷- میله متحرک به طول l و مقاومت R است.

مقاومت یقه مدار حلقه r ناچیز است. میله متوسط

یک عامل خازنی با رکت k به یکت راست در حال حرکت

است. الف. جهت جریان در مدار مستقیم شکل یادکر دیس مختصر کنید.

ب. مقدار جریانی i به بار عبور می کند به سیر P !



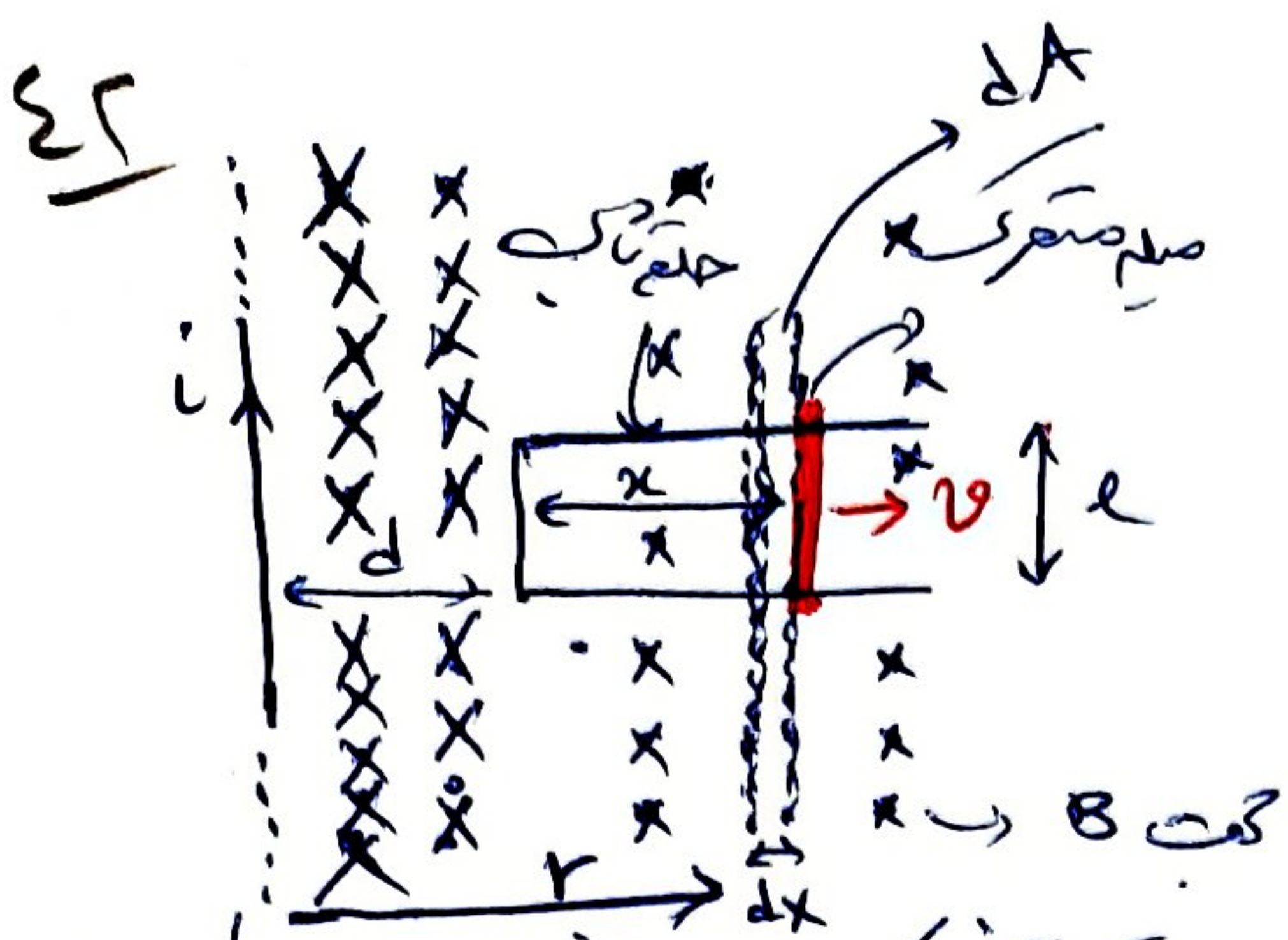
حل نمونه لکول ان شاء الله: حفظ الکتر

حل لکوال ۷: مقاومت معلوم R است.

میدان متوسط از خارجی باریکیت یک لایه است

در حال حرکت است. الف: چقدر جریان الکتریکی؟

ب: مقدار بار الکتریکی؟



ج: سرعت تغییر مساحت A حلقه، از مساحتی عبوری از حلقه تغییر کرد. (تغییر مساحتی از کولر)

نمود حرکت الکتریکی و جریان الکتریکی را کنید. که چقدر آن به بوقه آن اثر نکند و هرگز.

چون تمام مدت راست است و A در حال افتادن است. پس در حال افتادن است. این چقدر چنان

الکتریکی به درشت تغییر می‌دهد. یعنی: پادب می‌گردد.

برای سنجش مساحتی عبوری از سطح حلقه در هر لحظه:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA = \int \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi r} \right) (l dx) = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \int \frac{dx}{d+x}$$

B بدون مساحت و

سوار بر dA است

یک الان کوپل در دو طرف حلقه در دو طرف حلقه (از آن)

$$= \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \frac{d+x}{d}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} = - \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \frac{d+x}{d} v$$

نمود حرکت الکتریکی و جریان الکتریکی را

مساحتی عبوری از حلقه

$$= - \frac{d}{dx} \left[\frac{\mu_0 i l}{2\pi} \ln \frac{d+x}{d} \right] \cdot v = \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \frac{1}{d+x}$$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = - \frac{\mu_0 i l}{2\pi} \frac{1}{d+x} v$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0 i l}{2\pi R (d+x)} v$$